



Запорізький національний технічний університет

Радіоелектроніка, інформатика, управління

Науковий журнал

Виходить чотири рази на рік

№ 1(44) 2018

Заснований у січні 1999 року.

Засновник і видавець – Запорізький національний технічний університет.

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Запоріжжя

ЗНТУ

2018

Запорожский национальный технический университет

Радиоэлектроника, информатика, управление

Научный журнал

Выходит четыре раза в год

№ 1(44) 2018

Основан в январе 1999 года.

Основатель и издатель – Запорожский национальный технический университет.

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Запорожье

ЗНТУ

2018

Zaporizhzhia National Technical University

Radio Electronics, Computer Science, Control

The scientific journal

Published four times per year

№ 1(44) 2018

Founded in January 1999.

Founder and publisher – Zaporizhzhia National Technical University.

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

Zaporizhzhia

ZNTU

2018

Науковий журнал «Радіоелектроніка, інформатика, управління» (скорочена назва – РІУ) видається Запорізьким національним технічним університетом (ЗНТУ) з 1999 р. періодичністю чотири номери на рік.

Зареєстрований Державним комітетом інформаційної політики, телебачення та радіомовлення 29.01.2003 р. Свідцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації серія КВ №6904.

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Наказом Міністерства освіти і науки України № 1328 від 21.12.2015 р. «Про затвердження рішень Атестаційної колегії Міністерства щодо діяльності спеціалізованих вчених рад від 15 грудня 2015 року» **журнал включений до переліку наукових фахових видань України**, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата фізико-математичних та технічних наук.

В журналі безкоштовно публікуються наукові статті англійською, російською та українською мовами.

Правила оформлення статей подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал забезпечує **безкоштовний відкритий он-лайн доступ** до повнотекстових публікацій.

Журнал дозволяє авторам мати авторські права і зберігати права на видання без обмежень. Журнал дозволяє користувачам читати, завантажувати, копіювати, поширювати, друкувати, шукати або посилатися на повні тексти своїх статей. Журнал дозволяє повторне використання його вмісту у відповідності з СС ліцензією СС-ВУ.

Опублікованими статтям присвоюється унікальний ідентифікатор цифрового об'єкта DOI.

Журнал входить до наукометричної бази Web of Science.

Журнал реферується та індексується у провідних міжнародних та національних реферативних журналах і наукометричних базах даних, а також розміщується у цифрових архівах та бібліотеках з безкоштовним доступом у режимі on-line (у т. ч. DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИИЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, ВІНТИ, Джерело), повний перелік яких подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал розповсюджується за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22914).

Тематика журналу містить: радіофізику, мікро-, нано- і радіоелектроніку, апаратне і програмне забезпечення комп'ютерної техніки, комп'ютерні мережі і телекомунікації, теорію алгоритмів і програмування, оптимізацію і дослідження операцій, міжмашинну і людино-машинну взаємодію, математичне і комп'ютерне моделювання, обробку даних і сигналів, управління в технічних системах, штучний інтелект, включаючи системи, засновані на знаннях, і експертні системи, інтелектуальний аналіз даних, розпізнавання образів, штучні нейронні і нейро-нечіткі мережі, нечітку логіку, колективний інтелект і мультиагентні системи, гібридні системи.

Усі статті, пропоновані до публікації, одержують **об'єктивний розгляд**, що оцінюється за суттю без урахування раси, статі, віросповідання, етнічного походження, громадянства або політичної філософії автора(ів).

Усі статті проходять двоступінчасте закрите (анонімне для автора) **рецензування** штатними редакторами і незалежними рецензентами – провідними вченими за профілем журналу.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор – Субботін С. О., д-р. техн. наук, Україна

Заст. головного редактора – Піза Д. М., д-р техн. наук, Україна

Члени редколегії:

Андроулідакіс Й., д-р філософії, Греція

Безрук В. М., д-р техн. наук, Україна

Бодяньський Є. В., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з управління

Васильєв С. М., д-р фіз.-мат. наук, академік РАН, Росія

Гімпілевич Ю. Б., д-р техн. наук, Україна

Горбань О. М., д-р фіз.-мат. наук, Великобританія

Дробахін О. О., д-р фіз.-мат. наук, Україна

Зайцева О. М., канд. фіз.-мат. наук, Словаччина

Камеяма М., д-р техн. наук, Японія

Карпуков Л. М., д-р техн. наук, Україна

Корніч Г. В., д-р фіз.-мат. наук, Україна, редактор розділу з радіофізики

Кулік А. С., д-р техн. наук, Україна

Лебедєв Д. В., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з управління

Левашенко В. Г., канд. фіз.-мат. наук, Словаччина

Лиснянський А., канд. техн. наук, Ізраїль

Марковська-Качмар У., д-р наук, Польща

Олещук В. О., канд. фіз.-мат. наук, Норвегія, редактор розділу з радіоелектроніки

Онуфрієнко В. М., д-р фіз.-мат. наук, Україна

Папшицький М., д-р філософії, Польща

Погосов В. В., д-р фіз.-мат. наук, Україна

Рубель О. В., канд. техн. наук, Канада

Хаханов В. І., д-р техн. наук, Україна, редактор розділу з інформатики

Шарпанських О. А., д-р філософії, Нідерланди, редактор розділу з інформатики

Рекомендовано до видання вченою радою ЗНТУ, протокол № 8 від 02.04.2018.

Журнал зверстаний редакційно-видавничим відділом ЗНТУ.

Веб-сайт журналу: <http://ric.zntu.edu.ua>.

Адреса редакції: Редакція журналу «РІУ», Запорізький національний технічний університет, вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063, Україна.

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ

Факс: (061) 764-46-62

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

Научный журнал «Радиоэлектроника, информатика, управление» (сокращенное название – РИУ) издается Запорожским национальным техническим университетом (ЗНТУ) с 1999 г. периодичностью четыре номера в год.

Зарегистрирован Государственным комитетом информационной политики, телевидения и радиовещания 29.01.2003 г. (Свидетельство о государственной регистрации печатного средства массовой информации серия КВ №6904).

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Приказом Министерства образования и науки Украины № 1328 от 21.12.2015 г. «Об утверждении решений Аттестационной коллегии Министерства относительно деятельности специализированных ученых советов от 15 декабря 2015 года» **журнал включен в перечень научных профессиональных изданий Украины**, в которых могут публиковаться результаты диссертационных работ на соискание ученых степеней доктора и кандидата физико-математических и технических наук.

В журнале бесплатно публикуются научные статьи на английском, русском и украинском языках.

Правила оформления статей представлены на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал обеспечивает **бесплатный открытый он-лайн доступ** к полнотекстовым публикациям. Журнал разрешает авторам иметь авторские права и сохранять права на издание без ограничений. Журнал разрешает пользователям читать, загружать, копировать, распространять, печатать, искать или ссылаться на полные тексты своих статей. Журнал разрешает повторное использование его содержания в соответствии с СС лицензией СС-BY.

Опубликованным статьям присваивается уникальный идентификатор цифрового объекта DOI.

Журнал входит в наукометрическую базу Web of Science.

Журнал реферруется и индексируется в ведущих международных и национальных реферативных журналах и наукометрических базах данных, а также размещается в цифровых архивах и библиотеках с бесплатным доступом on-line (в т.ч. DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИНЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, ВИНТИ, Джэрэло), полный перечень которых представлен на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

Журнал распространяется по Каталогу периодических изданий Украины (подписной индекс – 22914).

Тематика журнала включает: радиофизику, микро-, нано- и радиоэлектронику, аппаратное и программное обеспечение компьютерной техники, компьютерные сети и телекоммуникации, теорию алгоритмов и программирования, оптимизацию и исследование операций, межмашинное и человеко-машинное взаимодействие, математическое и компьютерное моделирование, обработку данных и сигналов, управление в технических системах, искусственный интеллект, включая системы, основанные на знаниях, и экспертные системы, интеллектуальный анализ данных, распознавание образов, искусственные нейронные и нейро-нечеткие сети, нечеткую логику, коллективный интеллект и мультиагентные системы, гибридные системы.

Все статьи, предлагаемые к публикации, получают **объективное рассмотрение**, которое оценивается по существу без учета расы, пола, вероисповедания, этнического происхождения, гражданства или политической философии автора(ов).

Все статьи проходят двухступенчатое закрытое (анонимное для автора) **рецензирование** штатными редакторами и независимыми рецензентами – ведущими учеными по профилю журнала.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – Субботин С. А., д-р техн. наук, Украина

Зам. главного редактора – Пиза Д. М., д-р техн. наук, Украина

Члены редколлегии:

Андроидакис И., д-р философии, Греция

Безрук В. М., д-р техн. наук, Украина

Бодянский Е. В., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по управлению

Васильев С. Н., д-р физ.-мат. наук, академик РАН, Россия

Гимпилевич Ю. Б., д-р техн. наук, Украина

Горбань А. Н., д-р физ.-мат. наук, Великобритания

Дробахин О. О., д-р физ.-мат. наук, Украина

Зайцева Е. Н., канд. физ.-мат. наук, Словакия

Камеяма М., д-р техн. наук, Япония

Карпуков Л. М., д-р техн. наук, Украина

Корнич Г. В., д-р физ.-мат. наук, Украина, редактор раздела по радиофизике

Кулик А. С., д-р техн. наук, Украина

Лебедев Д. В., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по управлению

Левашенко В. Г., канд. физ.-мат. наук, Словакия

Лиснянский А., канд. техн. наук, Израиль

Марковска-Качмар У., д-р наук, Польша

Олещук В. А., канд. физ.-мат. наук, Норвегия, редактор раздела по радиоэлектронике

Онуфриенко В. М., д-р физ.-мат. наук, Украина

Папшицкий М., д-р философии, Польша

Погосов В. В., д-р физ.-мат. наук, Украина

Рубель О. В., канд. техн. наук, Канада

Хаханов В. И., д-р техн. наук, Украина, редактор раздела по информатике

Шарпанских А. А., доктор философии, Нидерланды – редактор раздела по информатике

Рекомендовано к изданию ученым советом ЗНТУ, протокол № 8 от 02.04.2018.

Журнал сверстан редакционно-издательским отделом ЗНТУ.

Веб-сайт журнала: <http://ric.zntu.edu.ua>

Адрес редакции: Редакция журнала «РИУ», Запорожский национальный технический университет, ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, 69063, Украина.

Тел.: +38-061-769-82-96 – редакционно-издательский отдел

Факс: (061) 764-46-62

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

© Запорожский национальный технический университет, 2018

The scientific journal «Radio Electronics, Computer Science, Control» is published by the Zaporizhzhia National Technical University (ZNTU). since 1999 with periodicity four numbers per year.

The journal is registered by the State Committee for information policy, television and radio broadcasting of Ukraine in 29.01.2003. The journal has a State Registration Certificate of printed mass media (series KB №6904).

ISSN 1607-3274 (print), **ISSN 2313-688X** (on-line).

By the Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 21.12.2015 № 1328 “On approval of the decision of the Certifying Collegium of the Ministry on the activities of the specialized scientific councils dated 15 December 2015” **journal is included in the list of scientific specialized periodicals of Ukraine**, where the results of dissertations for Doctor of Science and Doctor of Philosophy in Mathematics and Technical Sciences may be published.

The journal publishes scientific articles in English, Russian, and Ukrainian free of charge.

The **article formatting rules** are presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

The journal provides policy of **on-line open (free of charge) access** for full-text publications. The journal allow the authors to hold the copyright without restrictions and to retain publishing rights without restrictions. The journal allow readers to read, download, copy, distribute, print, search, or link to the full texts of its articles. The journal allow reuse and remixing of its content, in accordance with a CC license CC-BY.

Published articles have a unique digital object identifier (DOI).

The journal is included into Web of Science.

The journal is abstracted and indexed in leading international and national abstractig journals and scientometric databases, and also placed to the digital archives and libraries with a free on-line access (including DOAJ, DOI, CrossRef, EBSCO, eLibrary.ru / РИИЦ, Google Scholar, Index Copernicus, INSPEC, ISSN, Ulrich’s Periodicals Directory, WorldCat, VINITI (All-Russian Institute of scientific and technical information), Djerelo), full list of which is presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

The journal is distributed: by the Catalogue of Ukrainian periodicals (the catalog number is 22914).

The journal scope: radio physics, micro-, nano- and radio electronics, computer hardware and software, computer networks and telecommunications, algorithm and programming theory, optimization and operations research, machine-machine and man-machine interfacing, mathematical modeling and computer simulation, data and signal processing, control in technical systems, artificial intelligence, including knowledge-based and expert systems, data mining, pattern recognition, artificial neural and neuro-fuzzy networks, fuzzy logics, swarm intelligence and multiagent systems, hybrid systems.

All articles proposed for publication receive an **objective review** that evaluates substantially without regard to race, sex, religion, ethnic origin, nationality, or political philosophy of the author(s).

All articles undergo a two-stage **blind peer review** by the editorial staff and independent reviewers – the leading scientists on the profile of the journal.

EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief: S. A. Subbotin, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

Deputy Editor-in-Chief: D. M. Piza, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

Members of Editorial Board:

I. Androulidakis, Ph. D, Greece

V. M. Bezruk, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

Ye. V. Bodyanskiy , Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Control section editor

O. O. Drobakhin, Doctor of Science in Physics and Mathematics

Yu. B. Gimpilevich, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

A. N. Gorban, Doctor of Science in Physics and Mathematics, United Kingdom

V. I. Hahanov, Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Computer Science section editor

M. Kameyama, Doctor of Science, Japan

L. M. Karpukov, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

G. V. Kornich, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine, Radio Physics section editor

A. S. Kulik, Doctor of Science in Engineering, Ukraine

D. V. Lebedev, Doctor of Science in Engineering, Ukraine, Control section editor

V. G. Levashenko, Ph.D, Slovakia

A. Lisnianski, Ph.D, Israel

U. Markowska-Kaczmar, Doctor of Science, Poland

V. A. Oleshchuk, Ph.D in Physics and Mathematics, Norway, Radio Electronics section editor

V. M. Onufrienko, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine

M. Paprzycki, Ph.D, Poland

V. V. Pogosov, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Ukraine

O. V. Rubel, Ph.D, Canada

A. A. Sharpanykh, Ph.D, Netherlands, Computer Science section editor

S. N. Vassilyev, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Academician of Russian Academy of Sciences, Russia

E. N. Zaitseva, Ph.D, Slovakia

Recommended for publication by the Academic Council of ZNTU, protocol № 8 dated 02.04.2018.

The journal is imposed by the editorial-publishing department of ZNTU.

The journal web-site is <http://ric.zntu.edu.ua>.

The address of the editorial office: Editorial office of the journal «Radio Electronics, Computer Science, Control», Zaporizhzhia National Technical University, Zhukovskiy street, 64, Zaporizhzhia, 69063, Ukraine.

Tel.: +38-061-769-82-96 – the editorial-publishing department.

Fax: +38-061-764-46-62

E-mail: rvv@zntu.edu.ua

© Zaporizhzhia National Technical University, 2018

ЗМІСТ

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ.....	7
<i>Козадаев К. В., Козлова Е. И., Мутрахович И. О., Киреева Е. И.</i>	
КОРРЕКЦИЯ ПОГРЕШНОСТИ МНОГОЛУЧЕВОСТИ В ПОКАЗАНИЯХ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИХ СИГНАЛОВ.....	7
<i>Tyurin S. F., Grekov A. V.</i>	
STUDY OF THE MULTI-INPUT LUT COMPLEXITY.....	14
<i>Щапов П. Ф., Коваль С. Н., Король Е. И., Томашевский Р. С., Магдалиц Т. И.</i>	
ИНФОРМАТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ КАРДИОСИГНАЛОВ.....	22
МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....	30
<i>Baranovskiy N. V., Yankovich E. P.</i>	
GIS-TECHNOLOGIES AND MATHEMATICAL SIMULATION TO PREDICT LIGHTNING-CAUSED FOREST FIRE DANGER.....	30
<i>Кошевой Н. Д., Беляева А. А.</i>	
ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ РОЕМ ЧАСТИЦ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ СТОИМОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА.....	41
<i>Lamtyugova S. N., Sidorov M. V., Sytnykova I. V.</i>	
METHOD OF NUMERICAL ANALYSIS OF THE PROBLEM OF STATIONARY FLOW PAST BODIES OF REVOLUTION BY VISCOUS FLUID.....	50
<i>Левин В. И.</i>	
ПОЛИИНТЕРВАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И ОПТИМИЗАЦИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ.....	58
<i>Yarymbash D. S, Yarymbash S. T., Kotsur M. I., Litvinov D. O.</i>	
COMPUTER SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC FIELD WITH APPLICATION THE FREQUENCY ADAPTATION METHOD.....	65
<i>Novotarskyi M. A., Stirenko S. G., Gordienko Y. G.</i>	
SIMULATION OF 3D TRANSIENT FLOW PASSING THROUGH AN INTESTINAL ANASTOMOSIS BY LATTICE-BOLTZMANN METHOD.....	75
НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ.....	83
<i>Каврин Д. А., Субботин С. А.</i>	
МЕТОДЫ КОЛИЧЕСТВЕННОГО РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ НЕСБАЛАНСИРОВАННОСТИ КЛАССОВ.....	83
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....	91
<i>Аксак Н. Г.</i>	
РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ПЕРСОНАЛИЗАЦИИ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ВЕБ-ПОРТАЛА.....	91
<i>Бабаков Р. М.</i>	
ОБОБЩЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МИКРОПРОГРАММНОГО АВТОМАТА НА СЧЕТЧИКЕ.....	100
<i>Банах Р. І.</i>	
ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ КЛЮЧА МЕТОДУ АВТЕНТИФІКАЦІЇ WPA/WPA2 ДЛЯ СИСТЕМИ-ПРИМАНКИ МЕРЕЖІ СТАНДАРТУ IEEE 802.11.....	110
<i>Berezsky O. M., Pitsun O. Y.</i>	
EVALUATION METHODS OF IMAGE SEGMENTATION QUALITY.....	119
<i>Лисицький К. Е.</i>	
ВЫРОЖДЕННЫЕ S-БЛОКИ.....	129
<i>Molchanova V. S.</i>	
THE TECHNIQUE OF HOMOTOPIC SKELETONIZATION OF BIT-MAPPED DRAWINGS OF PARTS OF SEA TRANSPORT.....	139
УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....	149
<i>Goncharenko A. V.</i>	
OPTIMAL CONTROLLING PATH DETERMINATION WITH THE HELP OF HYBRID OPTIONAL FUNCTIONS DISTRIBUTIONS.....	149
<i>Korniienko V. I., Matsiuk S. M., Udovik I. M.</i>	
ADAPTIVE OPTIMAL CONTROL SYSTEM OF ORE LARGE CRUSHING PROCESS.....	159
<i>Мамедов К. Ш., Мамедов Н. Н.</i>	
ПОНЯТИЕ ГАРАНТИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ ПО ФУНКЦИОНАЛУ ДЛЯ МНОГОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ О РАНЦЕ И МЕТОДЫ ЕГО ПОСТРОЕНИЯ.....	166
<i>Nahorny V. V., Lavrov E. A., Fedotova N. A., Kuznetsov E. G.</i>	
CONTROL OF TECHNICAL SYSTEMS BASED ON PREDICTION OF THEIR INDIVIDUAL RESOURCE.....	174
<i>Turpak S. M., Taran I. O., Ostrohliad O. O.</i>	
IMPROVEMENT OF A SYSTEM CONTROLLING A PROCESS OF RAILCARS UNLOADING IN THE CONTEXT OF CHANGES IN TEMPERATURE MODE WHILE OPERATING.....	183
<i>Шейкус А. Р., Тришкин В. Я.</i>	
СТАТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РЕКТИФИКАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДВИЖНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ.....	192

CONTENTS

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS.....	7
<i>Kozadaev K. V., Kozlova E. I., Mitrakhovich I. A., Kireyeva K. I.</i>	
THE MULTIPATH ERRORS CORRECTION IN THE TESTIMONY OF SATELLITE NAVIGATION SYSTEMS BASED ON THEIR SIGNALS WAVELET TRANSFORMS.....	7
<i>Tyurin S. F., Grekov A. V.</i>	
STUDY OF THE MULTI-INPUT LUT COMPLEXITY.....	14
<i>Shchapov P. F., Koval S. N., Korol E. I., Tomashevskiy R. S., Mahdalys T. I.</i>	
INFORMATIVE PARAMETERS OF DYNAMIC NONSTATIONARY OF CARDIOSIGNALS.....	22
MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING.....	30
<i>Baranovskiy N. V., Yankovich E. P.</i>	
GIS-TECHNOLOGIES AND MATHEMATICAL SIMULATION TO PREDICT LIGHTNING-CAUSED FOREST FIRE DANGER.....	30
<i>Koshevoy N. D., Beliaieva A. A.</i>	
APPLICATION PARTICLE SWARM ALGORITHM TO MINIMIZE THE COST OF CONDUCTING MULTIVARIATE EXPERIMENT.....	41
<i>Lamtyugova S. N., Sidorov M. V., Sytnykova I. V.</i>	
METHOD OF NUMERICAL ANALYSIS OF THE PROBLEM OF STATIONARY FLOW PAST BODIES OF REVOLUTION BY VISCOUS FLUID.....	50
<i>Levin V.I.</i>	
POLYINTERVAL MATHEMATICS AND OPTIMIZATION IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY.....	58
<i>Yarymbash D. S., Yarymbash S. T., Kotsur M. I., Litvinov D. O.</i>	
COMPUTER SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC FIELD WITH APPLICATION THE FREQUENCY ADAPTATION METHOD.....	65
<i>Novotarskiy M. A., Stirenko S. G., Gordienko Y. G.</i>	
SIMULATION OF 3D TRANSIENT FLOW PASSING THROUGH AN INTESTINAL ANASTOMOSIS BY LATTICE-BOLTZMANN METHOD.....	75
NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS.....	83
<i>Kavrin D. A., Subbotin S. A.</i>	
THE METHODS FOR QUANTITATIVE SOLVING THE CLASS IMBALANCE PROBLEM.....	83
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES.....	91
<i>Axak N. G.</i>	
DEVELOPMENT OF PERSONALIZATION SYSTEM OF SPECIALIZED WEB PORTAL.....	91
<i>Babakov R. M.</i>	
GENERALIZING OF THE MATHEMATICAL MODEL OF MICROPROGRAM FINITE STATE MACHINE ON COUNTER.....	100
<i>Banakh R. I.</i>	
AUTHENTICATION METHOD WPA/WPA2 KEY PARAMETERS' DEFINITION FOR IEEE 802.11 BASED HONEYPOT.....	110
<i>Berezsky O. M., Pitsun O. Y.</i>	
EVALUATION METHODS OF IMAGE SEGMENTATION QUALITY.....	119
<i>Lisickiy K. E.</i>	
DEGENERATE S-BOXES.....	129
<i>Molchanova V. S.</i>	
THE TECHNIQUE OF HOMOTOPIC SKELETONIZATION OF BIT-MAPPED DRAWINGS OF PARTS OF SEA TRANSPORT.....	139
CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS.....	149
<i>Goncharenko A. V.</i>	
OPTIMAL CONTROLLING PATH DETERMINATION WITH THE HELP OF HYBRID OPTIONAL FUNCTIONS DISTRIBUTIONS.....	149
<i>Korniienko V. I., Matsiuk S. M., Udovik I. M.</i>	
ADAPTIVE OPTIMAL CONTROL SYSTEM OF ORE LARGE CRUSHING PROCESS.....	159
<i>Mamedov K. Sh., Mamedov N. N.</i>	
THE CONCEPT OF GUARANTEED SOLUTION THROUGH THE FUNCTIONAL FOR MUTIDIMENSIONAL KNAPSACK PROBLEM AND METHODS OF ITS CONSTRUCTION.....	166
<i>Nahorny V. V., Lavrov E. A., Fedotova N. A., Kuznetsov E. G.</i>	
CONTROL OF TECHNICAL SYSTEMS BASED ON PREDICTION OF THEIR INDIVIDUAL RESOURCE.....	174
<i>Turpak S. M., Taran I. O., Ostrohliad O. O.</i>	
IMPROVEMENT OF A SYSTEM CONTROLLING A PROCESS OF RAILCARS UNLOADING IN THE CONTEXT OF CHANGES IN TEMPERATURE MODE WHILE OPERATING.....	183
<i>Sheikus A. R., Trishkin V. Ya.</i>	
STATIC OPTIMIZATION OF RECTIFICATION PROCESSES USING MOBILE CONTROL ACTIONS.....	192

РАДИОЕЛЕКТРОНИКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

РАДИОЕЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

УДК : 621.396 + 629.7

Козадаев К. В.¹, Козлова Е. И.², Митрахович И. О.³, Киреева Е. И.⁴

¹*Заведующий кафедрой интеллектуальных систем, факультета радиофизики и компьютерных технологий, Белорусского Государственного Университета, кандидат ф-м наук, доцент, Минск, Беларусь*

²*Доцент кафедры интеллектуальных систем, факультета радиофизики и компьютерных технологий, Белорусского Государственного Университета, кандидат ф-м наук, доцент, Минск, Беларусь*

³*Аспирант кафедры интеллектуальных систем, факультета радиофизики и компьютерных технологий, Белорусского Государственного Университета, магистр ф-м наук, Минск, Беларусь*

⁴*Бакалавр, выпускница кафедры интеллектуальных систем, факультета радиофизики и компьютерных технологий, Белорусского Государственного Университета. Минск, Беларусь*

КОРРЕКЦИЯ ПОГРЕШНОСТИ МНОГОЛУЧЕВОСТИ В ПОКАЗАНИЯХ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИХ СИГНАЛОВ

Актуальность. Настоящее исследование направлено на повышение точности спутниковых навигационных систем за счет коррекции ошибки многолучевости при распространении спутникового радиосигнала. Задача уменьшения влияния эффекта многолучевости на точность навигационного решения – одна из актуальных проблем в современном спутниковом позиционировании, поскольку погрешность, вносимая переотражением спутниковых сигналов, может достигать десятков метров, что значительно затрудняет задачу построения точного навигационного решения в условиях сложного рельефа (например, в условиях плотной городской застройки), а также при использовании технологий спутниковой навигации в проектировании и строительстве.

Цель. Основной целью является уменьшение погрешности, вносимой ошибкой многолучевости, (минимум на один порядок), что позволит значительно увеличить точность решения навигационной задачи.

Метод. Рассматривается метод коррекции ошибки многолучевости с помощью вейвлет-преобразования поступающих дальномерных измерений – разновидность программного метода борьбы с погрешностями навигационного решения.

Результаты. Эффективность предлагаемого метода продемонстрирована как на смоделированном сигнале, так и на реальных данных спутниковой навигации. Программная реализация алгоритма коррекции и численные эксперименты реализованы средствами программного пакета MATLAB. Результаты показали эффективность применения данного метода коррекции многолучевости и подтвердили ожидаемую точность измерений после их обработки предложенным способом

Выводы. Исходя из результатов, полученных в работе, можно заключить, что использование предлагаемого алгоритма вейвлет-преобразования повышает качество исходных данных, используемых для получения навигационного решения, в итоге повышая его точность.

Ключевые слова: глобальные навигационные спутниковые системы, многолучевость навигационного сигнала, вейвлет-преобразование, точное позиционирование.

НОМЕНКЛАТУРА

ВП – вейвлет-преобразование;
ГНСС – глобальная навигационная спутниковая система;
ПСП – псевдослучайная последовательность;
ПФ – преобразование Фурье;
СКО – среднеквадратичное отклонение;
 a – масштабный параметр (ширина функции);
 $B_{r,i}^S$ – смещение фазы несущей (фазовая неопределенность);

b – параметр сдвига во времени (позиция функции);
 c – скорость распространения сигнала (скорость света);
 dT^S – смещение часов спутника;
 dt_r – смещение часов приемника);
 $d\Phi_{r,i}^S$ – смещения и вариации фазового центра антенны (в зависимости от высоты антенны и ее ориентации);
 $I_{r,i}^S$ – ионосферная задержка;

M_P – ошибка многолучевости по кодовым измерениям;

M_Φ – ошибка многолучевости по фазе;

P – псевдодальность;

T_r^S – тропосферная задержка;

\bar{t}_r – момент получения сигнала приемником;

\bar{t}^S – момент отправки сигнала спутником;

ρ_r^S – реальная дальность между спутником и приемником;

ε_p – вычислительная ошибка по кодовым измерениям;

ε_ϕ – ошибка вычислений по фазе;

λ_i – длина волны несущей;

$\Phi_{r,i}^S$ – фазовое расстояние;

$\psi(t)$ – порождающая (базисная) функция.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время ГНСС являются удобным общедоступным инструментом для определения пространственных координат и параметров движения мобильных объектов на поверхности Земли и в околоземном пространстве [1]. Основными источниками погрешностей, искажающих навигационное решение, являются: ионосферная и тропосферная задержки, погрешности передающей аппаратуры спутников, погрешности оценки расчетной конфигурации спутников, аппаратные погрешности приемника и многолучевость распространения навигационного сигнала (что особенно существенно при навигации в условиях сложного рельефа местности). Большинство перечисленных погрешностей может быть компенсировано методами дифференциальной коррекции, основанной на приеме уточняющих навигационное решение поправок от специализированных стационарных передающих пунктов.

Погрешности, связанные с многолучевостью, появляются вследствие отражения навигационного радиосигнала от различных поверхностей при его распространении

от спутника к приемнику: схема проявления эффекта многолучевости при приеме спутниковых сигналов, приведена на рис. 1. Паразитные отраженные сигналы деформируют корреляционный пик при дешифровке полезного сигнала и искажают изначально симметричную корреляционную характеристику приемника. Это приводит к возникновению погрешностей, как в измерениях текущей фазы несущей частоты спутникового навигационного сигнала, так и в оценке расстояния до спутника. Как следствие, именно многолучевая погрешность – главный источник ошибок для высокоточной навигации в условиях сложного рельефа или плотной городской застройки [2].

Заранее неизвестные характеристики прямых и отраженных сигналов делают прогнозирование погрешностей многолучевости весьма сложной задачей, так как параметры ошибки во многом определяются постоянно меняющейся конфигурацией отражающих поверхностей. При этом погрешность дальномерных измерений, обусловленная многолучевостью навигационных сигналов, в зависимости от типа и параметров принимающих антенн может трансформироваться в ошибку оценки пространственных координат вплоть до значений порядка сотни метров [1].

Большинство разработок в области коррекции ошибки многолучевости в настоящее время основаны на аппаратных методах подавления погрешности, например, она может компенсироваться с помощью узких диаграмм направленности принимающих антенн, пространственно селективирующих входные радиосигналы и не позволяющих переотраженному сигналу повлиять на навигационное решение. Однако такие методы, как правило, весьма трудно реализуемы в серийных навигационных приемниках низкого и среднего ценовых диапазонов. Альтернативным способом решения этой проблемы могут служить программные методы дополнительной цифровой фильтрации сигналов, хотя и несколько усложняющие их обработку, но при этом не требующие внесения конструктивных изменений в структуру навигационных приемников.

Таким образом, целью работы является уменьшение влияния переотраженного сигнала на качество навигационного решения путем постобработки полученного потока данных со спутника, что позволяет повысить точность позиционирования в условиях сложного рельефа.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается возможность компенсации ошибок дальномерных измерений, которые обусловлены многолучевостью распространения сигналов ГНСС, на основе вейвлет-преобразования данных, формируемых в режиме фазовых измерений на уровне алгоритмов их обработки. Предлагаемый метод в качестве входных данных использует разницу измерений по псевдодальности и фазовому расстоянию, для каждого из отслеживаемых спутников. Результатом работы алгоритма является оценка погрешности многолучевости (в метрах), корректирующая параметр псевдодальности. Таким образом, производится снижение паразитного вклада эффекта многолучевости в измерения, непосредственно участвующие в построении навигационного решения.

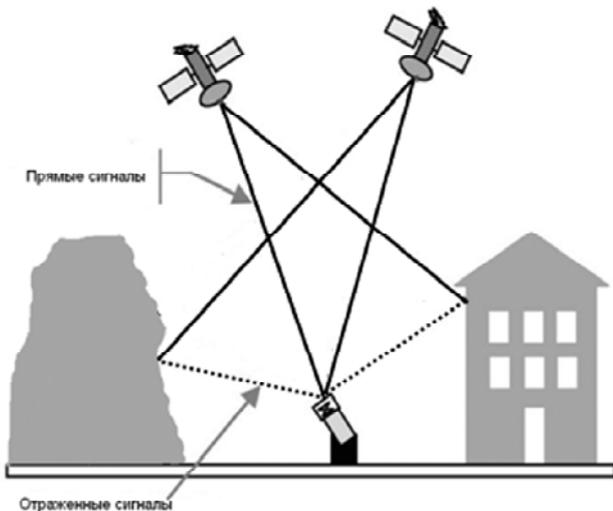


Рисунок 1 – Схема проявления эффекта многолучевости при приеме спутниковых сигналов

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В настоящее время разработано и реализовано множество практических подходов к оценке и последующей компенсации погрешностей, обусловленных многолучевостью распространения спутниковых навигационных сигналов. Они могут быть условно разделены по трем основным категориям в соответствии с этапами обработки сигналов [1]. Первая категория, как уже было упомянуто, относится к стадии приема спутникового сигнала и подразумевает использование антенн с кольцевыми компенсаторами (choke-ring) и с определенной формой диаграммы направленности для пространственной селекции принимаемых радиосигналов. Вторая категория методов применяет технологии специальной первичной обработки спутниковых сигналов: узкого коррелятора, коррелятора «удвоенной дельты», опережающих и запаздывающих уклонений. Третья категория методов дополнительно учитывает результаты предшествующих навигационных измерений для коррекции последующих (рекурсивность), отслеживая требуемое отношение «сигнал-шум» (SNR) измерений, прогнозируя погрешность многолучевости путем ее моделирования и используя мультиплексные антенны для общего снижения влияния эффекта многолучевости [3]. При этом большинство методов третьей категории сложны в практической реализации и не учитывают накопление ошибки в фазовых измерениях, которые наряду с дальномерными измерениями используются в построении навигационного решения.

Наиболее близким к предлагаемому методу коррекции ошибки многолучевости является описанный в работе [4] способ обработки навигационных измерений, который основан на применении режекторного фильтра. Так, в идеальном случае дальномерное измерение подразумевает оценку расстояния от антенны приемника до спутниковой антенны и предполагает абсолютную синхронизацию процессов передачи и приема кодовой ПСП. Поэтому в теории, оценка такого расстояния может быть представлена как произведение скорости распространения радиосигнала и временного интервала между моментом приема сигнала и моментом его отправки в системе времени часов спутника. Однако, на практике под дальномерными измерениями понимают так называемую псевдодальность, которая включает в себя реальную дальность между спутником и приемником, а также ряд погрешностей (тропосферную и ионосферную задержку, ошибку многолучевости по кодовым измерениям, ошибку вычислений) [5]:

$$P_{r,i}^S = \rho_r^S + c \left(dt_r(\bar{t}_r) - dT^S(\bar{t}^S) \right) + I_{r,i}^S + T_r^S + M_P + \varepsilon_p.$$

Измерение псевдодальности на основе определения фазового расстояния зависит от фазы несущей частоты навигационного сигнала и длины волны несущей. Последняя, в свою очередь, может быть выражена через смещение фазы несущей частоты (фазовых неопределенностей) и величину тропосферных, ионосферных задержек, ошибку многолучевости по фазе и ошибку вычислений. Следует также учесть возможные смещения и вариации фазового центра антенны (в зависимости от

высоты антенны и ее ориентации). Таким образом, модель псевдодальности на основе фазовых измерений (фазового расстояния), в общем виде, принимает следующий вид:

$$\Phi_{r,i}^S = \rho_r^S + c \left(dt_r(\bar{t}_r) - dT^S(\bar{t}^S) \right) - I_{r,i}^S + T_r^S + d\Phi_{r,i}^S + \lambda_i B_{r,i}^S + M_\phi + \varepsilon_\phi. \quad (2)$$

Построив разность величин псевдодальностей, полученных на основании кодовых и фазовых измерений для одной и той же конфигурации спутника и приемника, получим равенство в котором участвуют только погрешности (пренебрегая $\Phi_{r,i}^S$ вследствие его малости):

$$P_{r,i}^S - \Phi_{r,i}^S = 2I_{r,i}^S - \lambda_i B_{r,i}^S + M_P + M_\phi + \varepsilon_p + \varepsilon_\phi. \quad (3)$$

Здесь следует учесть, что ионосферная компонента погрешности $I_{r,i}^S$ пренебрежимо мало изменяется от измерения к измерению, и в данном случае может быть принята за константу [3], это же можно сказать и о фазовой неопределенности $B_{r,i}^S$ [5], что показывает ее разрешение в работе [6]. Вклад фазовой неопределенности M_ϕ , есть величина второго порядка малости по сравнению с величиной ошибки многолучевости по кодовым измерениям M_P , следовательно, ей можно пренебречь. Таким образом, кроме констант в правую часть равенства (3) входят лишь вычислительные ошибки измерений по коду и фазе ε_p и ε_ϕ (которые могут быть представлены в виде «белого» шума) и ошибка, обусловленная многолучевостью по кодовым измерениям M_P .

В силу своей природы ошибка многолучевости обладает свойством квазипериодичности, поскольку фактически это результат приема «истинного» сигнала совместно с его отраженной копией, которые по определению являются синхронизированными. Это упрощает поиск, моделирование и последующую коррекцию ошибки многолучевости. Таким образом, основной задачей предлагаемого подхода является разделение стохастических ошибок, связанных с процессом распространения радиосигнала, и квазипериодической погрешности, обусловленной его переотражением. Такую процедуру можно проводить, используя вейвлет-преобразования сигналов, что позволяет детектировать во входном разностном потоке данных паразитную квазипериодичность, проводя четкую границу между погрешностью многолучевости и стохастическим шумом, который описывают оставшиеся в (3) слагаемые.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В цифровой обработке сигналов широко применяют разновидность z-преобразования: Фурье, Хартли, Уолша и т.д., использующие различные виды полиномиального разложения всей исходной последовательности отсчетов сигнала. Они позволяют анализировать спектры мощности оцифрованного сигнала, а также оценивать передаточные функции и импульсные отклики операций его преобразования [7]. Однако в ряде случаев для исследования тонкой структуры сигнала удобно исполь-

зовать операции преобразования, для которых соответствующие коэффициенты разложения учитывают поведение сигнала лишь в узком диапазоне близкорасположенных точек. Применение такого подхода, по сути, означает переход от частотного анализа цифровых сигналов к частотно-масштабному. Примером такой процедуры может служить оконное преобразование Фурье, основным недостатком которого является невозможность обеспечить высокое разрешение анализа одновременно и по частоте, и по времени. Преодолеть это ограничение позволяет вейвлет-преобразование, использующее в качестве базисных функций разложения различные семейства локальных по спектру и времени функций, каждая из которых получается из одной порождающей (своей для каждого семейства) посредством ее сдвигов и растяжений по оси времени:

$$\Psi_{ab}(t) = |a|^{-1/2} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (4)$$

где a – масштабный параметр (ширина функции), b – параметр сдвига во времени (позиция функции), $\Psi(t)$ – порождающая (базисная) функция. Семейства вейвлет-функций классифицируют по признаку пространственной компактности и гладкости (некоторые из них к тому же могут иметь фрактальную структуру) [8].

В работах по акустической теории формирования речи и цифровой обработке речевых сигналов [9–11] показано, что речевой сигнал (вокализованная речь) представляет собой квазипериодическую последовательность импульсов. Для обнаружения и выделения отдельных акустических форм (фонем) в речевых сигналах на фоне стохастического шума разработаны методы, основанные на применении оконного преобразования Фурье, например [11]. Более высокую эффективность при решении задачи шумоподавления в речевых сообщениях (квазипериодических сигналах) демонстрируют методы, основанные на использовании вейвлетных функций [12]. Проведенные авторами данной работы исследования по применению вейвлет-преобразований к решению задачи шумоподавления в речевых сообщениях [13] показали, что наиболее перспективными в этом случае являются вейвлетные функции Добеши, симлеты, а также дискретная вейвлет-функция Мейера. При применении вейвлетов Добеши наилучшие результаты получены для функций 4-го порядка, симлеты показали хорошие результаты при уровне декомпозиции, равном 8, вейвлет-функция Мейера использована в сочетании с мягким видом пороговых преобразований (т.н. трешолдинга). Эти функции обладают достаточной гладкостью, достаточно высоким быстродействием, чувствительны к изменениям фазы полезного сигнала. Предложенные вейвлетные функции с соответствующими критериями позволяют надежно выделять полезный квазипериодический сигнал на фоне шумов различной природы [13].

В настоящей работе стоит весьма схожая задача выделения квазипериодического сигнала (в данном случае паразитного) из стохастического шума в разностной схеме измерений (согласно соотношению (3)). Исходя из этого, логично оценить возможность применения апроби-

рованного аппарата вейвлет-преобразований для решения задачи выделения квазипериодической погрешности многолучевости на фоне случайных ошибок измерений. В данной работе применялись следующие виды вейвлет-преобразований.

Вейвлеты Добеши – один из самых известных и используемых во многих практических приложениях типов вейвлет-преобразования. Вейвлеты Добеши порядка N отличны от нуля лишь на интервале длиной $2N-1$ и имеют $2N$ отличных от нуля коэффициентов фильтров. При увеличении порядка вейвлета Добеши возрастает его «гладкость», что увеличивает спектр возможных применений [14]. Недостатком является большой объем вычислений при таком преобразовании, кроме того, вейвлеты Добеши не обладают симметричностью, что требует некоторой осторожности при интерпретации его результатов. Для построения вейвлета Добеши задается рекурсивное соотношение:

$$\begin{aligned} \psi(r) = & \frac{1+\sqrt{3}}{4} \varphi(2r-1) + \frac{3+\sqrt{3}}{4} \varphi(2r) - \\ & - \frac{3-\sqrt{3}}{4} \varphi(2r+1) + \frac{1-\sqrt{3}}{4} \varphi(2r+2), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi(r) = & \frac{1+\sqrt{3}}{4} \varphi(2r) + \frac{3+\sqrt{3}}{4} \varphi(2r-1) + \\ & + \frac{3-\sqrt{3}}{4} \varphi(2r-2) + \frac{1-\sqrt{3}}{4} \varphi(2r-3). \end{aligned} \quad (6)$$

Приближенные к симметричной форме вейвлеты Добеши называются симлетами, которые обладают всеми достоинствами вейвлетов Добеши, но при этом имеют на порядок меньший период адаптации к изменению фазы сигнала. Коэффициенты симлета рассчитываются аналогично коэффициентам фильтра Добеши [15].

Дискретный вейвлет Мейера относится к коротким вейвлетам, так как имеет более локализованную вейвлет-функцию и является значительно более гладким, чем вейвлет Добеши первого порядка (вейвлет Хаара), что, в свою очередь, обуславливает более высокое его быстродействие.

Вейвлет-функции Мейера определены в частотной области следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{\psi} &= (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{i\omega} \sin\left(\frac{\pi}{2} \nu\left(\frac{3}{2\pi}|\omega|-1\right)\right), \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{2\pi}{3} \\ \hat{\psi} &= (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{i\omega} \sin\left(\frac{\pi}{2} \nu\left(\frac{3}{2\pi}|\omega|-1\right)\right), \frac{4\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{8\pi}{3} \\ \hat{\psi}(\omega) &= 0, \omega \in \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}\right]. \end{aligned} \quad (7)$$

В данной работе применяются следующие критерии для перечисленных выше видов вейвлет преобразований:

– минимаксный критерий с мягким видом трешолдинга, позволяющим использовать порог, пересчитыва-

емий для кожного з рівней розкладання даних, вейвлет-функцією Добеши 4-го порядку;

– універсальний критерій Донохо-Джонстона з жетким видом трешолдинга, позволяющим использовать порог, единый для всех уровней разложения, симлетом восьмого порядка;

– критерій несмещенной оценки риска Штайна с мягким видом трешолдинга, позволяющим использовать порог, пересчитанный только для первого уровня разложения данных, вейвлет-функцією Добеши 4-го порядка;

– модифицированный критерій Штайна с мягким видом трешолдинга, позволяющим использовать порог, единый для всех уровней разложения, дискретной вейвлет-функцією Мейера.

4 РЕЗУЛЬТАТЫ

Предложенный способ моделирования ошибки многолучевости проверялся как на модельных входных данных, так и на реальных спутниковых сигналах.

В качестве модельной последовательности входных данных использовалась комбинация сигналов с изменяющейся частотой, амплитудой и фазой. Так, первые 500 отсчетов представляют собой гармоническую функцию (синус) с амплитудой 5 и частотой 90Гц, с 501 по 1800 отсчет – функцию синус с амплитудой 7 частотой 120 Гц, а с 1801 по 2300 отсчет – функцию синус с амплитудой 19 частотой 120 Гц и сдвигом фазы $\pi/2$, дополнительно сигнал был усложнен добавлением белого шума с дисперсией 1м. Подобная схема сигнала была использована в работе [4], для оценки скорости адаптации предлагаемого метода к смене параметров квазипериодичности в анализируемом потоке данных.

Кривая «1» на рис. 2 – исходный квазигармонический сигнал, описанный выше, кривая «2» – результат коррекции ошибки на выходе ВП. Как видно, СКО не зависит от амплитуды входных данных, и составляет порядка 0,5 м

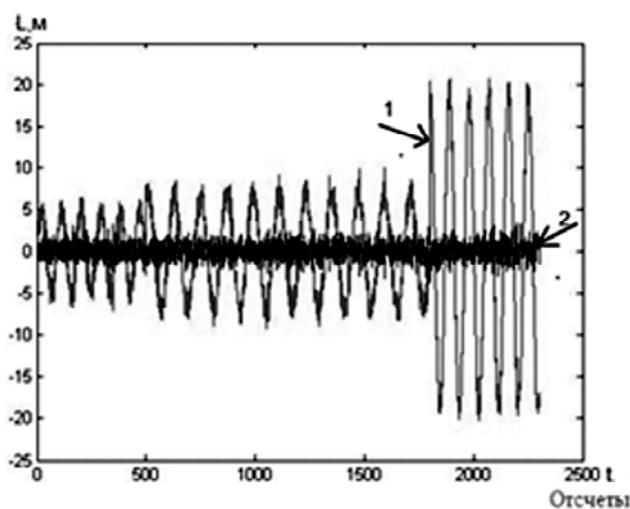


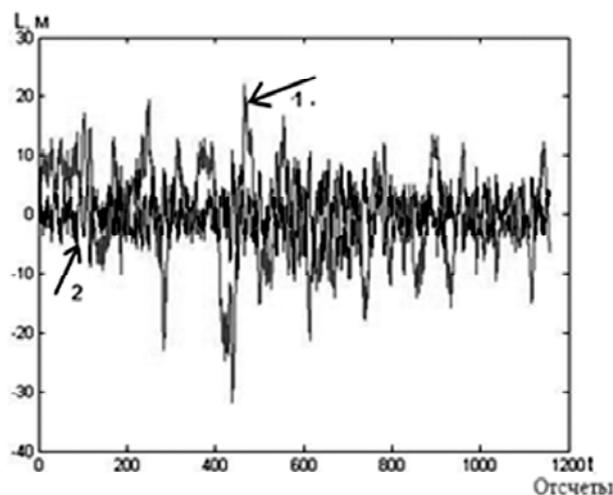
Рисунок 2 – Ошибка на выходе вейвлет-преобразования (вейвлет Мейера)

(табл. 1) для любого из рассматриваемых вейвлет-преобразований, что позволяет уменьшить влияние ошибки многолучевости вне зависимости от ее амплитуды.

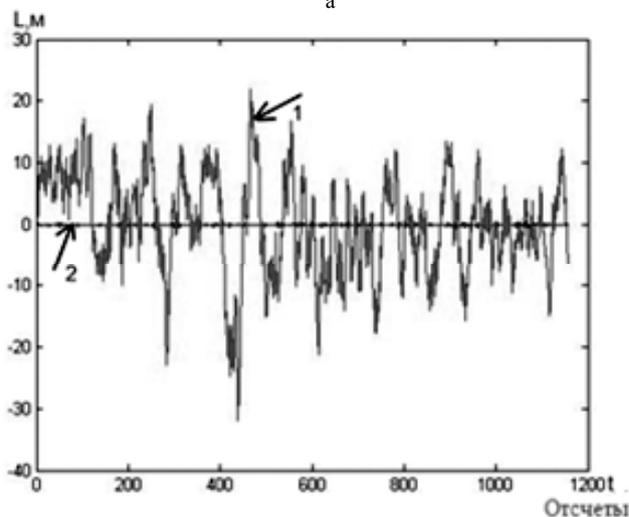
Далее, предложенный метод испытывался на реальных данных, которые собой представляют выборку разницы кодовых и фазовых измерений для одного из спутников системы GPS, снятые в условиях плотной городской застройки, при ясной и солнечной погоде.

Кривая «1» на рис. 3 обозначает входные разности кодовых и фазовых измерений, отфильтрованные методом скользящего среднего, кривая «2», является результатом коррекции на выходе процедуры фильтрации. Зависимость СКО ошибки от типа вейвлет-преобразования приведена в табл. 2.

Таким образом, можно заключить, что предложенный метод может достаточно эффективно детектировать



а



б

Рисунок 3 – Ошибка на выходе вейвлет-преобразования: а – минимаксный критерий, вейвлет Добеши 4го порядка; б – вейвлет Мейера

Таблица 1 – Зависимость СКО от типа используемого вейвлет-преобразования

Тип вейвлета	Минимаксный критерий, вейвлет Добеши	Критерий Штайна, вейвлет Добеши	Симлет	Вейвлет Мейера
СКО	0,51 м	0,53 м	0,58 м	0,48 м

Таблиця 2 – Зависимость СКО от типа используемого вейвлет-преобразования

Тип вейвлета	Минимаксный критерий, вейвлет Добеши	Критерий Штайна, вейвлет Добеши	Симлет	Вейвлет Мейера
СКО	3,51 м	1,53 м	1,58 м	0,13 м

квазипериодичность сигнала в анализируемых данных. Наилучшие результаты показал вейвлет Мейера, в силу универсальности своей вейвлет-функции. Сравнение итогов работы предложенного метода коррекции и метода, приведенного в работе [4], показывает, что СКО ошибки при коррекции многолучевости с помощью адаптивного режекторного фильтра составило порядка 1м. Таким образом, использование вейвлет-функции Мейера оказывается более предпочтительным для решения поставленной задачи (в остальных случаях эффект коррекции соразмерен с [4]). Однако в данном случае следует также учитывать значительную вычислительную сложность вейвлет-преобразований по сравнению с адаптивным режекторным фильтром.

ВЫВОДЫ

Предложенный метод детектирования и коррекции ошибки многолучевости может эффективно использоваться в приемниках спутниковых сигналов на этапе постобработки данных. Основным преимуществом предлагаемого подхода является уменьшение влияния ошибки многолучевости на качество навигационного решения в режиме реального времени без использования сложных в реализации аппаратных методов борьбы. Как показывают данные испытаний предлагаемого метода, можно снизить влияние ошибки многолучевости на погрешность оценки местоположения (изначально достигающей до сотни метров) до уровня единиц метров и ниже (соответствует подавлению амплитуды этого вида навигационной ошибки на 2 порядка), что позволяет существенно повысить точность позиционирования в условиях сложного рельефа.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают признательность:

1. Юрьеву Константину Валерьевичу, начальнику сектора ООО «НТЛаб – Системы»;
2. Саковичу Роману Владимировичу, инженеру – программисту ООО «НТЛаб – Системы»;
3. За организационную, техническую и мотивационную поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kaplan E. Understanding GPS. Principles and application. Second Edition / E. Kaplan, C. Hegarty – Norwood : ARTECH HOUSE,

Козадаев К. В.¹, Козлова Е. И.², Митрахович И. О.³, Кірэева С. І.⁴

¹Завідувач кафедри інтелектуальних систем, факультету радіофізики та комп'ютерних технологій, Білоруського Державного Університету, кандидат ф-м наук, доцент, Мінськ, Білорусь

²Доцент кафедри інтелектуальних систем, факультету радіофізики та комп'ютерних технологій, Білоруського Державного Університету, кандидат ф-м наук, доцент, Мінськ, Білорусь

³Аспірант кафедри інтелектуальних систем, факультету радіофізики та комп'ютерних технологій, Білоруського Державного Університету, магістр ф-м наук, Мінськ, Білорусь

⁴Бакалавр, Випускниця кафедри інтелектуальних систем, факультету радіофізики та комп'ютерних технологій, Білоруського Державного Університету. Мінськ, Білорусь

КОРЕКЦІЯ ПОХИБКИ БАГАТОПРОМЕНЕВИМИ У ПОКАЗАННЯХ СУПУТНИКОВИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕТВОРЕННЯ ЇХ СИГНАЛІВ

Актуальність. Це дослідження спрямоване на підвищення точності супутникових навігаційних систем за рахунок корекції помилки багатопроменевості при поширенні супутникового радіосигналу. Завдання зменшення впливу ефекту багатопроменевості на точність

INC, 2006. – 723 p.

2. Михайлов С. В. Влияние многолучевости распространения радиоволн от навигационного космического аппарата на точность определения координат GPS-приемником / С. В. Михайлов // Беспроводные технологии. – 2006. – № 2. – С. 60–71.
3. Parkinson B. W. Global Positioning System: Theory and Application / B. W. Parkinson // Washington DC: American Institute of Aeronautics & Astronautics, Inc. – 1996. – Vol. I – 793 p.
4. Митрахович И. О. Уменьшение влияния эффекта многолучевости на точность спутниковых навигационных систем с помощью режекторного фильтра / И. О. Митрахович, К. В. Козадаев // Вестник БГУ. Серия 1. – 2016. – № 3. – С. 84–89
5. Takasu T. RTKLib ver 2.4.2 Manual / T. Takasu. – Tokyo : IPNT-J, 2013. – 183 p.
6. Chang X.-W. MLAMBDA: a modified LAMBDA method for integer least-squares estimation / X.-W. Chang, X. Yang, T. Zhou // J Geod. – 2005 – № 79. – P. 552–565. DOI: 10.1007/s00190-005-0004-x
7. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов / Б. Уидроу, С. Стирнз. – М. : Радио и связь, 1985. – 440 с.
8. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам / И. Добеши. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
9. Fant G. Acoustic Theory of Speech Production / G. Fant. – Mouton, The Hague, 1970. – 328 p.
10. Flanagan J. L. Speech Analysis, Synthesis and Perception, 2nd Ed. / J. L. Flanagan. – Springer-Verlag, New York, 1972. – 428 p.
11. Рабинер Л. Р. Цифровая обработка речевых сигналов / Рабинер Л. Р., П. В. Шафер ; пер. с англ. Под ред. М. В. Назарова и Ю. Н. Прохорова. – М. : Радио и связь, 1981. – 496 с., ил.
12. Московский С. Б. Очистка сигнала от шумов с использованием вейвлет-преобразования / С. Б. Московский, А. Н. Сергеев, Н. А. Лалина // Universum: Технические науки : электрон. научн. журн. – 2015. – № 2 (15).
13. Козлова Е. И. Выделение полезного сигнала речевого сообщения на фоне случайных шумов с помощью вейвлет-преобразования / Е. И. Козлова, Е. И. Киреева, И. О. Митрахович // Электроника-инфо. – 2016. – № 10. – С. 52–55.
14. Berkner K. Multiscale Sharpening and Smoothing in Besov Spaces with Applications to Image Enhancement / K. Berkner, M. Gormish, E. L. Schwartz // Applied and Computational Harmonic Analysis. – 2001. – 11. – P. 2–31. DOI:10.1006/acha.2000.0339
15. Яковлев А. Н. Введение в вейвлет-преобразования : учеб. пособие / А. Н. Яковлев. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.

Статья поступила в редакцию 27.04.2017.

После доработки 20.09.2017.

навігаційного рішення – одна з актуальних проблем в сучасному супутниковому позиціонуванні, оскільки похибка, яку вносить перевідбиття супутникових сигналів, може досягати десятків метрів, що значно ускладнює завдання побудови точного навігаційного рішення в умовах складного рельєфу (наприклад, в умовах щільної міської забудови, а також при використанні технологій супутникової навігації в проєктуванні і будівництві).

Мета. Основною метою є зменшення похибки, що вноситься помилкою багатопроменевості, (мінімум на один порядок), що дозволить значно збільшити точність рішення навігаційного завдання.

Метод. Розглядається метод корекції помилки багатопроменевості за допомогою вейвлет-перетворення поступаючих дальномірних вимірювань – різновид програмного методу боротьби з похибками навігаційного рішення.

Результати. Ефективність запропонованого методу продемонстровано як на змодельованому сигналі, так і на реальних даних супутникової навігації. Програмна реалізація алгоритму корекції і чисельні експерименти реалізовані засобами програмного пакету MATLAB. Результати показали ефективність застосування даного методу корекції багатопроменевості і підтвердили очікувану точність вимірювань після їх обробки запропонованим способом.

Висновки. Виходячи з результатів, отриманих в роботі, можна зробити висновок, що використання запропонованого алгоритму вейвлет-перетворення підвищує якість вихідних даних, що використовуються для отримання навігаційного рішення, в результаті підвищуючи його точність.

Ключові слова: глобальні навігаційні супутникові системи, багатопроменевість навігаційного сигналу, вейвлет-перетворення, точне позиціонування.

Kozadaev K. V.¹, Kozlova E. I.², Mitrakhovich I. A.³, Kireyeva K. I.⁴

¹Ph.D. Head of Intelligent systems department at Radiophysics and Computer Technologies Faculty. Belarusian State University, Minsk, Belarus

²Ph.D. Docent of Intelligent systems department at Radiophysics and Computer Technologies Faculty. Belarusian State University, Minsk, Belarus

³M. Sc, Postgraduate student of Intelligent systems department at Radiophysics and Computer Technologies Faculty. Belarusian State University, Minsk, Belarus

⁴B. Sc., alumnus of intelligent systems department at Radiophysics and Computer Technologies Faculty. Belarusian State University, Minsk, Belarus

THE MULTIPATH ERRORS CORRECTION IN THE TESTIMONY OF SATELLITE NAVIGATION SYSTEMS BASED ON THEIR SIGNALS WAVELET TRANSFORMS

Context. This research aims to improve the satellite navigation systems accuracy due to the correction of satellite signals multipath propagation errors. The multipath effect errors reducing problem on the navigation solutions accuracy is one of the most pressing problems in modern satellite navigation, because the error introduced by the satellite signals reflections can be up to tens of meters, which greatly complicates the precise positioning task in difficult terrain. For example, in dense urban development conditions, with using satellite navigation technologies in design and construction.

Objective. The main objective is to reduce multipath error signal at least one order, which will significantly increase the accuracy of the navigation task solution.

Method. When solving the relative positioning tasks, it is often difficult, basically from a financial point of view, to provide the entire receivers set with the same antennas using hardware methods. Including because of the effective use of funds, it was decided to consider the software methods. In this article, is considered a method for correcting the multipath error by using the wavelet transform of incoming navigation signals.

Results. The efficiency the proposed method is demonstrated on real satellite navigation data. Software implementation and all experiments are made by the computer mathematics package MATLAB. The results showed the multipath correction method efficiency and confirmed the expected accuracy after processing by the proposed technique.

Conclusions. Based on the results obtained in this paper, we can conclude that the use of wavelet transformation improves the measurements quality used to obtain a navigation solution, thereby increasing its accuracy, regardless of terrain.

Keywords: Global navigation satellite systems, Multipath of navigation signal, Wavelet-transformation, Precise positioning.

REFERENCES

1. Kaplan E., Hegarty C. Understanding GPS. Principles and application. Second Edition. Norwood, ARTECH HOUSE, INC, 2006, 723 p.
2. Mikhailov S. V. Radiowave from the navigation satellite propagation multipath influence on the accuracy of determining the coordinates by GPS-receiver, *Wireless Technologies*, 2006, No. 2, P. 60–71.
3. Parkinson B. W. Global Positioning System: Theory and Application. Washington DC: American Institute of Aeronautics & Astronautics, Inc., 1996, Vol. I, 793 p.
4. Mitrakhovich I. A., Kozadaev K. V. Notch filter reducing the multipath effects influence on the satellite navigation systems accuracy, *Vestnik BSU. Serie 1*, 2016, No. 3, pp. 84–89
5. Takasu T. RTKLib ver 2.4.2 Manual. Tokyo, IPNT-J, 2013, 183 p.
6. Chang X.-W., Yang X., Zhou T. MLAMBDA: a modified LAMBDA method for integer least-squares estimation, *J Geod*, 2005, No. 79, pp. 552–565. DOI 10.1007/s00190-005-0004-x
7. Widrow B. S. Stearns Adaptive signal processing. Moscow, Radio and Communication, 1985, 440 p.
8. Daubechies I. Ten lectures on wavelets. Izhevsk, SRC “Regular and chaotic dynamics”, 2001, 464 p.
9. Fant G. Acoustic Theory of Speech Production, Mouton, The Hague, 1970, 328 p.
10. Flanagan J. L. Speech Analysis, Synthesis and Perception, 2nd Ed., Springer-Verlag, New York, 1972, 428 p.
11. Rabiner L. R., Shafer R. V. Transl. from Eng. Red by. M. V. Nazarova и Y. N. Prokhorova Speech signals digital processing. Moscow, Radio and Communication, 1981, 496 p.
12. Moskovsky S. B., Sergeev A. N., Lalina N. A. Signal purification from the noise using the wavelet transform, *Universum: Engineering: electronic scientific. Journal*, 2015, No. 2 (15).
13. Kozlova E. I., Kireyeva K. I., Mitrakhovich I. A. Voice message useful signal Isolation against a random noise influence using the wavelet transform, *Electronicka-Info*, 2016, No. 10, pp. 52–55
14. Berkner K., Gormish M., Schwartz E. L. Multiscale Sharpening and Smoothing in Besov Spaces with Applications to Image Enhancement, *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2001, Vol. 11, pp. 2–31. DOI:10.1006/acha.2000.0339
15. Yakovlev A. N. Introduction to wavelet transforms: A textbook. Novosibirsk, Publishing House of the National Technical University, 2003, 104 p.

¹Dr.Sc., Professor, Professor of department of automatics and telemechanics, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia; Professor of department of mathematical support of computer systems, Perm State National Research University, Perm, Russia

²PhD, Associate professor of department of software computer technology and automated systems, Perm Military Institute of National Guard Troops of the Russian Federation, Perm, Russia

STUDY OF THE MULTI-INPUT LUT COMPLEXITY

Context. The programmable logic integrated circuits FPGA (field-programmable gate array) used realization of the generator of functions LUT (Look Up Table), which is configured by loading a configuration memory for calculating a logic function in perfect disjunctive normal form (PDNF). The LUT dimension determines the technological limitations of Mead and Conway on the number of series-connected MOS transistors. The standard number of LUT inputs for many years was 3 or 4, and 4-LUT is constructed from two 3-LUTs with an additional 1-LUT. However, in many projects, it is required to calculate functions of a large number of arguments. This requires a multi-input LUT, which is built as a decomposition of 3-LUT, 4-LUT. The speed of computing logic functions determines by the delay in the coupling matrices, so this decomposition leads to a decrease in performance. In recent years, the direction of adaptive logical modules (ALM) has been actively developing, in which the user has access to various versions of logical elements for five, six and even seven, eight variables, which leads to an increase in performance. However, the manufacturer's documentation does not provide a detailed description of the features of such multi-input LUTs, taking into account the Meade-Conway constraints. In addition, there are no estimates of complexity and speed of multi-input LUTs. The analysis of sources allows suggests a further increase in the LUT bit capacity and the convergence of FPGA and CPLD (complex programmable logic devices) capabilities in terms of bit depth. Therefore, studies of the features of constructing multi-input LUTs are relevant and the authors attempted to analyze the implementation of such prospective multi-bit logic

Objective. The purpose of this work is to estimate the complexity and speed of the decomposition of a multi-bit LUT.

Method. Obtaining expressions for estimating the complexity and speed of decomposition of a multi-bit LUT on a LUT of a lower bit length.

Results. A comparison of the complexity and delay in the number of transistors in the decomposition of a multi-bit LUT in the computer mathematics system Mathcad is performed.

Conclusions. The conducted researches made it possible to establish the features of constructing multi-bit LUTs and to evaluate various variants of decomposition with further increase in the LUT dimension with the subsequent choice of the optimal ALM variant.

Keywords: logic element, FPGA, LUT, transistor, adaptive logic module, decomposition, complexity, speed.

NOMENCLATURE

ALM – adaptive logic module;

FPGA – field programmable gate array;

LAB – physically grouped set of logical resources Logic Array Block;

LUT – the lookup table;

SRAM – static memory with random access;

LE – logical element;

RAM – random access memory;

ROM – read-only memory;

PDNF – perfect disjunctive normal form;

k – the dimension of the basic LUT;

n – amount of elements;

x_4, x_3, x_2, x_1 – input variables.

INTRODUCTION

LE of programmable logic integrated circuits of FPGA [1–3] type (field-programmable gate array) are ROM permanent memory devices (often called LUT-Look Up Table) implemented on a multiplexer whose data inputs are adjusted by constants. To configure a given logical function in RAM cells (SRAM), the corresponding truth table is loaded. When one of the 2^n paths in the transistor tree is activated by variables, the value of the logic function is read from the corresponding RAM cell and transmitted to the OUT output. Variable inverters ensure the realization of all members of a PDNF.

The optimal speed and complexity of representing typical logic functions is the use of LUT in four variables (4-LUT). Such LUT for the input variables x_4, x_3, x_2, x_1 (setting is 16 bits) is described by the expression:

$$z_{OUT}(x_4x_3x_2x_1) = \overline{ax_4x_3x_2x_1} \vee \overline{bx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{cx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{dx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{ex_4x_3x_2x_1} \vee \overline{fx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{gx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{hx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{ix_4x_3x_2x_1} \vee \overline{jx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{kx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{lx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{mx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{nx_4x_3x_2x_1} \vee \overline{ox_4x_3x_2x_1} \vee \overline{px_4x_3x_2x_1}. \quad (1)$$

1 PROBLEM STATEMENT

Given: adaptive logic modules FPGA Stratix III in seven variables [4, 5].

In the literature [6–8], the problems of decomposition of multi-bit LUT are not fully covered.

It is required: to assess the complexity and speed of the decomposition of a multi-bit LUT in order to identify features of the construction of adaptive logic modules and the prospects for further increasing the bit capacity.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

Stratix III FPGAs have adaptive (ALM) logical blocks that are combined into logical blocks (LAB) [4], which implement functions of even seven variables. The peculiarities of the implementation of such LUTs are of interest. The fact is that due to the limitations of Meade and Conway on the number of consecutively connected transistors [5], the tree of transmitting transistors can not contain more than four transistors in the chain. It is necessary to decompose the multi-bit LUT into LUTs of lesser length, that is, to construct a tree from the subtrees.

FPGA Stratix III is described in a sufficient number of sources [6–8]. The structure of such FPGAs includes the so-called logic array blocks containing ALM, which can be configured to implement combinational logic, including arithmetic operations, as well as for the implementation of automata with memory.

The ALM architecture is compatible with the architecture of the 4-input LUTs, and one ALM can also implement any functions up to six variables and certain functions of seven variables. It is noted that such architecture wins on speed and efficiency (probably, it is a question of hardware expenses and the area of a crystal) – Fig. 1 [4].

In Fig. 1 indicates eight inputs of the adaptive LUT, which may give the impression of the possibility of implementing the 8-LUT. Even more confusing is the information contained in the presentation [9], where it is indicated that for the implementation of k -LUT, $2k$ bits of SRAM and a multiplexer are also needed $2k:1$, but this is impossible. Different modes of using ALM do not clarify the details (Fig. 2) [4].

Let's consider the primary source – the documentation on FPGA Stratix III [4], where the details of ALM are shown (Fig. 3).

Thus, it turns out that ALM is built not only on two 4-LUTs, but there are four LUTs in 3 variables (3-LUT), that so, from two 3-LUTs we can get one 4-LUT. Therefore, there are only four 4-LUTs, then it becomes clear how the 6-LUT is constructed – the two older variables e, f choose one of the four. In Fig. 5 control signals are not indicated on a number of multiplexers designated by trapezoids (LUT 1-6 are also multiplexers, but they are shown with control signals, the setting is implied).

3 MATERIALS AND METHODS

Let k be the dimension of the basic LUT ($k \in \{1, 2, 3, 4\}$).

For 1-LUT in principle up to $n=4$ there is no need for an output inverter. More than 4 for the indicated restrictions k at the moment is not practiced.

Let's estimate the complexity of LUT without

decomposition (“ideal” complexity, since this can only be up to $n=4$, no more):

$$L_n = 2^n \cdot 8 + 2^{n+1} + 2n, \quad (2)$$

where $2^n \cdot 8$ is the number of tuning elements (six SRAM transistors and two transistors are needed for each input of the tuning to implement the inverter at the input of the transistor tree); 2^n – the number of inverters in n variables; 2^{n+1} – number of elements of the tree of transmitting transistors with the output inverter.

When decomposing an n -tree with k LUT, $k \in \{1, 2, 3, 4\}$, $n \geq k, n \leq 8$:

$$L_{n,k} = 2^n \cdot 8 + (2^{k+1} + 2k) \cdot 2^{n-k} + (2^{2^{n-k}+1} + 2^{n-k+1}) + 2n, \quad (3)$$

where 2^{k+1} is the complexity of the tree k LUT; 2^k is the number of transistors in k inverters, 2^{n-k} need these trees, more LUTs for 2^{n-k} inputs (which can also be decomposed) are needed to connect the trees obtained with decomposition of 2^{n-k} trees, respectively complexity $2^{n-k+1} + 2 \cdot 2^{n-k} = 2^{n-k+2}$, where 2^{n-k+1} is the complexity

of the tree with the output inverter, $2 \cdot 2^{n-k} = 2^{n-k+1}$ – complexity of input inverters. The time delay in the decomposition is estimated by the length of the maximum path in the logical element from the input to the output. At the same time, without decomposition – with the “ideal” version (Figure 2) we get:

$$T_n = n + 2. \quad (4)$$

The path for decomposition in the transmitting transistors is also estimated by the value n , but due to additional inverters at the input and output in the LUT chain (Fig. 3, 4), it will be larger:

$$T_{n,k} = n + 2 \left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil. \quad (5)$$

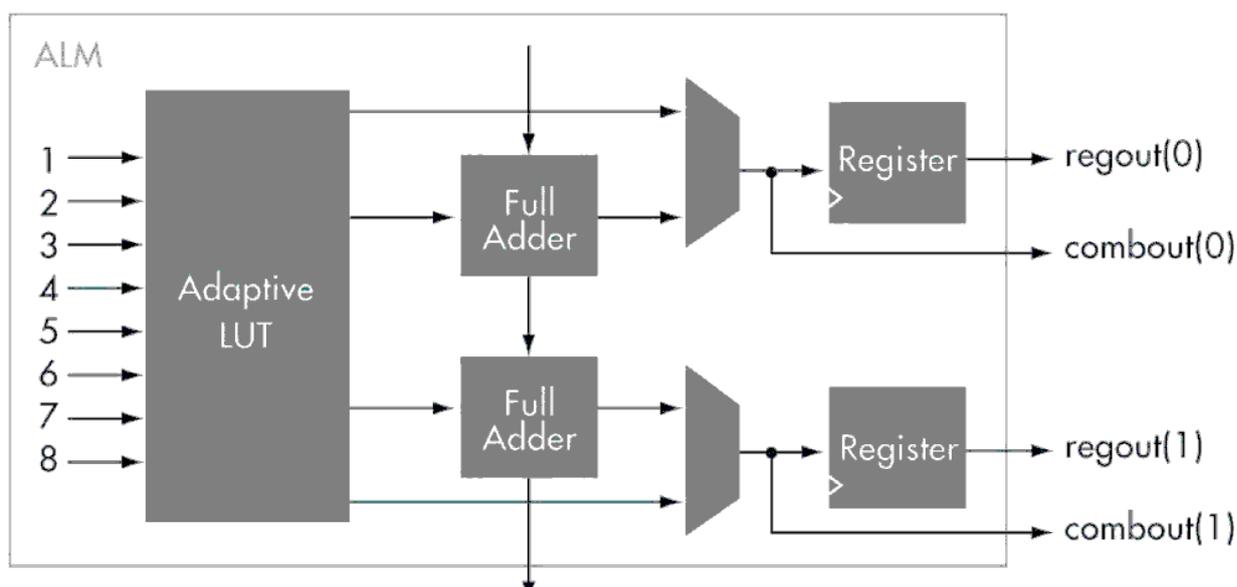


Figure 1 – Stratix III ALM

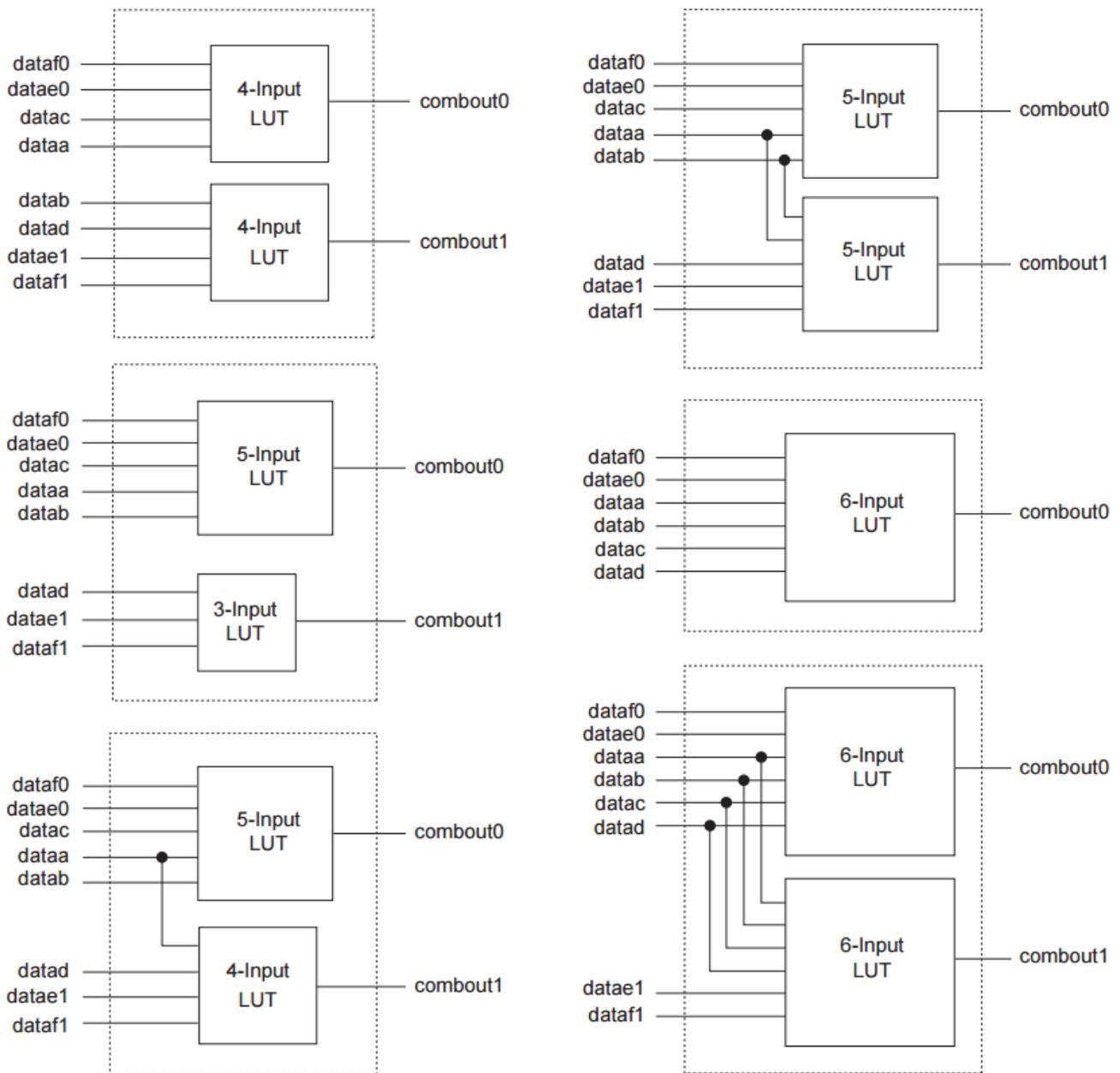


Figure 2 – ALM in Normal Mode

4 EXPERIMENTS

In the process of investigation, schemes of various variants of the multi-bit LUT ($n > 4$) were obtained and modeled. An example of the synthesis of a 6-LUT of four 4-LUTs and one 2-LUT is shown in Fig. 4.

In Fig. 4 2-LUT inputs have inverters, therefore, since the number of inverters on the signal path is even, the settings are recorded as usual.

5 RESULTS

We restrict ourselves to $n=8$, so it is assumed that the additional LUT will fit into the required decomposition parameters with k LUT, $k \in \{1, 2, 3, 4\}$. We use the computer mathematics system Mathcad. The graphs for comparing the complexity of the decomposition according to the expression (3) n LUT over k are shown in Fig. 5

The result is expected – the larger is the building block, the less is the cost for implementing a complex LUT for 5, 6, 7 and 8 variables. The graphs of the change (5) for $n=5\dots 8$ are shown in Fig. 6.

The graphs of the change (5) for $n=7\dots 10$ are shown in Fig. 7.

6 DISCUSSION

Thus, in the adaptive logic modules of the Stratix III FPGA there are two 4-LUTs, as indicated in the translation articles. However, in fact there are two more LUTs in 3 variables (3-LUT), from which two additional 4-LUTs can be built. In total, four 4-LUTs are obtained. It is clear how 5-LUT and 6-LUT are built from them. There is no difficulty in obtaining of two 5-LUTs. Therefore, the setting must contain at least 64 bits to specify any function of the six variables. It

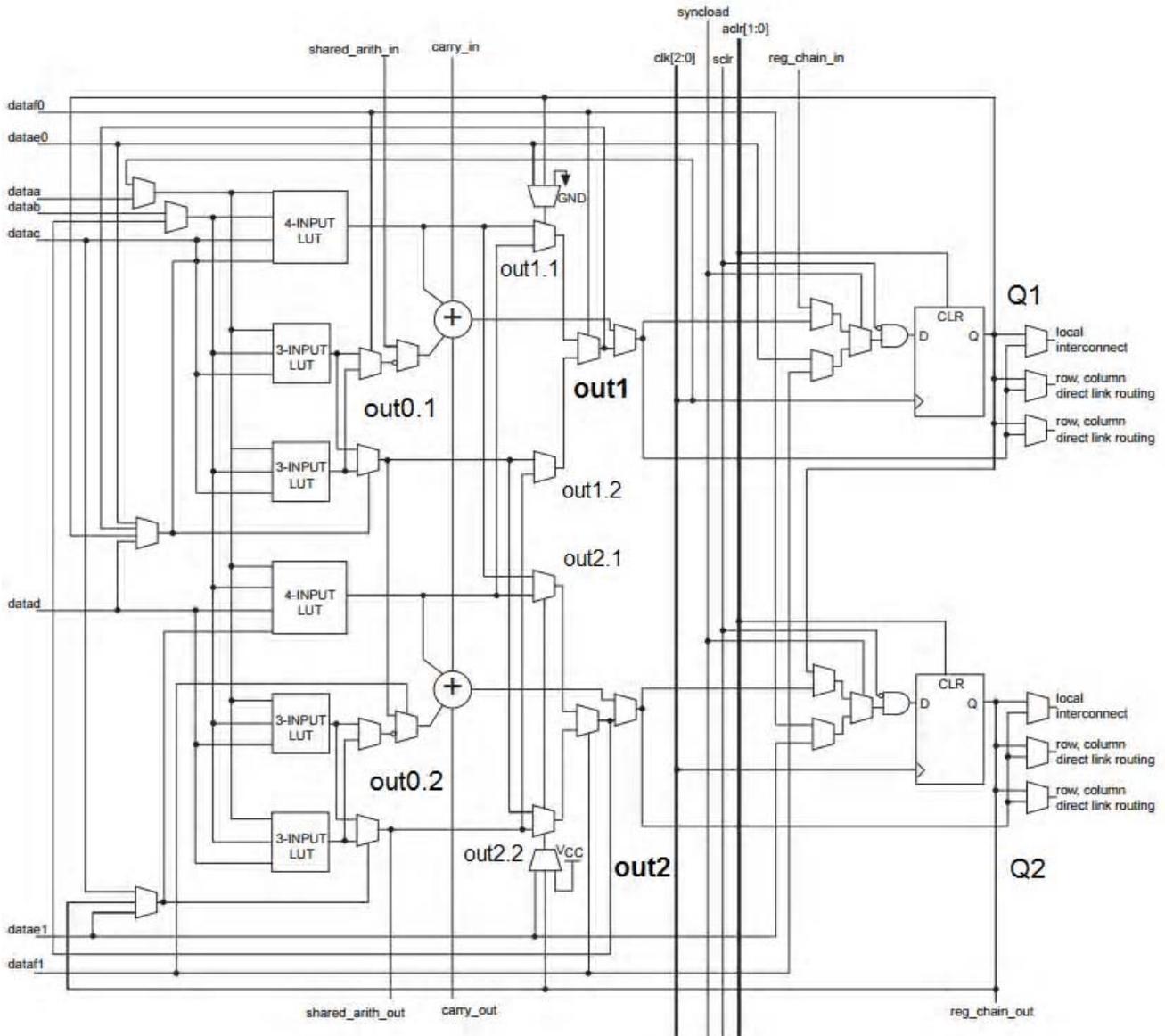


Figure 3 – Stratix III ALM Details

is advisable in the future by analyzing the ALM setup to obtain a logical model and check on it the compliance of the declared capabilities of ALM with the variants depicted in the documentation.

CONCLUSIONS

Analyzed decomposition of multi-bit LUT shows, that the most effective in terms of complexity and speed is the use of “building blocks” 4-LUT, as it is indicated in the available sources. It is interesting to build LUT on the basis of so-called 3D transistors, which are already actively used by leading firms. There is information about mitigating the limitations of Meade and Conway in such “advanced” technologies. In addition, it is advisable to investigate the problem of decomposition when introducing the fault tolerance facilities proposed in [10] into the LUT.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research was carried out with the support of the Department of Automation and Remote Control of the Perm

National Research Polytechnic University, and of the Department of Mathematical Support of Computer Systems of the Perm State National Research University. Special thanks to the honored inventor of Ukraine, Doctor of Technical Sciences, Professor Kharchenko Vyacheslav Sergeevich (National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”), and to the Doctor of Technical Sciences, Professor Drozd Alexander Valentinovich (Odessa National Polytechnic University).

REFERENCES

1. Kharchenko V. Green IT Engineering / V. Kharchenko, Y. Kondratenko, J. Kacprzyk (Eds.) // Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control. – Berlin, Springer. – 2017. – Vol. 74. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7.
2. Kharchenko V. Concepts of Green IT Engineering: Taxonomy, Principles and Implementation / [Kharchenko V., Illiashenko O.] // Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control. – 2017. – Vol. 74. – P. 3–20. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7_1.

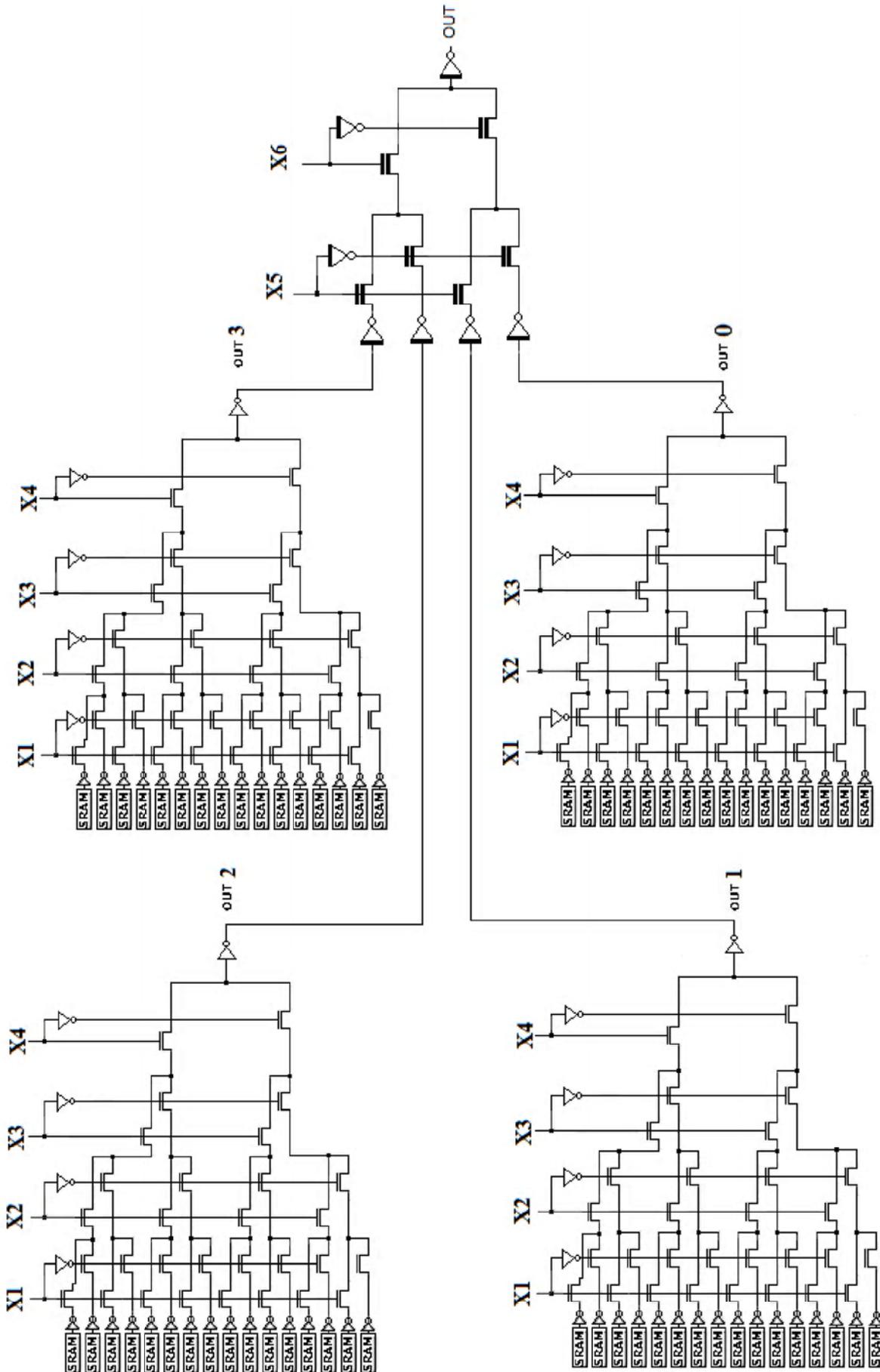


Figure 4 – 6-LUT, consisting of four 4-LUTs and one 2-LUT

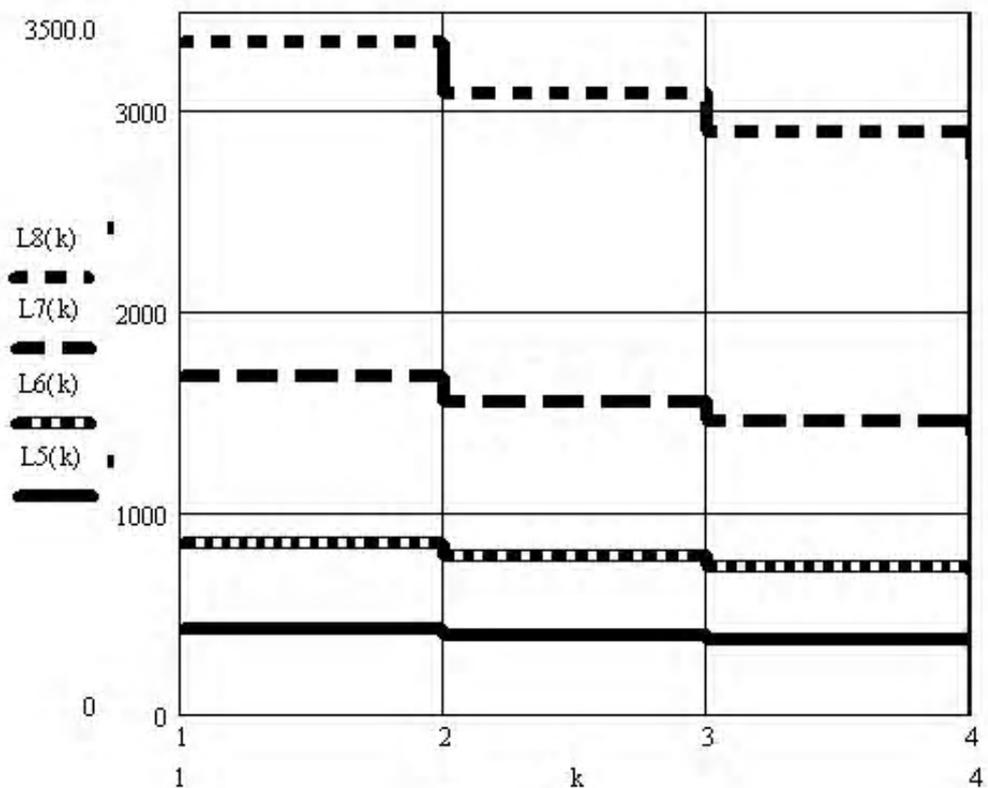


Figure 5 – Comparison of complexity of decomposition n LUT by k

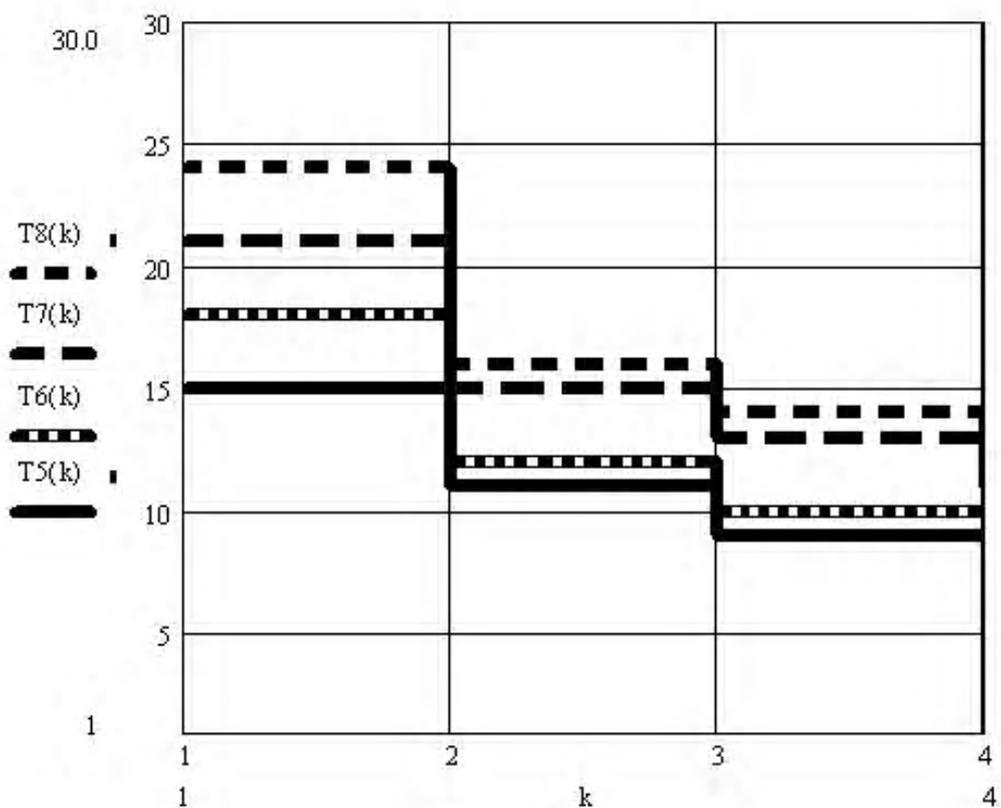


Figure 6 – Comparison of the delay LUT with decomposition for $n=5...8$ by k

3. Kondratenko Y. P. PLC-Based Systems for Data Acquisition and Supervisory Control of Environment-Friendly Energy-Saving Technologies / Y. P. Kondratenko, O. V. Korobko, O. V. Kozlov // Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control. – 2017. – Vol. 74. – P. 247–267. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7_13.
4. Stratix III Device Handbook, Volume 1 [electronic resource], access mode: https://www.altera.com/content/dam/altera-www/global/en_US/pdfs/literature/hb/stx3/stratix3_handbook.pdf
5. Intel HyperFlex FPGA Architecture Overview [electronic resource], access mode: <https://www.altera.com/products/fpga/stratix-series/stratix-10/features.html#hyperflexarchitecture>
6. Understanding How the New Intel HyperFlex FPGA Architecture Enables Next-Generation High-Performance Systems [electronic resource], access mode: <https://www.altera.com/products/fpga/stratix-series/stratix-10/features.html#hyperflexarchitecture>.
7. Tyurin S. F. The decoding of LUT FPGA configuration of the finite state machine with Quartus II / S. F. Tyurin, A. V. Grekov // International Journal of Applied Engineering Research. – 2016. – Vol. 11, No. 20. – P. 10264–10266.
8. Tyurin S. Green Logic: Models, Methods, Algorithms / S. Tyurin, A. Kamenskih // Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control. – 2017. – Vol. 74. – P. 69–86. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7_13.
9. Presentation on ALTERA'S FPGA Technology [electronic resource], Access mode: <http://www.authorstream.com/Presentation/hsrathore158-1410279-fpga>
10. Tyurin S. Green Logic: Green LUT FPGA Concepts, Models and Evaluations / S. Tyurin // Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control. – 2017. – Vol. 74. – P. 241–261. ISBN: 978-3-319-55594-2.

Article was submitted 22.09.2017.

After revision 16.11.2017.

Тюрін С. Ф.¹, Греков А. В.²

¹Заслужений винахідник Російської Федерації, д-р техн. наук, професор, професор кафедри автоматичної та телемеханіки Пермського національного дослідницького політехнічного університету, Перм, Росія; професор кафедри математичного забезпечення обчислювальних систем Пермського державного національного дослідницького університету, Перм, Росія

²Канд. техн. наук, доцент кафедри програмного забезпечення обчислювальної техніки і автоматизованих систем Пермського військового інституту військ національної гвардії Російської Федерації, Перм, Росія

ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНОСТІ БАГАТОРОЗРЯДНИХ LUT FPGA

Актуальність. У програмованих логічних інтегральних схемах FPGA (field-programmable gate array) використовується реалізація генератора функцій LUT (Look Up Table), який налаштовується шляхом завантаження конфігураційної пам'яті на обчислення однієї логічної функції в досконалії диз'юнктивній нормальній формі (СДНФ). Розмірність LUT визначають технологічні обмеження Міда – Конвей на число послідовно з'єднаних МОП транзисторів. Стандартним числом входів LUT довгі роки було 3, 4, причому 4-LUT будується з двох 3-LUT з додатковим 1-LUT. Однак у багатьох проєктах потрібно обчислювати функції великого числа аргументів. Для цього необхідний багаторозрядний LUT, який будується як декомпозиція 3-LUT, 4-LUT. Швидкодія обчислення логічних функцій визначається затримкою в матрицях зв'язків, тому така декомпозиція призводить до зниження швидкодії. В останні роки активно розвивається напрямок адаптивних логічних модулів (АЛМ), в яких користувачеві доступні різні варіанти логічних елементів на п'ять, шість і навіть на сім, вісім змінних, що призводить до підвищення швидкодії. Однак, детальний опис особливостей таких багаторозрядних LUT з урахуванням обмежень Міда-Конвей, оцінок складності і швидкодії в документації виробників відсутня. У той же час аналіз джерел дозволяє зробити висновок про подальше збільшення розрядності LUT і зближення можливостей FPGA і CPLD (complex programmable logic devices) в плані розрядності. Тому дослідження особливостей побудови багаторозрядних LUT є актуальними і авторами зроблена спроба аналізу реалізації такої перспективної багаторозрядної логіки.

Мета роботи – оцінка складності і швидкодії при декомпозиції багаторозрядного LUT.

Метод. Отримання виразів для оцінок складності і швидкодії декомпозиції багаторозрядного LUT на LUT меншої розрядності.

Результати. Виконано порівняння складності та затримки в кількості транзисторів при декомпозиції багаторозрядного LUT в системі комп'ютерної математики Mathcad.

Висновки. Проведені дослідження дозволили встановити особливості побудови багаторозрядних LUT і оцінювати різні варіанти декомпозиції при подальшому збільшенні розмірності LUT з подальшим вибором оптимального варіанта АЛМ.

Ключові слова: логічний елемент, ПЛІС типу FPGA, LUT, транзистор, адаптивний логічний модуль АЛМ, декомпозиція, складність, швидкодія.

Тюрин С. Ф.¹, Греков А. В.²

¹Заслуженный изобретатель Российской Федерации, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры автоматичної та телемеханіки Пермського національного дослідницького політехнічного університету, Перм, Росія; професор кафедри математичного забезпечення обчислювальних систем Пермського державного національного дослідницького університету, Перм, Росія

²Канд. техн. наук, доцент кафедри програмного забезпечення обчислювальної техніки і автоматизованих систем Пермського військового інституту військ національної гвардії Російської Федерації, Перм, Росія

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНОСТИ МНОГОРАЗРЯДНЫХ LUT FPGA

Актуальность. В программируемых логических интегральных схемах FPGA (field-programmable gate array) используется реализация генератора функций LUT (Look Up Table), который настраивается путем загрузки конфигурационной памяти на вычисление одной логической функции в совершенной диз'юнктивной нормальной форме (СДНФ). Размерность LUT определяют технологические ограничения Мида и Конвей на число последовательно соединенных МОП транзисторов. Стандартным числом входов LUT долгое время было 3, 4, причем 4-LUT строится из двух 3-LUT с дополнительным 1-LUT. Однако во многих проектах требуется вычислять функции большого числа аргументов. Для этого необходим многоразрядный LUT, который строится как декомпозиция 3-LUT, 4-LUT. Быстродействие вычисления логических функций определяется задержкой в матрицах связей, поэтому такая декомпозиция приводит к снижению быстродействия. В последние годы активно развивается направление адаптивных логических модулей (АЛМ), в которых пользователю доступны различные варианты логических элементов на пять, шесть и даже на семь, восемь переменных, что приводит к повышению быстродействия. Однако, детальное описание особенностей таких многоразрядных LUT с учетом ограничений Мида-Конвей, оценок сложности и быстродействия в документации производителей отсутствует. В то же время анализ источников позволяет

сделать вывод о дальнейшем увеличении разрядности LUT и сближении возможностей FPGA и CPLD (complex programmable logic devices) в плане разрядности. Поэтому исследования особенностей построения многоразрядных LUT являются актуальными и авторами предпринята попытка анализа реализации такой перспективной многоразрядной логики.

Цель работы – оценка сложности и быстродействия при декомпозиции многоразрядного LUT.

Метод. Получение выражений для оценок сложности и быстродействия декомпозиции многоразрядного LUT на LUT меньшей разрядности.

Результаты. Выполнено сравнение сложности и задержки в количестве транзисторов при декомпозиции многоразрядного LUT в системе компьютерной математики Mathcad.

Выводы. Проведенные исследования позволили установить особенности построения многоразрядных LUT и оценивать различные варианты декомпозиции при дальнейшем увеличении размерности LUT с последующим выбором оптимального варианта ALM.

Ключевые слова: логический элемент, ПЛИС типа FPGA, LUT, транзистор, адаптивный логический модуль ALM, декомпозиция, сложность, быстродействие.

REFERENCES

1. Kharchenko V., Kondratenko Y., Kacprzyk J. (Eds.) *Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control*. Berlin, Springer, 2017, Vol. 74. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7.
2. Kharchenko V., Iliashenko O. *Concepts of Green IT Engineering: Taxonomy, Principles and Implementation, Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control*, Berlin, Springer, 2017, Vol. 74, pp. 3–20. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7_1.
3. Kondratenko Y. P., Korobko O. V., Kozlov O. V. *PLC-Based Systems for Data Acquisition and Supervisory Control of Environment-Friendly Energy-Saving Technologies, Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control*, Berlin, Springer, 2017, Vol. 74, pp. 247–267. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7_13.
4. *Stratix III Device Handbook, Volume 1* [electronic resource], access mode: https://www.altera.com/content/dam/altera-www/global/en_US/pdfs/literature/hb/stx3/stratix3_handbook.pdf
5. *Intel HyperFlex FPGA Architecture Overview* [electronic resource], access mode: <https://www.altera.com/products/fpga/stratix-series/stratix-10/features.html#hyperflexarchitecture>
6. *Understanding How the New Intel HyperFlex FPGA Architecture Enables Next-Generation High-Performance Systems* [electronic resource], access mode: <https://www.altera.com/products/fpga/stratix-series/stratix10/features.html#hyperflexarchitecture>
7. Tyurin S. F., Grekov A. V. The decoding of LUT FPGA configuration of the finite state machine with Quartus II, *International Journal of Applied Engineering Research*, 2016, Vol. 11, No. 20, pp. 10264–10266.
8. Tyurin S., Kamenskih A. Green Logic: Models, Methods, Algorithms, *Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control*. Berlin, Springer, Vol. 74, 2017, pp. 69–86. DOI: 10.1007/978-3-319-44162-7_13.
9. *Presentation on ALTERA'S FPGA Technology* [electronic resource], access mode: <http://www.authorstream.com/Presentation/hsrathore158-1410279-fpga>
10. Tyurin S. Green Logic: Green LUT FPGA Concepts, Models and Evaluations, *Green IT Engineering: Concepts, Models, Complex Systems Architectures, Studies in Systems, Decision and Control*, Berlin, Springer, 2017, Vol. 74, pp. 241–261. ISBN: 978-3-319-55594-2.

Щапов П. Ф.¹, Коваль С. Н.², Король Е. И.³, Томашевский Р. С.⁴, Магдалиц Т. И.⁵¹Д-р техн. наук, профессор кафедры промышленной и биомедицинской электроники национального технического университета «Харьковский политехнический институт», Харьков, Украина²Д-р мед. наук, профессор, заведующий отделением артериальной гипертензии ГУ «Национальный институт терапии им. Л. Т. Малой НАМНУ», Харьков, Украина³Канд. техн. наук, доцент кафедры промышленной и биомедицинской электроники национального технического университета «Харьковский политехнический институт», Харьков, Украина⁴Канд. техн. наук, доцент кафедры промышленной и биомедицинской электроники национального технического университета «Харьковский политехнический институт», Харьков, Украина⁵Канд. мед. наук, Харьковской медицинской академии последипломного образования, кафедры терапии, нефрологии и семейной медицины, Харьков, Украина

ИНФОРМАТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ КАРДИОСИГНАЛОВ

Актуальность. Современная электрокардиография, несмотря на качественное улучшение в аппаратном обеспечении и возможности обработки данных, на сегодняшний день практически исчерпала ресурс получения дополнительной диагностической информации. В статье сделана попытка создания нового метода обработки электрокардиограмм на основе использования модели ЭКГ-сигнала, которая учитывает пьезоэлектрический эффект в некоторых биологических тканях и клеточных соединениях (кровь, стенки сосудов).

Цель работы. Вероятностное обоснование возможности формирования принципиально новых информативных диагностических признаков, использующих частотно-временную корреляцию между двумя вейвлет-спектрами ЭКГ-сигнала и его линейного преобразования.

Метод. В качестве экспериментальной модели используется аддитивная модель потенциала сердечной мышцы (наведенного электрического поля) и пьезоэлектрического потенциала системы «кровь-сосуды», вызванного сокращением миокарда. Для выделения влияния вызванного потенциала в работе предложен метод линейного преобразования ЭКГ-сигнала, обладающий высокой чувствительностью к локальной спектральной нестационарности. Для реализации этого метода использовано вейвлет-преобразование и предложен количественный показатель спектральной нестационарности ЭКГ-сигнала – коэффициент нормированной межспектральной корреляции (КНМК). Разработанный математический аппарат в работе использован для анализа двух электрокардиографических сигналов, условной нормы и с последствием инфаркта миокарда.

Результаты. В результате рассчитанных КНМК показана возможность количественного различия этих состояний с достаточно высокой статистической достоверностью. Базовым результатом работы является вероятностное обоснование возможности формирования принципиально новых информативных диагностических признаков, использующих частотно-временную корреляцию между двумя вейвлет-спектрами ЭКГ-сигнала и его линейного преобразования. Высокая чувствительность и информационная значимость корреляционных диагностических признаков подтверждены примерами дискриминации параметрически неоднородных ЭКГ-сигналов.

Выводы. Теоретически и экспериментально подтверждена спектральная нестационарность кардиосигнала; получена функциональная связь спектральной нестационарности ЭКГ-сигнала с эффектами квантованности скорости его изменения; разработан метод параметрического определения коэффициента межспектральной корреляции, позволяющий количественно описать динамику локально-спектральных изменений кардиосигнала для задач автоматического экспресс контроля и диагностики кардиосостояний и проведена его апробация.

Ключевые слова: квантованность скорости кардиосигнала, спектральная нестационарность, вейвлет-преобразование, преобразование кардиосигнала, корреляция вейвлет-спектров.

НОМЕНКЛАТУРА

$E(t)$ – электрофизиологический сигнал, соответствующий активности миокарда за время наблюдения;

$e(t)$ – наведенный суммарный пьезопотенциал клеточных структур системы «кровь-сосуды», меняющийся скачкообразно;

λ – интенсивность потока дискретных изменений процесса $e(t)$;

$U(t)$ – ЭКГ-сигнал;

$S(\omega)$ – спектральная плотность сигнала;

T – интервал времени наблюдения сигнала $U(t)$;

$\xi(t)$ – линейное преобразование сигнала $U(t)$;

$v(a, b)$ – результат вейвлет-преобразования сигнала $U(t)$;

$v(a, b)$ – результат вейвлет-преобразования сигнала

$\xi(t)$;

R_{vv} – нормированный совместный момент второго порядка случайных величин $v(a, b)$ и $v(a, b)$;

$X1_j$ и $X2_j$ – выборки ЭКГ-сигналов $U_{i,j}$ группированные по двум состояниям S_1 – норма (отсутствие сердечной патологии) и S_2 – инфаркт;

$dX1_j$ и $dX2_j$ – массивы производных ЭКГ-сигналов $dU_{i,j}$.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы совершенствования информационных технологий электрокардиографической диагностики вряд ли будут сняты с повестки дня, особенно для задач неинва-

живной электрофизиологии. Такие технологии хорошо дополняют врачебную логику описания изменений при традиционном контурном анализе электрокардиограмм (ЭКГ), обеспечивая получение дополнительной, хотя и экономически затратной, диагностической информации. Такая дополнительная информация характерна для электрокардиографии 3-го и 4-го поколений, базирующихся на использовании программного обеспечения систем ЭКГ высокого разрешения [1], спектрально-временного [2], поверхностного и дисперсионного картирования [4], дипольной электрокардиотопографии [4], анализа дисперсии амплитудных и временных характеристик P-QRS-T (анализ «beat-to-beat») [5] и т.д. В основе всех современных технологий кардиографического обследования лежат биофизически обоснованные многофакторные модели математического описания кардиологических процессов.

Главный недостаток таких информационных технологий – отсутствие предпосылок их последующего развития и совершенствования на базе принципиально новых вероятностно-статистических подходов по выделению скрытой информации. Такая информация содержится в динамике локальных электропотенциальных переходных процессов, зависящих не только от состояния сердечно-сосудистой системы, но и от электрофизических свойств некоторых тканей организма (кровь, стенки сосудов). Такая скрытая информация может позволить количественно выделить параметры динамического расогласования в «системе управления» электрической активностью сердца. Это расогласование, для существующих информационных электрокардиографических технологий, статистически не значимо, поскольку является случайным факторным возмущением, неслучайная динамика которого скрыта в его остаточной дисперсии.

Цель работы – вероятностное обоснование возможности формирования принципиально новых информативных диагностических признаков, использующих частотно-временную корреляцию между двумя вейвлет-спектрами ЭКГ-сигнала и его линейного преобразования.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть мы имеем выборки дискретизированных ЭКГ-сигналов $U_{i,j}$ группированные по K состояниям, где $i = 1, 2, \dots, K$ – номер состояния; $j = 1, 2, \dots, N$ – номер сигнала в массиве. Каждый сигнал $U_{i,j}$ может быть представлен аддитивной моделью мышечной активности миокарда $E(t)$ и наведенного суммарного пьезопотенциала $e(t)$ клеточных структур, меняющийся скачкообразно с интенсивностью потока скачков λ . Согласно предложенной модели известно, что выборки сигналов по состояниям K отличаются интенсивностью потоков λ .

Тогда задача работы заключается в поиске информативных параметров для достоверной классификации состояния кардиосигнала $U_{i,j}$, на основе корреляционно-спектральных функций.

2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

В классическом представлении ЭКГ-сигнал является разностью электрических потенциалов, измеренных

на поверхности тела и являющихся следствием мышечной активности миокарда. При этом сердце рассматривается как источник электрического поля $E(t)$, наводящего электрический ток $i(t)$, который протекает через последовательность электрических сопротивлений R_A, R_B, R_{AB} (отделы грудной клетки, конечности) (см. рис. 1) [6]. ЭКГ-сигнал $U(t)$ контактно снимается с двух точек поверхности тела, и представляет собой разность потенциалов φ_A и φ_B . В норме ЭКГ-сигнал является квазистационарным и имеет строго определенную форму, условно разделенную на интервалы, по соответствию определенным функциональным этапам работы сердца.

В ряде работ представлены теоретические и экспериментальные доказательства пьезоэлектрического эффекта макробиологических структур [7, 8], в том числе и структур, входящих в гидравлическую систему кровообращения. Так как, в качестве генератора механической нагрузки в такой системе выступает сердце, а в качестве объекта воздействия – клеточные структуры системы «кровь-сосуды», то наведенный суммарный пьезопотенциал $e(t)$ теоретически несет информацию о функциональном состоянии всей системы кровообращения. В работе [9] экспериментально доказано существование такого потенциала и показано, что они имеют дискретный (квантовый) характер и малые значения амплитуды (порядка мкВ). Эквивалентная электрическая схема формирования ЭКГ-сигнала (рис. 1) с учетом этого пьезопотенциала будет иметь вид, представленный на рис. 2.

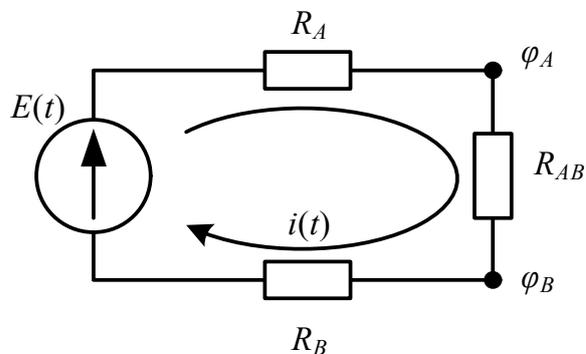


Рисунок 1 – Эквивалентная электрическая схема формирования ЭКГ-сигнала

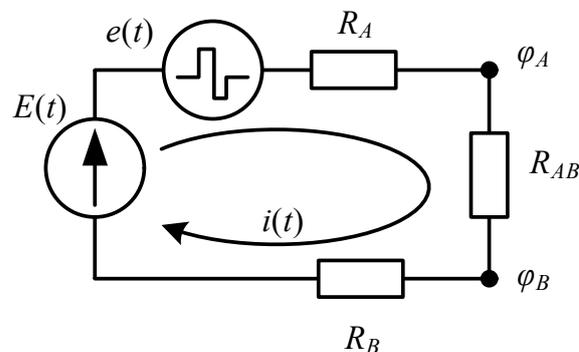


Рисунок 2 – Эквивалентная электрическая схема формирования ЭКГ-сигнала с учетом пьезопотенциала

При этом ЭКГ-сигнал может быть представлен в виде аддитивной модели

$$U(t) = E(t) + e(t), \quad (1)$$

где $E(t)$ – электрофизиологический сигнал, соответствующий активности миокарда за время наблюдения; $e(t)$ – наведенный суммарный пьезопотенциал клеточных структур системы «кровь-сосуды», меняющийся скачкообразно.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Аддитивная модель (1), как случайный процесс $U(t)$, нестационарность которого, определяет скачкообразный процесс $e(t)$, можно рассматривать, как случайный телеграфный сигнал [10]. Такой сигнал формируется на основе стационарного пуассоновского потока с интенсивностью λ упорядоченных временных точек $(t_k, k = 0, 1, 2, \dots, n)$. Будем считать, что $e(t) = m$, если n – четное, и $e(t) = -m$, если n – нечетное, $m = 0,5(e_{\max} - e_{\min})$.

Если начало отсчета – детерминировано ($e(t_0) = m$), что может быть обеспечено выбором детерминированного участка $E(t)$, например начало QRS-комплекса, то математическое ожидание процесса $e(t)$ является функцией времени t

$$M[e(t)] = m \cdot e^{-2\lambda t}.$$

Это указывает на априорную нестационарность процесса $e(t)$ на конечном интервале T времени наблюдения кардиосигнала, а следовательно, и всей аддитивной модели $U(t)$.

Спектральная плотность $e(t)$ имеет вид [11]

$$S_e(\omega) = \frac{m^2}{\pi} \cdot \frac{2\lambda}{4\lambda^2 + \omega^2}. \quad (2)$$

Считая процессы, $E(t)$ и $e(t)$ независимыми, что соответствует условию их аддитивности, спектр $U(t)$ определим, как сумму спектров составляющих процессов $E(t)$ и $e(t)$

$$S_U(\omega) = S_E(\omega) + S_e(\omega).$$

Случайный периодический нестационарный процесс $U(t)$ должен иметь спектр с изменяющейся мощностью гармоник в пределах интервала T времени его наблюдения. Это обусловлено случайностью пуассоновского потока временных точек $\{t_k\}_1^n$ и нестационарностью случайного процесса $e(t)$ по математическому ожиданию $M[e(t)]$. Это приводит, в свою очередь, и к изменению средней мощности гармоник для разных моментов времени внутри интервала T . Если рассматривать спектр процесса $U(t)$, т.е. спектр всего кардиосигнала в частот-

но-временной плоскости $[a, b]$ его вейвлет-преобразования (a – масштаб, b – временной сдвиг [12]) то имеет смысл рассматривать этот спектр как реализацию двумерной (зависящей от a и b) случайной величины. Информацию о неслучайных параметрах кардиосигнала будут нести не только средние значения (по a или b) спектра, но и отклонения от него отдельных гармоник. Для получения информации нужно подвергнуть процесс $U(t)$ безинерционному преобразованию $\xi(t) = L[u(t)]$, которое, не меняя вероятностной модели исходного процесса $U(t)$, внесет частотно-временные изменения в числовые характеристики (например, в среднее и дисперсию) гармоник спектра $v(a, b)$ преобразованного процесса. Информацию о свойствах спектральной нестационарности процесса $U(t)$ можно получить исследуя, например, функцию когерентности взаимосвязанных процессов $U(t)$ и $\xi(t)$. Такая функция используется для количественного описания стохастических связей периодически нестационарных случайных процессов [13], позволяя выявлять взаимокорреляционные и взаимоспектральные отличия таких процессов. Чаще всего функция когерентности конкретизируется для амплитудно- и фазомодулированных сигналов, при идентификации и локализации источников их искажения.

По отношению к спектрам $v(a, b)$ и $v(a, b)$ сигнала $U(t)$ и его преобразования $\xi(t)$, функция когерентности может быть трансформирована в коэффициент нормированной межспектральной корреляции (как аналога функции автокогерентности [14]):

$$R_{vv} = \frac{M \left[\overset{\circ}{v}(a, b) \cdot \overset{\circ}{v}(a, b) \right]}{M \left[\overset{\circ}{v}(a, b)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot M \left[\overset{\circ}{v}(a, b)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (3)$$

Фактически, R_{vv} – это нормированный совместный момент второго порядка случайных величин $v(a, b)$ и $v(a, b)$.

Если в качестве процесса $\xi(t)$ рассматривать скорость $V_U(t)$, то корреляция R_{vv} между суммарной мощностью двух гармоник процесса $U(t)$ на частотах ω_1, ω_2 ($\omega_2 > \omega_1$)

$$v = S_e(\omega_1) + S_e(\omega_2) + S_E(\omega_1) + S_E(\omega_2) \cdot v = S$$

и мощностью v гармоник спектра процесса $V_U(t)$

$v = \omega_1^2 \cdot S_e(\omega_1) + \omega_2^2 \cdot S_e(\omega_2) + \omega_1^2 \cdot S_E(\omega_1) + \omega_2^2 \cdot S_E(\omega_2)$, будет определяться числовыми характеристиками двух случайных гармоник спектра $v(a, b)$ исходного процесса. К таким характеристикам следует отнести дисперсию σ_1^2 и σ_2^2 гармоник на частотах ω_1 , и ω_2 , а также нормированный коэффициент R их парной корреляции.

Если ввести обозначения

$$\begin{cases} \gamma_{\omega} = \frac{\omega_2}{\omega_1}; \\ \gamma_{\sigma} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \end{cases}$$

то правая часть уравнения (3) примет вид

$$R_{v\omega} = \frac{1 + \gamma_{\omega}^2 \gamma_{\sigma}^2 + (1 + \gamma_{\omega}^2) \cdot R \cdot \gamma_{\sigma}}{(1 + \gamma_{\sigma}^2 + 2R\gamma_{\sigma})^{1/2} \cdot (1 + \gamma_{\omega}^4 \gamma_{\sigma}^2 + 2R\gamma_{\omega}^2 \gamma_{\sigma})} \quad (4)$$

Отношение γ_{σ} с учетом математической модели (2) спектральной плотности $S_e(\omega)$ и асимптотическом стремлении дисперсий σ_1^2 и σ_2^2 к нулю, примет вид

$$\gamma_{\sigma} = \left[\frac{(2\lambda)^2 + \omega_1^2}{(2\lambda)^2 + \omega_2^2} \right] \quad (5)$$

Уравнения (4) и (5) показывают, что коэффициент $R_{v\omega}$ межспектральной корреляции зависит только от вероятностных свойств спектра $v(a, b)$ нестационарного процесса $e(t)$. Спектр $S_E(\omega)$ не участвует в формировании коэффициента $R_{v\omega}$. По сути, энергетически более слабый квантованный процесс $e(t)$ задает модель спектральной нестационарности всего кардиосигнала. Используя выражения (4) и (5), можно выделить следующие важные свойства коэффициента $R_{v\omega}$, как информативного параметра об энергетических особенностях спектра периодически нестационарного кардиосигнала.

1. При спектральной стационарности процесса $e(t)$ и отсутствии стохастической связи между гармониками спектра $S_e(\omega)$ (при $|R| = 1$), параметр $R_{v\omega} = 1$. (Связь между гармониками – детерминирована, функциональная).

2. Спектральная нестационарность процесса $e(t)$ в частотно-временной плоскости $[a, b]$ приводит к следующей модели управления знаком параметра $R_{v\omega}$:

$$\begin{cases} R_{v\omega} \geq 0, \text{ если } -\rho_0 \leq R < 1; \\ R_{v\omega} < 0, \text{ если } -1 \leq R < -\rho_0, \end{cases}$$

где
$$|\rho_0| = \frac{1 + \gamma_{\omega}^2 \cdot \gamma_{\sigma}^2}{(1 + \gamma_{\omega}^2) \cdot \gamma_{\sigma}} \quad (6)$$

причем всегда $|\rho_0| < 1$.

3. Отрицательные значение ($R < 0$) коэффициента парной корреляции (между соседними гармониками спектра квантованного процесса $e(t)$) свидетельствует о перераспределении мощности между этими гармониками. Если же $R \geq 0$, то имеет место инъекция дополнительной энергии в биоэлектрическую систему управле-

ния кардиопроецессом. Пороговое значение информативного параметра $R_{v\omega}^{(0)}$, соответствующее условию $R \geq 0$, описывается выражением

$$R_{v\omega}^{(0)} = \frac{1 + \gamma_{\omega}^2 \cdot \gamma_{\sigma}^2}{(1 + \gamma_{\sigma}^2)^{1/2} (1 + \gamma_{\omega}^4 \cdot \gamma_{\sigma}^2)^{1/2}} \quad (7)$$

С учетом (7), переход от этапа перераспределения полученной энергии между гармониками к этапу инъекции новой порции энергии определяется (по информативному параметру $R_{v\omega}$) условием:

$$R_{v\omega} \geq R_{v\omega}^{(0)} \quad (8)$$

4. Интенсивность λ потока дискретных изменений процесса $e(t)$ влияет на отношение γ_{σ} (следует из выражения (5)). Увеличение приводит к увеличению γ_{σ} , а следовательно, и к увеличению параметров $|\rho_0|$, (уравнение (6)) и параметра $R_{v\omega}^{(0)}$ (уравнение (7)). В этом случае, увеличивается вероятность события, когда $R_{v\omega} \geq 0$, а вероятность события противоположного ($R_{v\omega} < 0$) – снижается. Снижается и вероятность выполнения неравенства $R < 0$, что указывает на уменьшение интенсивности перераспределения мощности между соседними гармониками.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для проведения исследования были использованы 100 ЭКГ-сигналов, из которых были сформированы выборки $X1_j$ и $X2_j$ одинакового объема $N = 50$ по двум состояниям S_1 – норма (отсутствие сердечной патологии) и S_2 – инфаркт. Каждый ЭКГ-сигнал представлял собой вектор значений уровня U_j , которые следовали с дискретностью 1000 отсчетов за минуту, где $i = (0, 1 \dots n_j)$ – номер отсчета, а n_j – длина j -го ЭКГ-сигнала.

Каждый элемент выборок был подвергнут линейному преобразованию – дискретному дифференцированию $dU_{ij} = 60(U_{ij} - U_{i-1,j})/1000$, в результате которого были сформированы два массива $dX1_j$ и $dX2_j$.

Выборки исходные кардиосигналов $X1_j$, $X2_j$ и массивы после процедуры дифференцирования $dX1_j$ и $dX2_j$ были подвергнуты вейвлет-преобразованию на основе гауссовского вейвлета высокого порядка. Масштабы вейвлет-преобразования выбирались из условия конечности интервала корреляции для оценок коэффициента R_{vU} , задаваемого вероятностной моделью (6). Образцы ЭКГ-сигналов $U(t)$, построенные на основании данных $X1_j$, $X2_j$ и их вейвлет-спектры представлены на рис. 3.

Вейвлеты массивов исходных ЭКГ-сигналов $v(a, b)$ и результатов их линейного преобразования $u(a, b)$ были использованы для определения коэффициента межспектральной корреляции (3).

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате проведенной серии экспериментов были получены значения коэффициентов межспектральной корреляции R_{VV} для каждой пары выборок и зависимость КМК в функции сдвига. На рисунке 4 представлены производная кардиограммы $V_U(t)$ и функциональная информационная модель $R_{VV} = F(b | a[0,2;80])$ для двух состояний.

Анализ рисунков 3 и 4 показывает, что информационная модель R_{VV} является одномерной функцией только

времени наблюдения кардиосигнала (сдвига b), а вейвлет-коэффициенты $W(a, b)$ – двумерной функцией масштаба a и сдвига b . Это от, что модель R_{VV} по сравнению с моделью $W(a, b)$ имеет принципиально иное информационное содержание и отражает реальную динамику спектральной нестационарности кардиосигнала.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Зависимость информативного параметра R_{VV} от сдвига в (рис. 4а, б) раскрывает динамику электропотен-

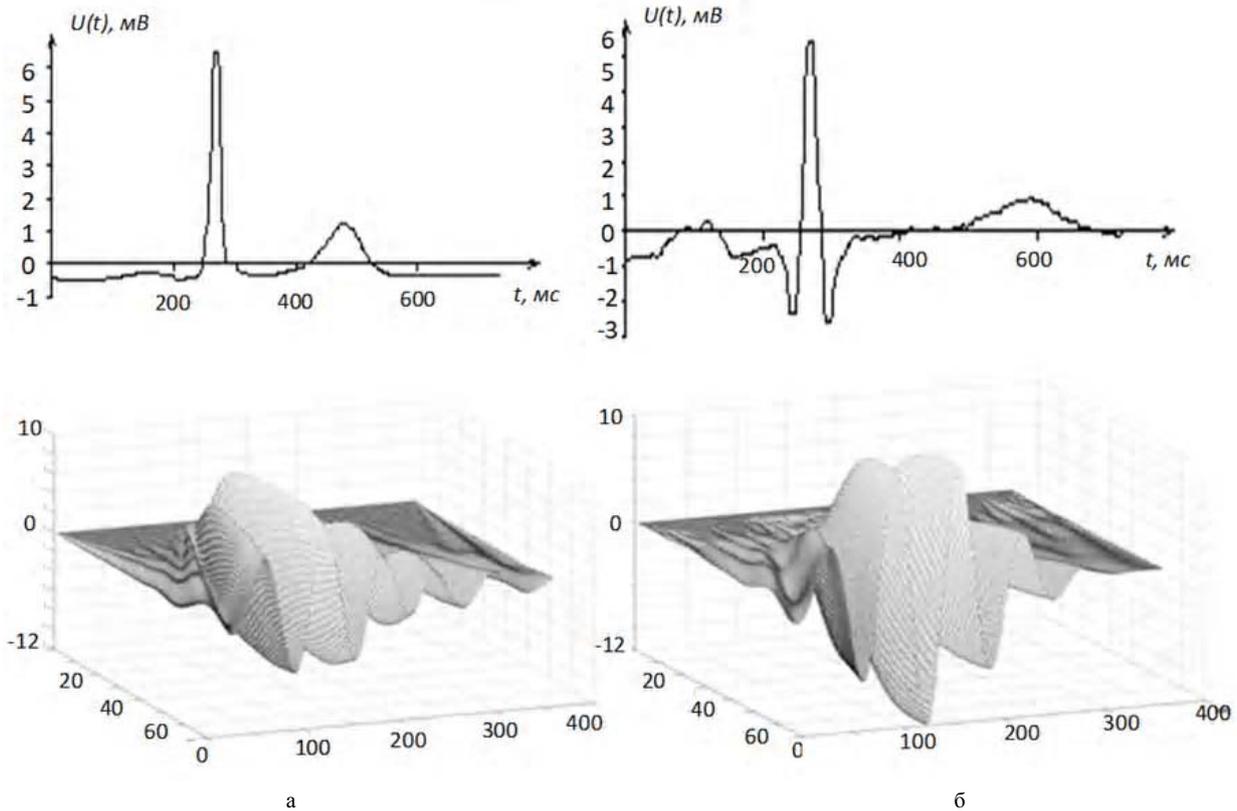


Рисунок 3 – ЭКГ-сигналы и их вейвлет-спектры для состояний:
а – S_1 – норма, б – S_2 – инфаркт

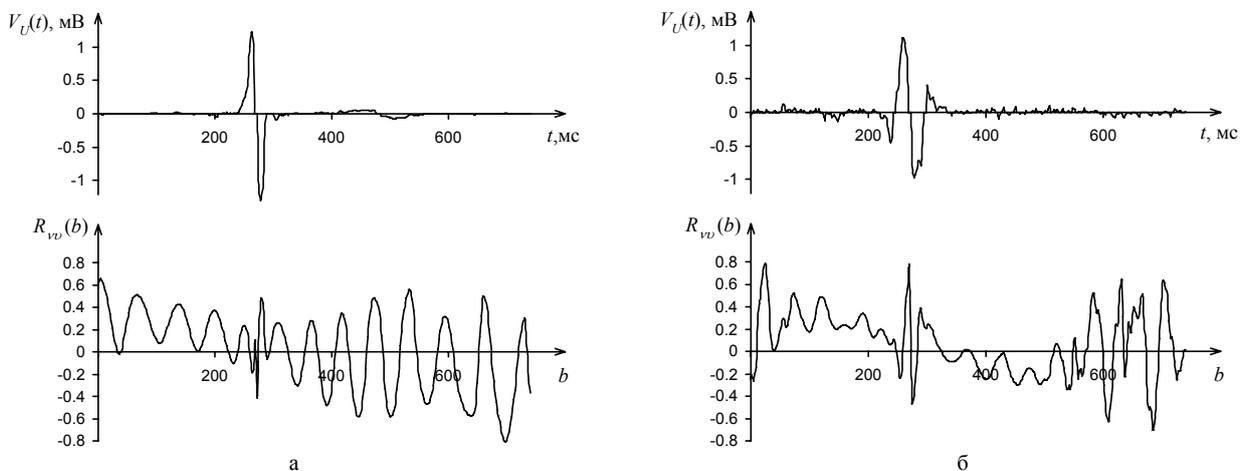


Рисунок 4 – Производные ЭКГ-сигналов $V_U(t)$ по времени и зависимость R_{VV} в функции сдвига для:
а – S_1 – норма, б – S_2 – инфаркт

циальных энергетических изменений кардиосигнала для состояний S_1 и S_2 . Во-первых, для состояния S_1 характерна высокая ритмичность циклов модели перераспределения электропотенциальной энергии в пределах спектра мощности на всем периоде наблюдения кардиосигнала ($T = b_{\max} = 700$ мс.). Для состояния S_2 такая ритмичность отсутствует (зависимость $R_{VU}(b)$ – случайный процесс).

Во-вторых, для состояния S_1 количество практически синусоидальных циклов в зависимости $R_{VU}(b)$ соответствует числу n моментов времени электропотенциальной квантованности процесса $e(t)$, причем $n = n_1 = 15$. Для состояния S_2 количество циклов (хаотически несинусоидальных) увеличено ($n_2 = 26$). Последнее свидетельствует о повышенной ($n_2 > n_1$) спектральной нестационарности ЭКГ-сигнала для состояния S_2 – инфаркт.

В-третьих, из рисунка 4 а, б следует, что морфологический анализ кардиограмм можно заменить анализом их спектральной нестационарности, что позволяет автоматизировать процедуру вычисления количественных параметров нестационарности, нормированных в пределах от -1 до $+1$ (при сохранении адекватных различий в классифицируемых кардиосостояниях).

Для оценки дискриминирующих свойств коэффициента межспектральной корреляции $R_{VU}(b)$ была проведена линейная дискриминация [15, 16] состояний S_1 и S_2 по независимым выборкам ЭКГ-сигналов. Эквивалентные, геометрическим расстоянием между S_1 и S_2 , среднеквадратические расстояния составили значения от 8,45 до 12,27, что соответствует среднему риску распознавания менее, чем ($10^{-7} \div 10^{-10}$). Качество такой дискриминации не только подтверждает практически безошибочную традиционную кардиодиагностику инфаркта, но и указывает на высокую информационную значимость коэффициента R_{VU} . Такой коэффициент может быть использован, например, для создания метрических шкал кардиосостояний, обладающих высокой разрешающей способностью, поскольку модель R_{VU} имеет норму ($-1 \leq R_{VU} \leq 1$).

ВЫВОДЫ

В работе проведено вероятностное обоснование возможности формирования принципиально новых информативных диагностических признаков, использующих частотно-временную корреляцию между двумя вейвлет-спектрами ЭКГ-сигнала и его линейного преобразования. В качестве результатов исследования можно выделить следующее:

1. Теоретически и экспериментально подтверждена спектральная нестационарность кардиосигнала, которая была получена с использованием аддитивной модели ЭКГ-сигнала и обусловлена наличием эффектов квантованности скорости его изменения.

2. Проведен вероятностный анализ спектров аддитивной модели ЭКГ-сигнала, который позволил функционально связать спектральную нестационарность кардиосигнала с эффектами квантованности скорости его из-

менения, обусловленные пьезоэлектрическими эффектами в системе «кровь-сосуды».

3. Разработан метод параметрического определения метрически нормированного коэффициента межспектральной корреляции, позволяющий количественно описать динамику локально-спектральных изменений кардиосигнала для задач автоматического экспресс-контроля и диагностики кардиосостояний.

4. Проведена кардиодиагностика двух состояний (норма, инфаркт) на основе разработанного метода. Среднеквадратические расстояния для этих состояний составили значения от 8,45 до 12,27.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Karimipour Atiyeh Real-time electrocardiogram P-QRS-T detection – delineation algorithm based on quality-supported analysis of characteristic templates / Atiyeh Karimipour, Mohammad Reza Homaeinezhad // Computers in Biology and Medicine. – 2014. – P. 153–165. DOI: 10.1016/j.combiomed.2014.07.002.
2. Rudenko M. Y. New philosophy of validation and verification for cardiology: classical proof theory imported from natural sciences / M. Y. Rudenko, G. Krstačić // Cardiometry. – 2014. – № 4 – P. 16–30. DOI: 10.12710/cardiometry.2014.4.1630
3. Sur M. S. Wavelet-based Electrocardiogram signal compression methods and their performances: A prospective review-Biomedical Signal Processing and Control 14 / M. S. Sur, S. Dandapat. – 2014. – P. 73–107.
4. Chouakri S. A. Wavelet Denoising of the Electrocardiogram Signal Based on the Corrupted Noise Estimation / S. A. Chouakri, F. Bereksi-Reguig, S. Ahmandi, O. Fokapu. // IEEE 2005. – P. 1021–1024. DOI: 10.1109/CIC.2005.1588284
5. Sasikala P. Extraction of P wave and T wave in Electrocardiogram using Wavelet Transform / P. Sasikala, W. Banu // International Journal of Computer Science and Information Technologies. – 2011. – Vol. 2 (1). – P. 489–493.
6. Медицинские приборы : Разработка и применение / Авт. Кол. : Д. В. Кларк мл., М. Р. Ньюман, В. Х. Олсон и др., ред. Джон Г. Вебстер. – К. : Медторг, 2004. – 620 с.
7. Halperin C. Piezoelectric Effect in Human Bones Studied in Nanometer Scale / C. Halperin, S. Mutchnik, A. Agronin, M. Molotskii, P. Urenski, M. Salai, G. Rosenman. – Department of Orthopedic Surgery, Beilinson Campus, Rabin Medical Center, Petah-Tiqwa, 49100, Israel, and Department of Electrical Engineering-Physical Electronics, School of Engineering, Tel Aviv University, Ramat-Aviv. – Israel, 2004. – pp. 1253 – 1256. DOI: 10.1021/nl049453i
8. Two-Dimensional Nanoscale Structural and Functional Imaging in Individual Collagen Type I Fibrils / Catalin Harnagea, Martin Vallières, Christian P. Pfeffer, Dong Wu, Bjorn R. Olsen, Alain Pignolet, François Légaré, Alexei Gruverman. – Biophys J. 2010 Jun 16. – P. 3070–3077. DOI: 10.1016/j.bpj.2010.02.047.
9. Пьезобиосинтез: предпосылки, гипотезы, факты: моногр. – В 4-х т. – Т. 4 / [В. В. Бойко, Б. Б. Бандурян, Е. А. Булат и др. ; под общ. ред. В. В. Бойко, Е. И. Сокола, П. Н. Замятина] ; Харьков : Изд-во «Піручник НТУ «ХПР», 2017. – 656 с. – На рус. яз.
10. Smith D. R. Random telegraph signals in charge coupled devices / D. R. Smith, A. D. Holland, I. B. Hutchinson // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. – 2004. – 15 p. DOI: org/10.1016/j.nima.2004.03.210
11. Karami M. A. Random Telegraph Signal in Single-Photon Avalanche Diodes / Mohammad Azim Karami, Cristiano Niclass, Edoardo Charbon // International Image Sensor Workshop. – Bergen, Norway, IISW, 2009. – P. 1–4.

12. Jun Li. A Wavelet Approach to Edge Detection: a thesis to The Department of Mathematics and Statistics in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in the subject of Mathematics / Li Jun. – Huntsville, Texas, 2003. – 80 p.
13. Hurd H. L. Periodically Correlated Random Sequences. Spectral Theory and Practice / H. L. Hurd, A. Miamee. – New Jersey : Wiley-Interscience, 2007. – 353 p.
14. Hinich M. J. A statistical theory of signal coherence / M. J. Hinich. – IEEE J. Oceanic Engineering. – Apr. 2000. – Vol. 25, №. 2. – P. 256–261. DOI: 10.1109/48.838988.
15. Fraley Chris. Model-Based Clustering, Discriminant Analysis, and Density Estimation / Fraley Chris., E. Raftery Adrian // Journal of the American Statistical Association. – 2002. – № 458, Vol. 97. – P. 611–631.
16. Georg H. Estimating Continuous Distributions in Bayesian Classifiers / H. George, P. Langley // Proceedings of the Eleventh Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. San Mateo : Morgan Kaufmann. – 1995. – P. 338–345.

Статья поступила в редакцию 14.08.2017.
После доработки 16.03.2018.

Шапов П. Ф.¹, Коваль С. Н.², Король Є. І.³, Томашевський Р. С.⁴, Магдаліц Т. І.⁵

¹Д-р техн. наук, професор кафедри промислової та біомедичної електроніки національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

²Д-р мед. наук, професор, завідувач відділенням артеріальної гіпертонії ДУ «Національний інститут терапії імені Л. Т. Малої НАМНУ», Харків, Україна

³Канд. техн. наук, доцент кафедри промислової та біомедичної електроніки національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

⁴Канд. техн. наук, доцент кафедри промислової та біомедичної електроніки національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

⁵Канд. мед. наук, Харківської медичної академії післядипломної освіти, кафедри терапії, нефрології та сімейної медицини, Харків, Україна

ІНФОРМАТИВНІ ПАРАМЕТРИ ДИНАМІЧНОЇ НЕСТАЦІОНАРНОСТІ КАРДІОСИГНАЛІВ

Актуальність. Сучасна електрокардіографія, незважаючи на якісне поліпшення в апаратному забезпеченні та можливості обробки даних, на сьогоднішній день практично вичерпала ресурс отримання додаткової діагностичної інформації. У статті зроблена спроба створення нового методу обробки електрокардіограм на основі використання моделі ЕКГ-сигналу, яка враховує п'єзоелектричний ефект в деяких біологічних тканинах і клітинних з'єднаннях (кров, стінки судин).

Мета роботи. Вірогідніше обґрунтування можливості формування принципово нових інформативних діагностичних ознак, які використовують частотно-часову кореляцію між двома вейвлет-спектрами ЕКГ-сигналу і його лінійного перетворення.

Метод. В якості такої моделі використовується адитивна модель потенціалу серцевого м'яза (наведеного електричного поля) і п'єзоелектричного потенціалу системи «кров-судини», викликаного скороченням міокарда. Для виділення впливу викликаного потенціалу в роботі запропоновано метод лінійного перетворення ЕКГ-сигналу, що має високу чутливість до локальної спектральної нестационарності. Для реалізації цього методу використано вейвлет-перетворення і запропонований кількісний показник спектральної нестационарності ЕКГ-сигналу – коефіцієнт нормованої міжспектральної кореляції (КНМК). Розроблений математичний апарат в роботі використаний для аналізу двох електрокардіографічних сигналів, умовної норми і з наслідком інфаркту міокарда.

Результати. В результаті розрахованих КНМК показана можливість кількісної відмінності цих станів з досить високою статистичною достовірністю. Базовим результатом роботи є вірогідніше обґрунтування можливості формування принципово нових інформативних діагностичних ознак, які використовують частотно-часову кореляцію між двома вейвлет-спектрами ЕКГ-сигналу та його лінійного перетворення. Висока чутливість та інформаційна значимість кореляційних діагностичних ознак підтверджені прикладами дискримінації параметрично неоднорідних ЕКГ-сигналів.

Висновки. Теоретично та експериментально підтверджена спектральна нестационарність кардіосигналу; отриманий функціональний зв'язок спектральної нестационарності ЕКГ-сигналу з ефектами квантованості швидкості його зміни; розроблений метод параметричного визначення коефіцієнта міжспектральної кореляції, що дозволяє кількісно описати динаміку локально-спектральних змін кардіосигналу для задач автоматичного експрес контролю та діагностики кардіостанів і проведена його апробація.

Ключові слова: квантованість швидкості кардіосигналу, спектральна нестационарність, вейвлет-перетворення, перетворення кардіосигналу, кореляція вейвлет-спектрів.

Shchapov P. F.¹, Koval S. N.², Korol E. I.³, Tomashevskiy R. S.⁴, Mahdalyts T. I.⁵

¹Dr. Sc., Professor, Chair of Industrial and Biomedical Electronics, National Technical University “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, Ukraine.

²Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Arterial Hypertension of the State Enterprise “National Institute of Therapy named after L.T. Maloy, National Academy of Sciences of Ukraine”, Kharkov, Ukraine.

³Ph.D., Associate Professor, Department of Industrial and Biomedical Electronics, National Technical University “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, Ukraine.

⁴Ph.D., Associate Professor, Department of Industrial and Biomedical Electronics, National Technical University “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, Ukraine

⁵Ph.D., Kharkov Medical Academy of Postgraduate Education, Department “Therapy, Nephrology and Family Medicine”, Kharkov, Ukraine

INFORMATIVE PARAMETERS OF DYNAMIC NONSTATIONARY OF CARDIOSIGNALS

Contex. Modern electrocardiography, in spite of qualitative improvement in hardware and data processing capabilities, for today has practically exhausted a resource of reception of the additional diagnostic information. In the article an attempt is made to create a new method for processing electrocardiograms based on the use of the ECG signal model, which takes into account the piezoelectric effect in some biological tissues and cell connections (blood, vessel walls).

Objective. Probabilistic justification of the possibility of forming fundamentally new informative diagnostic features, which uses the time-frequency correlation between two wavelet spectra of the ECG signal and its linear transformation.

Method. As such a model is used the additive model of the potential of the cardiac muscle (induced electric field) and the piezoelectric potential of the blood-vessel system caused by myocardial contraction. To isolate the influence of the induced potential is proposed a method of linear transformation ECG signal. This method has a high sensitivity to local spectral nonstationarity. Wavelet transform is used to implement this method. The coefficient of normalized inter-spectral correlation (CNIC) is proposed as a quantitative indicator of the spectral nonstationarity of the ECG signal. The developed mathematical apparatus in the work is used for the analysis of two electrocardiographic signals: conditional norm and with the consequence of myocardial infarction.

Results. As a result of the calculated CNIC, the possibility of a quantitative difference of these states with a sufficiently high statistical reliability is shown. The basic result of the work is a probabilistic justification for the possibility of forming fundamentally new informative diagnostic features using the time-frequency correlation between two wavelet spectra of an ECG signal and its linear transformation. High sensitivity and information significance of correlation diagnostic features are confirmed by examples of discrimination of parametrically inhomogeneous ECG signals.

Conclusions. Main results of the study: the spectral non-stationarity of the cardiac signal has been confirmed theoretically and experimentally; The functional interrelation of the spectral nonstationarity of the ECG signal with the effects of quantization of the rate of its change is obtained; A method for the parametric determination of the coefficient of inter-spectral correlation was developed, which makes it possible to quantitatively describe the dynamics of the local spectral changes in the cardiac signal for the tasks of automatic express control and diagnostics of cardiac states and carried out its approbation.

Keywords: quantization of cardiac signal speed, spectral nonstationarity, wavelet transform, cardiac signal transformation, correlation of wavelet spectra.

REFERENCES

1. Karimipour Atiyeh, Mohammad Reza Homaeinezhad Real-time electrocardiogram P-QRS-T detection – delineation algorithm based on quality-supported analysis of characteristic templates, *Computers in Biology and Medicine*, 2014, P. 153–165. DOI: 10.1016/j.compbiomed.2014.07.002.
2. Rudenko M. Y., Krstajić G. New philosophy of validation and verification for cardiology: classical proof theory imported from natural sciences, *Cardiometry*, 2014, No. 4, pp. 16–30. DOI: 10.12710/cardiometry.2014.4.1630
3. Sur M. S., Dandapat S. Wavelet-based Electrocardiogram signal compression methods and their performances: A prospective review-Biomedical Signal Processing and Control 14, 2014, pp. 73–107.
4. Chouakri S. A., Bereksi-Reguig F., Ahmandi S., Fokapu O. Wavelet Denoising of the Electrocardiogram Signal Based on the Corrupted Noise Estimation, *IEEE*, 2005, pp. 1021–1024. DOI: 10.1109/CIC.2005.1588284
5. Sasikala P., Banu W. Extraction of P wave and T wave in Electrocardiogram using Wavelet Transform, *International Journal of Computer Science and Information Technologies*, Vol. 2 (1), 2011, pp. 489–493.
6. Avt. Kol.: D. V. Klark ml., M. R. Niuman, V. Kh. Olson y dr., Red. Dzhon H. Vebster Medytsynsnye prybory: Razrabotka y pryomenenye. Kiev, Medtorh, 2004, 620 p.
7. Halperin C., Mutchnik S., Agronin A., Molotskii M., Urenski P., Salai M., Rosenman G. Piezoelectric Effect in Human Bones Studied in Nanometer Scale. Department of Orthopedic Surgery, Beilinson Campus, Rabin Medical Center, Petah-Tiqwa, 49100, Israel, and Department of Electrical Engineering-Physical Electronics, School of Engineering, Tel Aviv University, Ramat-Aviv. Israel, 2004, pp. 1253–1256. DOI: 10.1021/nl049453i
8. Catalin Harnagea, Martin Vallières, Christian P. Pfeffer, Dong Wu, Bjorn R. Olsen, Alain Pignolet, François Lègarè, Alexei Gruverman Two-Dimensional Nanoscale Structural and Functional Imaging in Individual Collagen Type I Fibrils, *Biophys J.*, 2010, Jun 16, pp. 3070–3077. DOI: 10.1016/j.bpj.2010.02.047.
9. Boiko V. V., Bandurian B. B., Bulat E. A. y dr.; pod obshch. red. V. V. Boiko, E. Y. Sokola, P. N. Zamiatyna Pezobyosyntezy: predposylky, hypotezy, fakty: monohr. V 4-kh t. Vol. 4. Kharkov, Yzd-vo «Pidruchnyk NTU «KhPI»», 2017, 656 p. Na rus. Yaz.
10. Smith D. R., Holland A. D., Hutchinson I. B. Random telegraph signals in charge coupled devices, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 2004, 15 p. DOI. org/10.1016/j.nima.2004.03.210
11. Mohammad Azim Karami, Cristiano Niclass, Edoardo Charbon Random Telegraph Signal in Single-Photon Avalanche Diodes, *International Image Sensor Workshop*. Bergen, Norway, IISW, 2009, pp. 1–4.
12. Jun Li. A Wavelet Approach to Edge Detection: a thesis to The Department of Mathematics and Statistics in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in the subject of Mathematics. Huntsville, Texas, 2003, 80 p.
13. Hurd H. L., Miamee A. Periodically Correlated Random Sequences. Spectral Theory and Practice. New Jersey, Wiley-Interscience, 2007, 353 p.
14. Hinich M. J. A statistical theory of signal coherence, *IEEE J. Oceanic Engineering*. Apr. 2000, Vol. 25, No. 2, P. 256–261. DOI: 10.1109/48.838988.
15. Fraley Chris, Raftery Adrian E. Model-Based Clustering, Discriminant Analysis, and Density Estimation, *Journal of the American Statistical Association*, 2002, No. 458, Vol. 97, pp. 611–631.
16. Georg H., Langley P. Estimating Continuous Distributions in Bayesian Classifiers, *Proceedings of the Eleventh Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1995, pp. 338–345.

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING

UDC 519.6+913

Baranovskiy N. V.¹, Yankovich E. P.²¹PhD, Associate professor of Department of Theoretical and Industrial Heat Systems Engineering, National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia²Senior Lecturer of Department of Geology and Mineral Prospecting, National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia

GIS-TECHNOLOGIES AND MATHEMATICAL SIMULATION TO PREDICT LIGHTNING-CAUSED FOREST FIRE DANGER

Context. The components of the geoinformation system for monitoring, forecasting and assessment of forest fire danger caused by thunderstorm activity are developed.

Objective of the work is to create an embedded software tool for physically based forecasting, monitoring and evaluation of the probability of forest fire occurrence as a result of the impact of a lightning discharge on a tree trunk.

Method. Structural analysis is used to design elements and information flows inside and outside of the developed geographic information system. Mathematical modeling is used to determine the parameters of tree ignition by the cloud-to-ground lightning discharge. Mathematically, the process of tree trunk heating is described using a system of non-stationary heat conduction equations with a source part responsible for the heat release according to the Joule-Lenz law in the core of the tree trunk. The finite difference method is used to solve the differential heat equation. Finite-difference analogues are solved by the double-sweep method. Program realization is implemented in the built-in high-level language. The probability theory (conditional probability) is used to develop a probabilistic criterion for forest fire danger estimation.

Results. A software tool is developed to estimate the tree ignition delay time as a result of the impact of a cloud-to-ground lightning discharge. The GIS-system component is developed in the high-level programming language Python. We have obtained probability distribution of forest fire occurrences from thunderstorms for the territory of the Timiryazevsky forestry in the Tomsk region is obtained.

Conclusions. We have proposed a physically proved method for forecasting, monitoring and assessing forest fire danger caused by thunderstorm activity. The deterministic mathematical model is used to simulate tree ignition by the cloud-to-ground lightning discharge in conjunction with the probabilistic criterion for assessing forest fire danger. We have analysed forest fire danger for a typical territory of the Tomsk region (Timiryazevskiy forestry).

Keywords: GIS, Mathematical modeling, Forest fire danger, Forecast, Thunderstorm activity, Probability criterion.

NOMENCLATURE

FWI is a Fire Weather Index;

FBP is a Fire Behavior Prediction;

GIS is a Geoinformation system;

P_j is the probability of a forest fire for the j^{th} interval on the controlled forested area;

$P(A)$ is the probability of anthropogenic load;

$P(A_j/A)$ is the probability of a high temperature source presence on the j^{th} day;

$P_j(FF/A, A_j)$ is the probability of a forest fire due to anthropogenic load on the forested area;

$P(M)$ is the probability of dry thunderstorms in the forested area;

$P(L/L)$ is the probability of a cloud-to-ground lightning discharge;

$P_j(FF/L, L_j)$ is the probability of a forest fire due to lightning when dry thunderstorms may occur in the forested area;

$P_j(D)$ is the probability of a fire due to weather conditions of forest fire maturation (the probability of the fact that the forest fuel layer is dried);

j is the day of a fire danger season;

N_A is the number of days during a fire danger season when the anthropogenic load is sufficient to ignite forest fuel;

N_{FA} is the number of fires due to anthropogenic load;

N_{FT} is the total number of fires;

N_L is the number of days when lightning occurred (during dry thunderstorms);

N_{FS} is the total number of days in a fire danger season;

N_{FL} is the number of fires due to lightning (during dry thunderstorms);

N_{FD} is the number of fires on the specific day of week;

N_{FW} is the total number of fires during week;

N_{LH} is the number of cloud-to-ground lightning discharges passed at the definite hour starting from 00.00 o'clock;

N_{LD} is the total number of cloud-to-ground lightning discharges per day;

NI_D is the value from the Complex Meteorological Index for the day, which the forecast is realised for;

NI_{MAX} is the maximum value of the Complex Meteorological Index;

t_a is a air temperature;

d is a dew point temperature;

n is the number of days after the last rain;

T_i is a temperature;

ρ_i is a density;

c_i is a thermal capacity;

λ_i is a heat conductivity;

i is the internal part of a tree trunk (core) ($i=1$) and the bark ($i=2$);

α is a heat transfer coefficient;

J is a current;

U is a voltage;

r is a coordinate;

t is a time;

e is the index that corresponds to environmental parameters;

0 is the index that corresponds to the parameters at the initial moment of time.

INTRODUCTION

The remote areas of forested territories are characterized by widely spread forest fires caused by thunderstorm activity [1]. A large amount of burnt area is noted for such fires [2]. Such fires in forests are detected with delay when the ignition has already reached a big fire. It is impossible or ineffective to extinguish fires in the taiga zone. Fires go out when flush period begin or the whole forest area has burnt out before the fire comes across a natural barrier (for example, a river).

The most promising approach is to predict forest fire risk and to carry out preventive measures within the controlled forested territories in such situations [3]. Various forest fire danger forecast systems taking into account lightning activity have been developed in different countries [4–6]. However, all these systems have no physical basis and are mainly based on the analysis of the statistical information on forest fires and the characteristics of forests [7].

The purpose of the work is to create an embedded software tool for physically based forecasting, monitoring and evaluation of the probability of forest fire occurrence as a result of the impact of a lightning discharge on a tree trunk.

1 PROBLEM STATEMENT

Cloud-to-ground lightning discharge leads to ignition and defragmentation of the tree with the formation of particles heated to high temperatures. Such particles fall

down and ignite a forest fuel layer. As a result, there is a surface forest fire. The process of contact of the discharge channel and tree is stochastic, but the tree ignition might be described by a deterministic mathematical model. Therefore, it is necessary to develop a software tool that would allow the calculation of the conditions for the ignition of a tree as a result of the cloud-to-ground lightning discharge. Electronic maps are needed to visualize areas with the highest probability of forest fire occurrence.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

A lightning discharge is one of the causes of forest fires. Lightning is an electric discharge conditioned by the division into positive and negative discharges in the clouds that leads to the difference in potentials in a range of 10–100 mV [8]. Water is necessary in all three phases (solid, liquid, and gas) [9] so that the division into discharges occurs.

According to the development conditions, storms are divided into the air-mass and frontal ones. The air-mass storms over a continent occur due to local air heating from the ground surface. It leads to the development of rising flows of local convection and to the formation of heavy cumulonimbus clouds in them. The frontal storms occur on the borders of warm and cold air masses [10]. There may be cloud-to-cloud and cloud-to-ground discharges. Around 90 % of cloud-to-ground discharges are negative, and the nature of the remaining 10% of positive discharges is not entirely clear [11]. The cloud-to-ground discharges cause forest fires [12]. The energetic characteristics of positive and negative ground storm discharges are different, and these differences are substantial in terms of igniting forest fuel. All the energy reaches surface in one stroke due to the vast majority of positive discharges, while a multi-stroke is typical for the negative discharges [13].

The full statistics for cloud-to-ground storm discharges have been collected within the functioning of the US National Lightning Detection Network [14]. This system can identify most of the cloud-to-ground lightning discharges in the USA and Canada with the spatial resolution of several kilometers and determination accuracy in time approximately 1 msec. The data on the stroke polarity, stroke peak current, and stroke complexity are archived when the system is operating (if it is a single or multi-stroke).

The lightning-caused forest fires equaled approximately 37 to 53% of the area where fire had spread with a relative number of approximately 8.8–17.5% in Russia between 1992 and 2000 [15]. Dry storms, which cause mass ignitions in large territories, often create a very intensive fire incident situation [16].

The Canadian Forest Fire Danger Rating System has two main sub-systems (modules): Canadian Forest Fire Weather Index System and Canadian Forest Fire Behavior Prediction System. Two other elements (Fuel Moisture System and Canadian Forest Fire Occurrence Prediction System) are not developed for the whole country, but there are regional versions of these systems [17].

The Canadian method to predict forest fire danger [4] relies on the analysis of a large number of statistical data, according to which they form the tables of fire danger dependence on different factors. The moisture content in

forest fuels is predicted depending on weather conditions within the FWI sub-system, whereas the forest fire front behavior is forecasted for different forest plant communities within the FBP one.

The system logical structure [4,5] represents the abstract model of different factors and conditions that impact on the process of fire occurrence and spread.

All forest fuels are divided into nine typical models. The system suggests dividing the separately protected areas into physically and geographically homogeneous parts. Each area must correlate with one of nine models. Fire danger is evaluated for each considered area separately. The final fire danger evaluation uses many tables and corrections obtained according to empirical data.

The Canadian and American methods are similar in their structure, approaches, and fire danger index formation principles. Therefore, they both have similar advantages and disadvantages.

The European Forest Fire Information System [6]. The most progressive component of the system repeats the subsystem of the Canadian Forest Fire Danger Rating System. This system has the same characteristics and uses the Earth remote sensing data.

3 MATERIALS AND METHODS

We have obtained a formula to estimate the probability of a forest fire to occur for the *j*-th time interval of a forest fire season using the basic principles of probability theory [18]:

$$P_j = [P(A)P(A_j / A)P(FF / A, A_j) + P(L)P(L_j / L)P(FF / L, L_j)]P(D). \quad (1)$$

The authors offer to define the probability through the frequency of events and use statistical data for the definite forestry in order to determine all multipliers in formula (1).

Obviously, the more cases are considered for this forestry, the bigger is the accuracy to determine the probability of forest fire occurrence. Therefore, it is necessary to register all the fire danger season parameters ($N_A, N_{FA}, N_{FT}, N_L, N_{FS}, N_{FP}, N_{FD}, N_{FW}, N_{LHP}, N_{LD}$) in forests every year.

Formula (1) contains multiplier $P_j(D)$. This is the probability of fire danger caused by meteorological conditions. This probability has been calculated through the time for forest fuel layer to dry in the previous work [19]. However, it is hard to implement such method on the whole territory of the Russian Federation at present, because it is necessary to have the information about the initial moisture content of forest fuel in order to model the process of drying the forest fuel layer. The present paper offers to use a compromise solution. We suggest calculating the probability through meteorological conditions using the Complex Meteorological (Nesterov) Index, which has been approved in the state standard. The range of this index starts from zero and has no upper border. However, it is possible to set its upper border as a maximum possible value during a fire danger season. We normalize the Complex Meteorological Index to maximum value 1 (one) to estimate the probability of forest fire danger [18]:

$$P_j(D) = \frac{NI_D}{NI_{max}}. \quad (2)$$

The variation range of forest fire danger probability caused by meteorological conditions will be from 0 to 1.

The Complex Meteorological Index is calculated by formula [7]:

$$NI = \sum_n t_a(t_a - d). \quad (3)$$

Fire danger is calculated by the above-stated method. It differs slightly in different regions within the same forest. GIS allows the visualisation of fire danger maps for the quantitative analysis of wildfire risk. It is important to analyse the spatial distribution of forest fire danger probability in order to delineate and prioritise the particularly susceptible forested areas.

The research [20] suggests the simple mathematical model of tree ignition by a cloud-to-ground lightning discharge, namely the thermophysical mathematical model of deciduous tree ignition.

The electric current passage is different in the trunk of a deciduous and coniferous tree [21]. This is due to the fact that moisture is transported in the massive central part in broad-leaved trees. The damper central part is an electric current conductor.

4 EXPERIMENTS

We consider the following physical model. A cloud-to-ground lightning discharge strikes in a tree trunk at the fixed moment of time. The electric current of the cloud-to-ground lightning discharge passes along the trunk. It is supposed that heat is emitted in the core according to the Joule-Lenz law. The electric current is supposed to have the same parameters in various trunk sections. Moisture evaporation is neglected within current research, but it is not difficult to describe this process by the Knudsen-Lengmuir equation [22]. The wood is heated up due to the Joule heat emission as a result of electric current passage. The wood ignites when it achieves the critical thermal fluxes to ignition surface and critical temperature. The tree trunk is modeled by a cylinder. We consider the representative section of the trunk. Fig. 1 shows the decision area scheme.

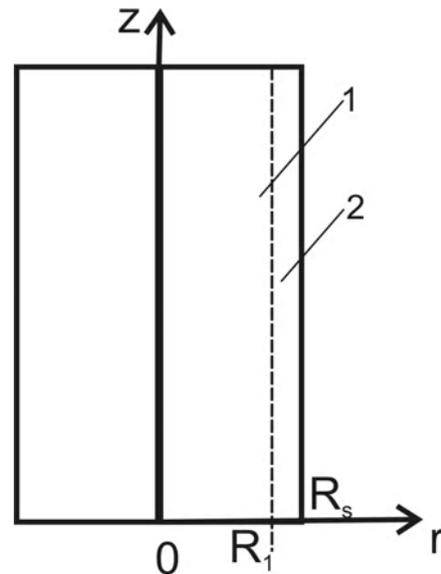


Figure 1 – Decision area scheme: 1 is core, 2 is bark

The system of non-stationary differential equations mathematically describes the process how the cloud-to-ground lightning discharge heats up the tree trunk before ignition [20]:

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\lambda_1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + JU, \quad (4)$$

$$\rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\lambda_2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right), \quad (5)$$

Boundary conditions for equations (4)–(5):

$$r=0, \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = 0, \quad (6)$$

$$r=R_1, \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r}, T_1 = T_2 \quad (7)$$

$$r=R, \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = \alpha(T_e - T_2), \quad (8)$$

Initial conditions for equations (4)–(5):

$$t=0, T_i(r) = T_{i0}(r). \quad (9)$$

The formulated system of equations (4)–(5) with boundary and initial conditions (6)–(9) is solved by a finite difference method [23]. A double-sweep method in

combination with a fixed point iteration method [23] has been used to decide the difference analogues of one-dimensional equations.

The following ignition scenario was considered. The negative cloud-to-ground lightning discharge (approximate duration is 500 ms, approximate stroke peak current is 23.5 kA, and approximate voltage is 100 kV) influences on a wide-leaved tree, for instance, birch. Fig. 2 shows the temperature distribution on the tree trunk radius in various moments of time before and at the moment of igniting by electric current (initial temperature 300 K).

Table 1 represents the cloud-to-ground lightning discharge parameters and ignition conditions depending on the voltage of the cloud-to-ground lightning discharge obtained by solving problems (4)–(9). The analysis of dependences presented in Fig. 2 shows that the tree trunk is heated up to the ignition temperature (more than 1000 K) by the considered cloud-to-ground lightning discharge. The analysis of results (Fig. 3 and Fig. 4) shows that the ignition conditions of a wide-leaved tree are reached at the critical temperature (801 K) and value of thermal flux (268 kW/m²) for a typical cloud-to-ground lightning discharge.

We have established the ignition limits for a tree trunk during the action of the electric discharge at various voltages (Table 1) and currents (Table 2). When the current is less than 23.5 kA and voltage is 1–90 kV, ignitions fail to occur during the action of the cloud-to-ground lightning discharge.

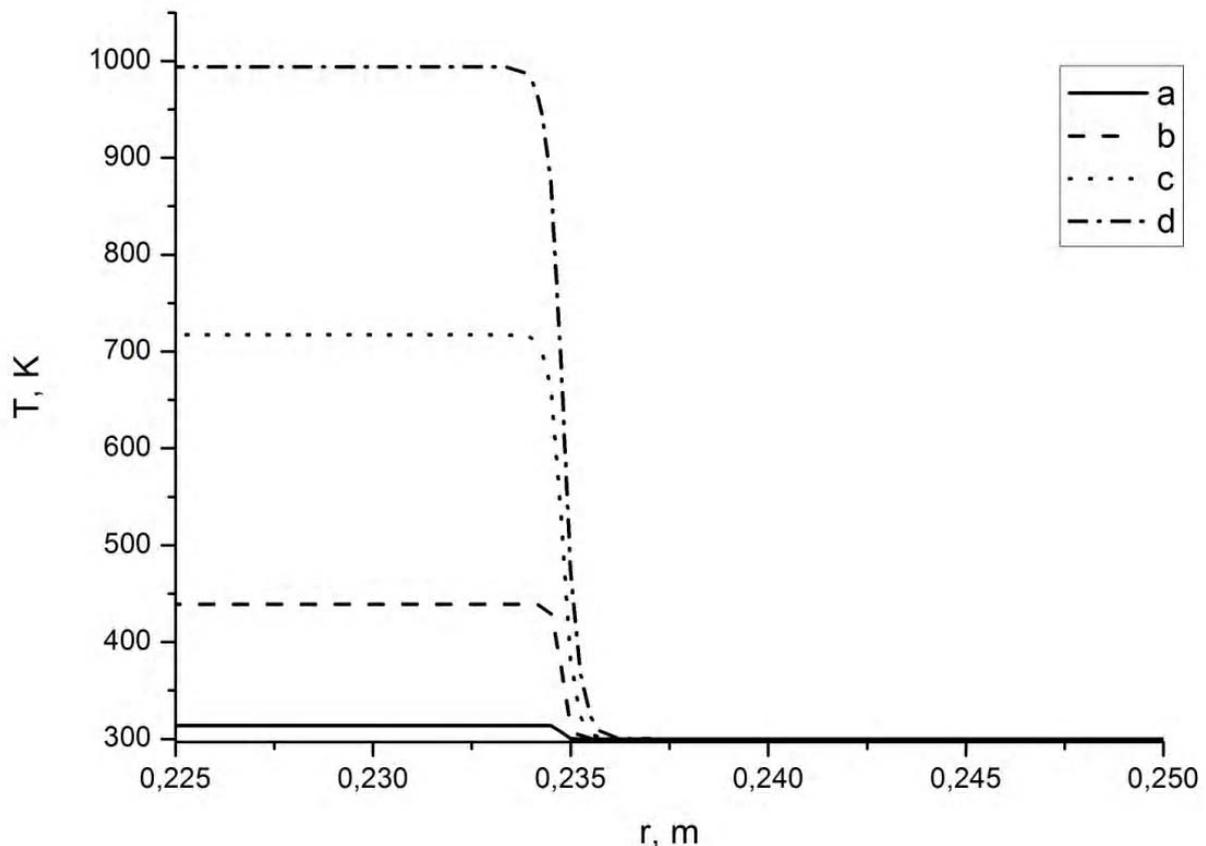


Figure 2 – Temperature distribution on tree trunk radius at various moments of time (discharge action duration is 500 ms):
a – t=0.01 sec; b – 0.1 sec; c – 0.3 sec; d – 0.5 sec

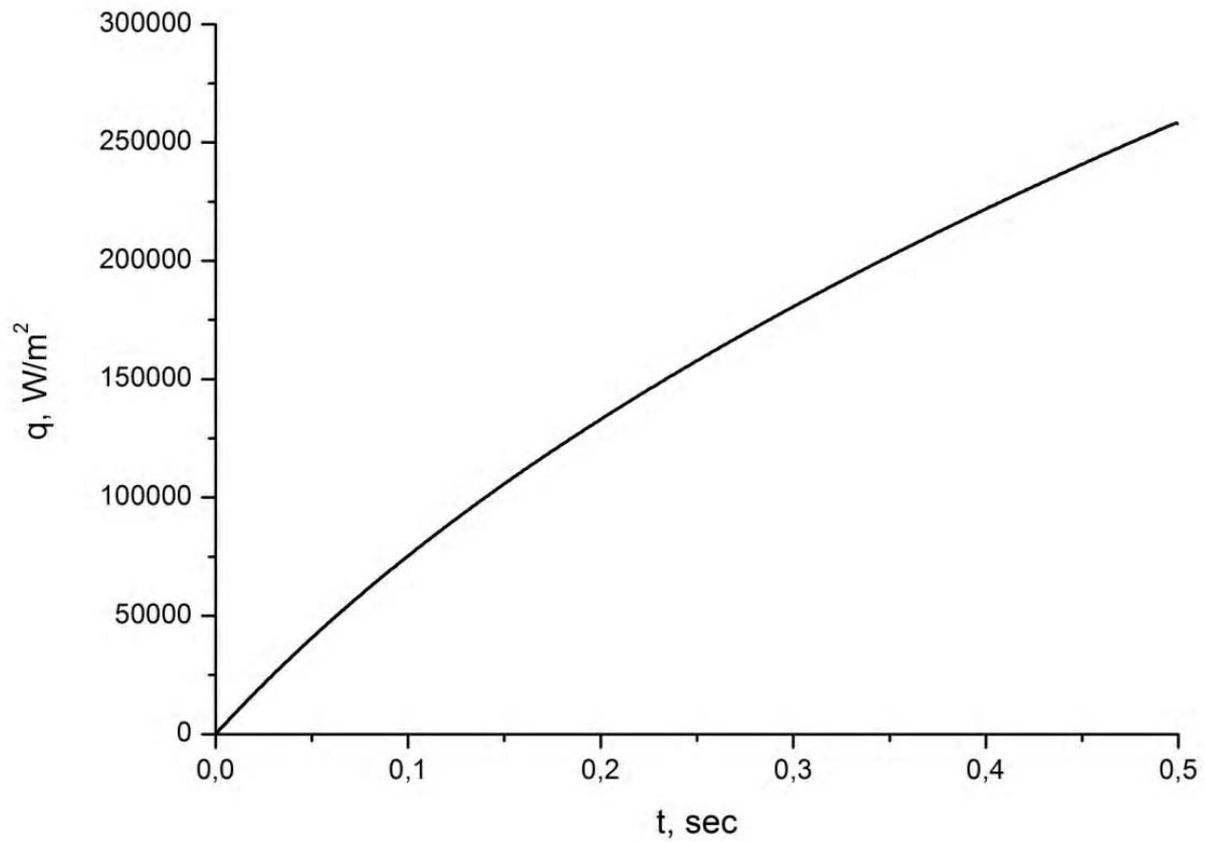


Figure 3 – Heat flux dependence on time from core to ignition surface

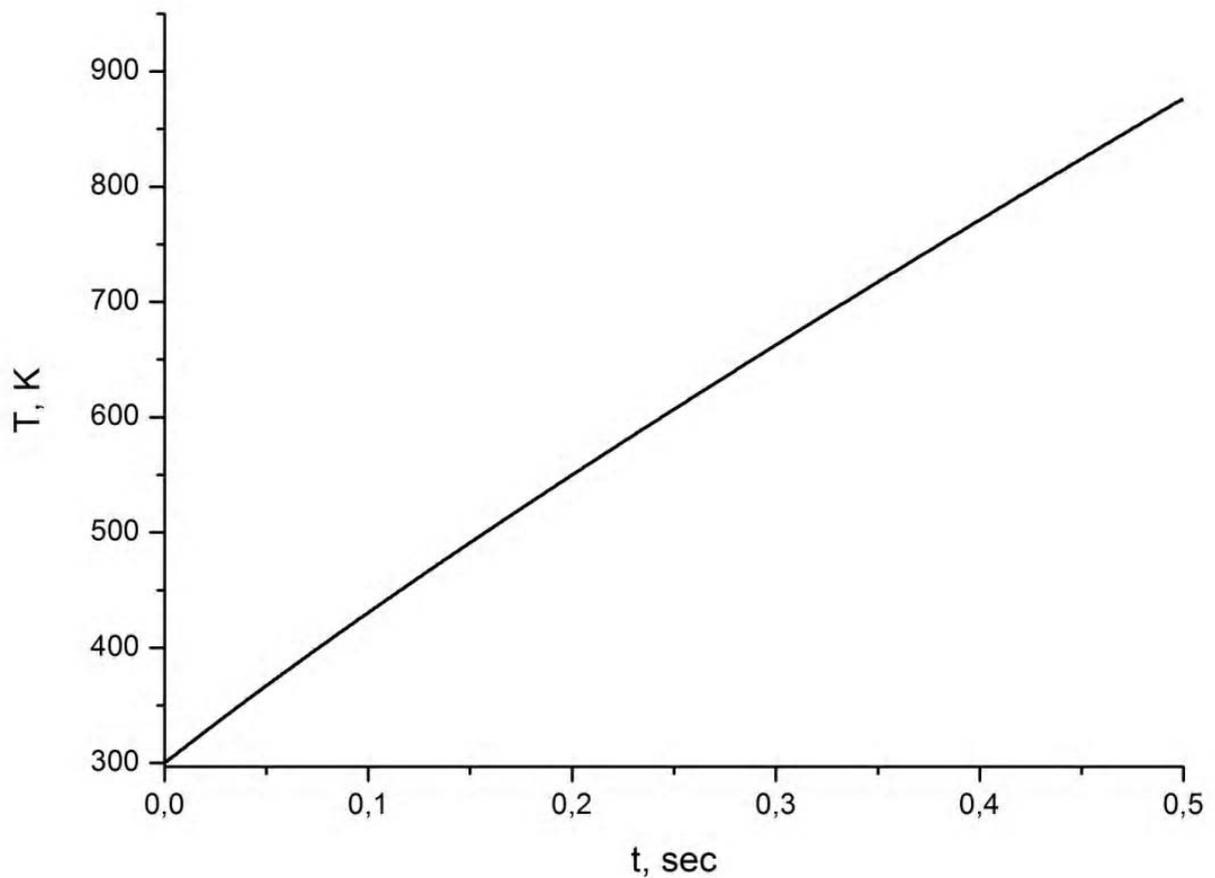


Figure 4 – Ignition surface dependence on time

Table 1 – Ignition condition of tree depending on voltage of the discharge at current $J=23.5$ kA

Voltage, U , kV	Ignition occurrence	Surface temperature, K	Heat flux from core to surface, kW/m ²
1–85	No	<801	<210
90	Yes	801	226
95	Yes	801	230
100	Yes	801	232
105	Yes	801	235
110	Yes	801	238

Table 2 – Ignition condition of tree depending on current of the discharge at voltage $U=100$ kV

Current, J , kA	Ignition occurrence	Surface temperature, K	Heat flux from core to surface, kW/m ²
1–20	No	<801	<210
23.5	Yes	801	232
30	Yes	801	245
35	Yes	801	253

5 RESULTS

GIS enables us to use the mathematical model program for quantitative assessment of the probability of lightning-caused forest fire danger. The algorithms of geographical information system for quantitative assessment of forest fire danger are implemented in the Python language embedded into ArcGIS [24]. The quantitative estimation is carried out relying on the remote sensing data, land forest taxation, and statistical information. The criteria to assess forest fire danger are defined relying on the probability theory, and its values are within the range from 0 to 1. The calculations are made with the accuracy up to 0.0001. The forest taxation descriptions of stratum (Fig. 5) are presented below in the table in MS Excel format (national language).

FFstormactivity.tbx program tool solves the problem to forecast the fire danger of forest a quadrant relying on the information about stratum composition and statistical information on lightning-caused forest fires and visualizes the obtained information on an electronic map. Python is the source language for FFstormactivity program [24].

FFstormactivity program tool contains seven forms. It provides two variants to solve the task: complex and stage-by-stage with the control of result. Main stages:

1. Data import from the Excel table to the autonomous geodata base table.

uchastok	kvart	vydel	area	sostav	age
Калтайский	1	1	43.7	СЕНОКОС	
Калтайский	1	2	2	БОЛОТО	
Калтайский	1	3	7.6	7Б2Л1С	Б - 75, Л - 120, С - 120
Калтайский	1	4	14.8	7ИВЗБ	ИВ - 30, Б - 35
Калтайский	1	5	19	7ИВЗБ	ИВ - 30, Б - 35
Калтайский	1	6	18.3	8Б2Л	Б - 65, Л - 120
Калтайский	1	7	5.5	7Б2Л1С	Б - 75, Л - 120, С - 120
Калтайский	1	8	5.6	5С2К1Л2Б	С - 140, К - 160, Л - 140, Б - 75
Калтайский	1	9	5.3	5К2Е1С2Б	К - 180, Е - 140, С - 140, Б - 85
Калтайский	1	10	1.2	ОЗЕРО	

Figure 5 – Table of forest taxation data in MS Excel format

2. Fire danger determination for a forest stratum.
3. Fire danger probability estimation for a forest quadrant according to the forest taxation descriptions.
4. Statistical data import to the geodata base.
5. Estimation of lightning-caused fire danger probability.
6. Attributive and autonomous tables connection.
7. Map formation according to a legend.

The algorithm, how the program tool works, is presented by a series of figures showing the main steps of the analysis and information processing by this tool (Fig. 6–10). ArcGIS options are also used for scheme constructions.

FFstormactivity program tool uses the following methods:

1. AddField is to add a field. The program adds a field.
2. CalculateField is to calculate the field value. To determine the fire danger of a stratum, to assess the probability of forest fire danger on the quadrant of the level.
3. Statistics_analysis is the total statistics. To calculate the total quantity of stratum in each quadrant and the quantity of the fire-dangerous ones.
4. JoinField is to connect the fields. The connection between two tables takes place on the basis of a key field.
5. ApplySymbologyFromLayer_management is to add the layer symbols. To form the layer of quadrants according to the fire danger level.

The program tool start-up begins with ArcToolbox. It is necessary to specify the initial data in the dialog window that appears after start-up. The Russian interface is used in the current version of GIS-system.

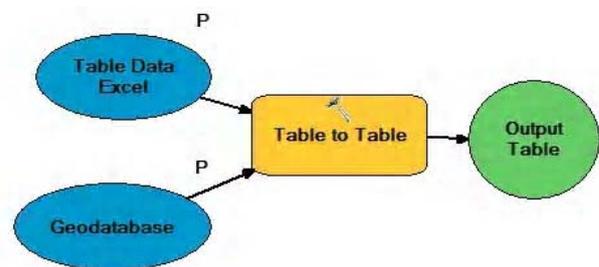


Figure 6 – Data import from Excel table to autonomous geodata base table



Figure 7 – Determination of fire danger for stratum according to forest taxation descriptions (a) and estimation of fire danger probability of forest quadrant according to forest taxation descriptions (b)

Figure 7 shows the algorithm to form the table that lists the level of forest fire risk, which is characteristic for each quarter of a forest taxation site. Each sub-step of the algorithm is formed by an attribute table. First, we add the field, which is responsible for the allotment of forest fire danger level and statistics on forest fire incidents. Then the data processing is performed to be entered in the next table. An intermediate table is formed again, and later it is integrated with the data of the summary statistics on forest fires. As a result, the field is calculated according to the level of forest fire danger. The next step is to calculate the probability of forest fire on the controlled territory. After a series of intermediate calculations the attribute table is generated to estimate the probability of forest fires on the territory of a forest taxation quarter.

The tool implementation results in creating:

1. The table that assesses the probability of the lightning-caused fire danger of a forest quadrant with regard to the forest vegetation conditions

2. The thematic map that displays the fire danger levels of a forest quadrant (Fig. 11).

The forest fire danger levels in fig. 11 correspond to the following gradation:

1: 0.001852–0.030000.

2: 0.030001–0.060000.

3: 0.060001–0.090000.

The minimum is 0.001852; the maximum is 0.08333.

6 DISCUSSION

The analysis of foreign forest fire danger forecast systems shows that they show high operational qualities in their countries. However, it is difficult to apply them in other countries as it is necessary to carry out the whole range of works to analyse and adjust empirical formulas for new forested territories.

All foreign systems usually offer the abstract index of forest fire danger. The present research offers the new probabilistic approach to estimate the most probable

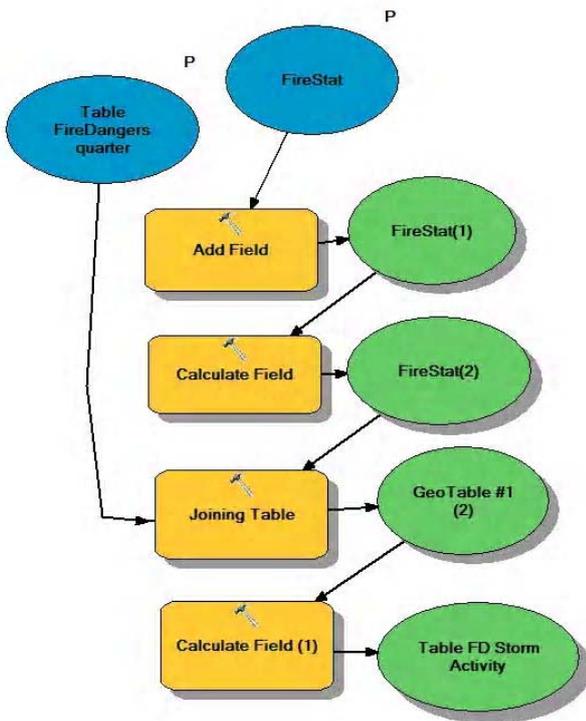


Figure 8 – Assessment of fire danger probability caused by storm activity

scenarios of forest fire danger. The definite scenario can be calculated using the deterministic mathematical model describing how the cloud-to-ground lightning discharge ignites a tree. We have developed GIS-system to forecast the lightning-caused forest fire danger. The system reserves the layers for the subsequent implementation of the deterministic component based on the mathematical model of tree ignition by a cloud-to-ground lightning discharge.

CONCLUSIONS

We offer the new physically proved approach to forecast the lightning-caused forest fire danger as a result of the current research. The analysis of the methods based on statistical data shows that it is impossible to estimate adequately the probability of lightning-caused forest fires. We offer to use the deterministic models of tree ignition by a cloud-to-ground lightning discharge and the probabilistic criterion to estimate forest fire danger. The statistical approach analysis has been carried out in the territory of the Timiryazevskiy local forestry of the Timiryazevskiy forestry in the Tomsk region. The technologies of geographic information systems are used to visualize spatial data. ArcGIS software enables the program of algorithms to be implemented.

ACKNOWLEDGEMENTS

Work is implemented at financial support of the Russian Foundation for Basic Researches and Administration of Tomsk Region. The grant 16-41-700831.

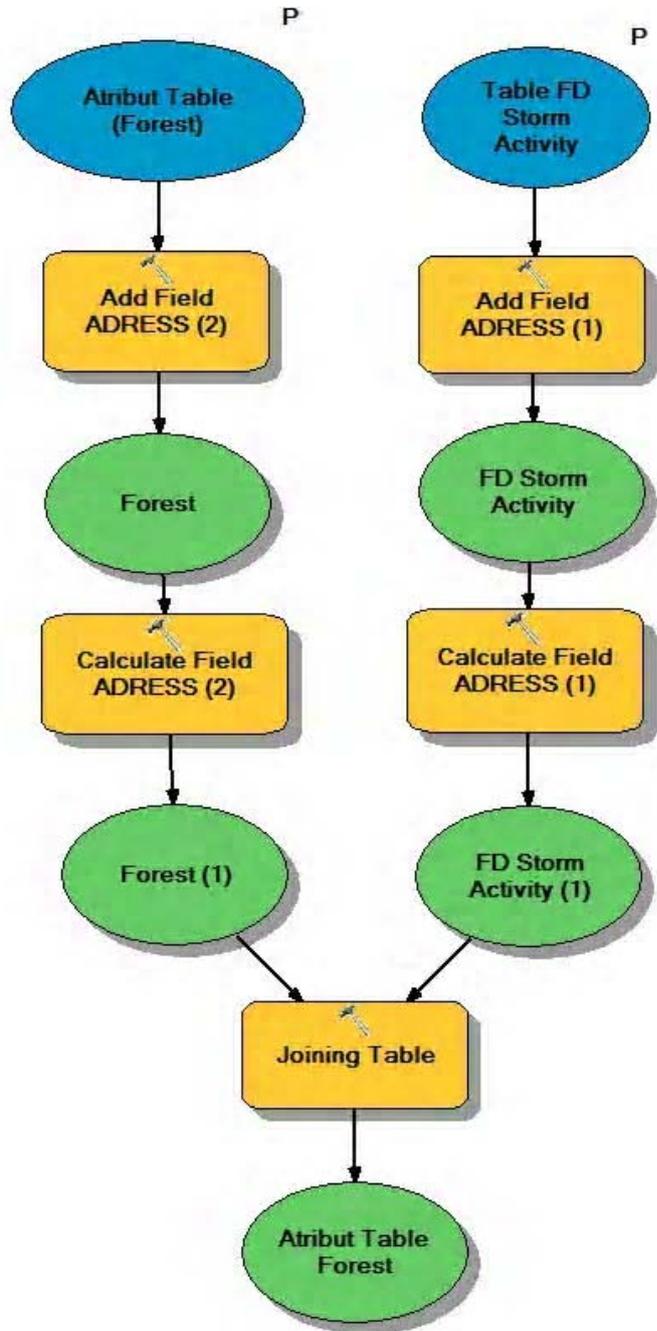


Figure 9 – Attributive and autonomous tables connection

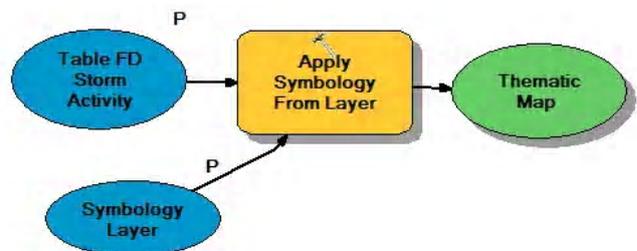


Figure 10 – Map formation according to legend

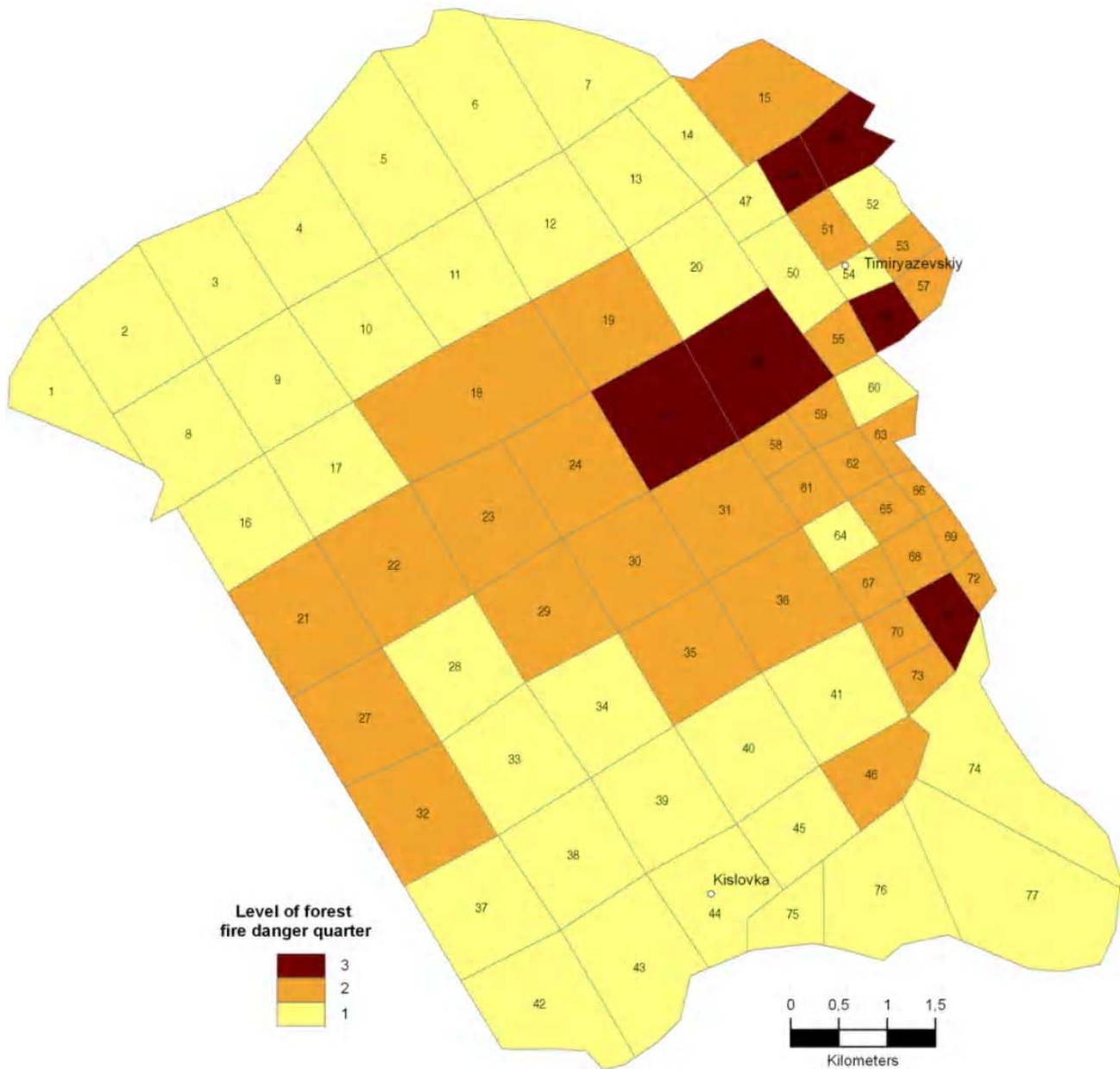


Figure 11 – Map of lightning-caused forest fire danger on territory of Timiryazevskiy local forestry of Timiryazevskiy forestry in Tomsk region

REFERENCES

1. Conedera M. Lightning-induced fires in the Alpine region: An increasing problem / M. Conedera, G. Cesti, G.B. Pezzatti et al. // *Forest Ecology and Management*. – 2006. – Vol. 234. – P. S68 DOI: 10.1016/j.foreco.2006.08.096
2. Taylor S.W. Science, technology and human factors in fire danger rating: the Canadian experience / S. W. Taylor, M. E. Alexander // *International Journal of Wildland Fire*. – 2006. – Vol. 15. – P. 121–135. DOI: 10.1071/WF05021
3. Барановский Н.В. Теплофизические аспекты прогностического моделирования лесной пожарной опасности: диссертация ... доктора физико-математических наук / Барановский Николай Викторович. – Томск : Томский политехнический университет, 2012. – 436 С.
4. Development and structure of the Canadian Forest Fire Weather Index System: Technical report 35 / C. E. Van Wagner / Canadian Forest Service – Petawawa, Ontario, 1987. – 37 p.
5. The National Fire-Danger Rating System: General Technical report INT-39 / J. E. Deeming, K. E. Burgan, J. D. Cohen / USDA Forest Service. – Ogden, Utah, 1978. – 63 p.
6. Camia A. Fire danger rating in the European Forest Fire Information System (EFFIS): Current developments / A. Camia, P. Barbosa, G. Amatulli et al. // *Forest Ecology and Management*. – 2006. – Vol. 234. – P. S20. DOI: 10.1016/j.foreco.2006.08.036
7. Baranovskiy N. V. Forest fire occurrences and ecological impact prediction: monograph / N. V. Baranovskiy, G. V. Kuznetsov. – Novosibirsk : Publishing House of Siberian Branch of Russian Academy of Science. – 2017. – 259 p. DOI: 10.15372/FOREST2017BNV
8. Latham D. Lightning and forest fires, *Forest Fires: Behavior and Ecological Effects* / D. Latham, E. Williams. – Amsterdam : Elsevier. – 2001. – P. 375–418. DOI: 10.1016/B978-012386660-8/50013-1

9. Williams E.R. The tripole structure of thunderstorms / E. R. Williams // Journal of Geophysical Research. – 1989. – Vol. 94. – P. 13151–13167. DOI: 10.1029/JD094iD11p13151
 10. Козлов В. И. Грозовая активность в Якутии / В. И. Козлов, В. А. Муллаяров. – Якутск : ЯФ Изд-ва СО РАН, 2004. – 104 с.
 11. Latham D. J. Lightning flashes from a prescribed fire-induced cloud / D. J. Latham // Journal of Geophysical Research. – 1991. – Vol. 96. – P. 17151–17157. DOI: 10.1029/91JD01808
 12. Иванов В. А. Лесные пожары от гроз на Енисейской равнине: Автореферат диссертации ... кандидата сельскохозяйственных наук / Иванов Валерий Александрович – Красноярск: Сибирский государственный технический университет, 1996. – 20 с.
 13. Uman M. A. The Lightning Discharge / M. A. Uman. – N.Y. : McGraw-Hill, 1969. – 390 p.
 14. Cummins K. L. A combined TOA/MDF technology upgrade of the U.S. national lightning detection network / K. L. Cummins, M. J. Murphy, E. A. Bardo et al. // Journal of Geophysical Research. – 1998. – Vol. 103. – P. 9035–9044.
 15. Азметов Р. Р. Перспективы создания Российской системы электромагнитного мониторинга гроз для нужд охраны лесов от пожаров, энергетики, авиации, метеорологии и прогнозирования стихийных бедствий / Р. Р. Азметов, А. И. Беляев, В. М. Москобенко // Сопряженные задачи механики и экологии: Материалы международной конференции. – Томск : Изд-во Томского университета, 2000. – С. 9–11.
 16. Иванов В. А. Грозоактивность и лесные пожары / В. А. Иванов // Лесные пожары и борьба с ними. – Москва : ВНИИЛМ, 1987. – С. 208–217.
 17. Alexander M. E. User guide to the Canadian Forest Fire Behaviour Prediction System: rate of spread relationships / M. E. Alexander, B. D. Lawson, B. J. Stocks et al. // Canadian Forest Service Fire Danger Group. – 1984. – 73 p.
 18. Baranovskiy N. A Web-Oriented Geoinformation System Application for Forest Fire Danger Prediction in Typical Forests of the Ukrainem / N. Baranovskiy, M. Zharikova // Lecture Notes in Geoinformation and Cartography, Thematic Cartography for the Society. – 2014. – P. 13–22. DOI: 10.1007/978-3-319-08180-9_2
 19. Grishin A. M. Comparative analysis of simple models of drying of the layer of forest combustibles, including the data of experiments and natural observations / A. M. Grishin, N. V. Baranovskii // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2003. – Vol. 76. – P. 1154–1159.
 20. Kuznetsov G. V. Mathematical simulation of heat transfer at deciduous tree ignition by cloud-to-ground lightning discharge / G. V. Kuznetsov, N. V. Baranovskiy, V. B. Barakhnin // EPJ Web of Conferences. – 2015. – Vol. 82, Paper 01019. – P. 1–6. DOI: 10.1051/epjconf/20158201019
 21. Esau K. Anatomy of seed plants / K. Esau. – Wiley, 1977. – 576 p.
 22. Gusarov A. V. Gas-dynamic boundary conditions of evaporation and condensation: Numerical analysis of the Knudsen layer / A. V. Gusarov, I. Smurov // Physics of Fluid. – 2002. – Vol. 14. – P. 4242–4255.
 23. Majumdar P. Computational Methods for Heat and Mass Transfer / P. Majumdar. – CRC Press, 2005. – 744 p.
 24. Lee K. D. Python Programming Fundamentals / K. D. Lee. – London : Springer, 2014. – 227 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-6642-9
- Article was submitted 02.07.2017.
After revision 25.08.2017

Барановський М. В.¹, Янкович Е. П.²

¹Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедри теоретичної та промислової теплотехніки, Національний дослідницький Томський політехнічний університет, Томськ, Росія

²Старший викладач кафедри геології та розробки корисних копалин, Національний дослідницький Томський політехнічний університет, Томськ, Росія

ГЕОІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ІНСТРУМЕНТ ПРОГНОЗУВАННЯ ЛІСОВОЇ ПОЖЕЖНОЇ НЕБЕЗПЕКИ ВІД ГРОЗ

Актуальність. Розроблено компоненти геоінформаційної системи для моніторингу, прогнозування та оцінювання лісової пожежної небезпеки, обумовленої дією грозової активності.

Мета роботи – створення програмно-апаратного інструменту для фізично обґрунтованого прогнозування, моніторингу та оцінювання ймовірності виникнення лісової пожежі в результаті впливу грозового розряду на стовбур дерева.

Метод. Структурний аналіз використаний для проектування елементів і потоків інформації всередині і ззовні розробленої геоінформаційної системи. Математичне моделювання використано для визначення параметрів займання дерева наземним грозовим розрядом. Математично процес розігріву стовбура дерева описується за допомогою системи нестационарних рівнянь теплопровідності з джерельним членом, що відповідає за тепловиділення за законом Джоуля-Ленца в серцевині стовбура дерева. Метод кінцевих різниць використаний для вирішення диференціальних рівнянь теплопровідності. Кінцево-різницеві аналоги вирішені методом прогонки. Програмна реалізація виконана на вбудованій мові високого рівня. Теорія ймовірності (умовна ймовірність) використана для розробки ймовірнісного критерію лісової пожежної небезпеки.

Результати. Розроблено програмний інструмент для оцінки часу затримки запалювання дерева в результаті впливу наземного грозового розряду. Компонент ГІС-системи розроблений мовою програмування високого рівня Python. Отримано розподіл ймовірності виникнення лісових пожеж від гроз для території Тимирязівського лісництва Томської області.

Висновки. Запропоновано фізично обґрунтований метод прогнозування, моніторингу та оцінювання лісової пожежної небезпеки, обумовленої дією грозової активності. Детермінована математична модель запалювання дерева наземним грозовим розрядом використана в сукупності з ймовірнісним критерієм для оцінки лісової пожежної небезпеки. Проведено аналіз лісової пожежної небезпеки для типової території Томської області (Тимирязівське лісництво).

Ключові слова: ГІС, Математичне моделювання, Лісова пожежна небезпека, Прогноз, Гроза активність, Ймовірнісний критерій.

Барановский Н. В.¹, Янкович Е. П.²

¹Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической и промышленной теплотехники, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия

²Старший преподаватель кафедры геологии и разработки полезных ископаемых, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия

ГЕОИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК ИНСТРУМЕНТ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЛЕСНОЙ ПОЖАРНОЙ ОПАСНОСТИ ОТ ГРОЗ

Актуальность. Разработаны компоненты геоинформационной системы для мониторинга, прогноза и оценки лесной пожарной опасности, обусловленной действием грозовой активности.

Цель работы – создание встроенного программного инструмента для физически обоснованного прогноза, мониторинга и оценки вероятности возникновения лесного пожара в результате воздействия грозового разряда на ствол дерева.

Метод. Структурный анализ использован для проектирования элементов и потоков информации внутри и извне разработанной геоинформационной системы. Математическое моделирование использовано для определения параметров воспламенения дерева наземным грозовым разрядом. Математически процесс разогрева ствола дерева описывается с помощью системы нестационарных уравнений теплопроводности с источником членом, отвечающим за тепловыделение по закону Джоуля-Ленца в сердцевине ствола дерева. Метод конечных разностей использован для решения дифференциальных уравнений теплопроводности. Конечно-разностные аналоги решены методом прогонки. Программная реализация выполнена на встроенном языке высокого уровня. Теория вероятности (условная вероятность) использована для разработки вероятностного критерия лесной пожарной опасности.

Результаты. Разработан программный инструмент для оценки времени задержки загорания дерева в результате воздействия наземного грозового разряда. Компонент ГИС-системы разработан на языке программирования высокого уровня Python. Получено распределение вероятности возникновения лесных пожаров от гроз для территории Тимирязевского лесничества Томской области.

Выводы. Предложен физически обоснованный метод прогноза, мониторинга и оценки лесной пожарной опасности, обусловленной действием грозовой активности. Детерминированная математическая модель загорания дерева наземным грозовым разрядом использована в совокупности с вероятностным критерием для оценки лесной пожарной опасности. Проведен анализ лесной пожарной опасности для типичной территории Томской области (Тимирязевское лесничество).

Ключевые слова: ГИС, Математическое моделирование, Лесная пожарная опасность, Прогноз, Грозовая активность, Вероятностный критерий.

REFERENCES

- Conedera M., Cesti G., Pezzatti G. B. et al. Lightning-induced fires in the Alpine region: An increasing problem, *Forest Ecology and Management*, 2006, Vol. 234, P. S68 DOI: 10.1016/j.foreco.2006.08.096
- Taylor S. W., Alexander M. E. Science, technology and human factors in fire danger rating: the Canadian experience, *International Journal of Wildland Fire*, 2006, Vol. 15, pp. 121–135. DOI: 10.1071/WF05021
- Baranovskiy N. V. Teplofizicheskiye aspekty prognosticheskogo modelirovaniya lesnoy pozharoy opasnosti: dissertatsiya ... doktora fiziko-matematicheskikh nauk. Tomsk, Tomskiy politekhnicheskii universitet, 2012, 436 p. (In Russian)
- Development and structure of the Canadian Forest Fire Weather Index System: Technical report 35, *Canadian Forest Service*. Petawawa, Ontario, 1987, 37 p.
- Deeming J. E., Burgan K. E., Cohen J. D. The National Fire-Danger Rating System: General Technical report INT-39, *USDA Forest Service*. Ogden, Utah, 1978, 63 p.
- Camia A., Barbosa P., Amatulli G. et al. Fire danger rating in the European Forest Fire Information System (EFFIS): Current developments, *Forest Ecology and Management*, 2006, Vol. 234, P. S20. DOI: 10.1016/j.foreco.2006.08.036
- Baranovskiy N. V., Kuznetsov G. V. Forest fire occurrences and ecological impact prediction: monograph. Novosibirsk, Publishing House of Siberian Branch of Russian Academy of Science, 2017, 259 p. DOI: 10.15372/FOREST2017BNV
- Latham D., Williams E. Lightning and forest fires, *Forest Fires: Behavior and Ecological Effects*. Amsterdam, Elsevier, 2001, pp. 375–418. DOI: 10.1016/B978-012386660-8/50013-1
- Williams E.R. The tripole structure of thunderstorms, *Journal of Geophysical Research*, 1989, Vol. 94, pp. 13151–13167. DOI: 10.1029/JD094iD11p13151
- Kozlov V. I., Mullayarov V. A. Grozovaya aktivnost' v Yakutii [Text]. Yakutsk, YAF Izd-va SO RAN, 2004, 104 p. (In Russian)
- Latham D. J. Lightning flashes from a prescribed fire-induced cloud, *Journal of Geophysical Research*, 1991, Vol. 96, pp. 17151–17157. DOI: 10.1029/91JD01808
- Ivanov V. A. Lesnyye pozhary ot groz na Yeniseyskoy ravnine: Avtoreferat dissertatsii ... kandidata sel'skokhozyaystvennykh nauk. Krasnoyarsk, Sibirskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet, 1996, 20 p. (In Russian)
- Uman M. A. The Lightning Discharge. N.Y., McGraw-Hill, 1969, 390 p.
- Cummins K. L., Murphy M. J., Bardo E. A. et al. A combined TOA/MDF technology upgrade of the U.S. national lightning detection network, *Journal of Geophysical Research*, 1998, Vol. 103, pp. 9035–9044.
- Azmetov R. R., Belyayev A. I., Moskovenko V. M. Perspektivy sozdaniya Rossiyskoy sistemy elektromagnitnogo monitoringa groz dlya nuzhd okhrany lesov ot pozharov, energetiki, aviatsii, meteorologii i prognozirovaniya stikhiynykh bedstviy, *Sopryazhennyye zadachi mekhaniki i ekologii: Materialy mezhdunarodnoy konferentsii*. Tomsk, Izd-vo Tomskogo universiteta, 2000, pp. 9–11. (In Russian)
- Ivanov V. A. Grozoaktivnost' i lesnyye pozhary, *Lesnyye pozhary i bor'ba s nimi*. Moskva, VNIILM, 1987, pp. 208–217. (In Russian)
- Alexander M. E., Lawson B. D., Stocks B. J. et al. User guide to the Canadian Forest Fire Behaviour Prediction System: rate of spread relationships, *Canadian Forest Service Fire Danger Group*, 1984, 73 p.
- Baranovskiy N., Zharikova M. A Web-Oriented Geoinformation System Application for Forest Fire Danger Prediction in Typical Forests of the Ukraine, *Lecture Notes in Geoinformation and Cartography, Thematic Cartography for the Society*, 2014, pp. 13–22. DOI: 10.1007/978-3-319-08180-9_2
- Grishin A. M., Baranovskii N. V. Comparative analysis of simple models of drying of the layer of forest combustibles, including the data of experiments and natural observations, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2003, Vol. 76, pp. 1154–1159.
- Kuznetsov G. V., Baranovskiy N. V., Barakhnin V. B. Mathematical simulation of heat transfer at deciduous tree ignition by cloud-to-ground lightning discharge, *EPJ Web of Conferences*, 2015, Vol. 82, Paper 01019, pp. 1–6. DOI: 10.1051/epjconf/20158201019
- Esau K. Anatomy of seed plants. Wiley, 1977, 576 p.
- Gusarov A. V., Smurov I. Gas-dynamic boundary conditions of evaporation and condensation: Numerical analysis of the Knudsen layer [Text], *Physics of Fluid*, 2002, Vol. 14, pp. 4242–4255.
- Majumdar P. Computational Methods for Heat and Mass Transfer, CRC Press, 2005, 744 p.
- Lee K. D. Python Programming Fundamentals. London, Springer, 2014, 227 p. DOI: 10.1007/978-1-4471-6642-9

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ РОЕМ ЧАСТИЦ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ СТОИМОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Актуальность. Решена актуальная задача получения последовательности опытов при проведении полного факторного эксперимента, обеспечивающей его минимальную стоимость.

Цель работы – создание метода для оптимизации многофакторных планов эксперимента с помощью алгоритма оптимизации роём частиц.

Метод. Предложен метод построения оптимальной матрицы планирования эксперимента по стоимости реализации с использованием алгоритма роё частиц. Метод роё частиц базируется на моделировании поведения популяции частиц в пространстве параметров задачи оптимизации. Вначале вводится количество факторов и стоимость перехода для каждого уровня факторов. Затем с учетом введенных данных формируется сводная матрица планирования эксперимента. Частицы разбросаны случайным образом по всей сводной матрице планирования эксперимента, и каждая частица имеет случайный вектор скорости. После этого частицы начинают перемещаться по строкам и столбцам матрицы. В каждой точке, где побывала частица, рассчитывается значение стоимости проведения эксперимента. При этом каждая частица запоминает, какое (и где) лучшее значение стоимости эксперимента она лично нашла и где расположена точка, являющаяся лучшей среди всех точек, которые разведали частицы. На каждой итерации частицы корректируют свою скорость (модуль и направление), чтобы с одной стороны быть поближе к лучшей точке, которую она нашла сама и, в то же время, приблизиться к точке, которая в данный момент является глобально лучшей. Через некоторое количество итераций частицы собираются вблизи наиболее хорошей точки. Затем корректируется текущая координата каждой частицы. После этого рассчитывается значение стоимости проведения эксперимента в каждой новой точке, каждая частица проверяет, не стала ли новая координата лучшей среди всех точек, где она побывала. Затем среди всех новых точек осуществляется проверка, не нашли ли мы новую глобально лучшую точку, и, если нашли, запоминаем ее координаты и значение стоимости проведения эксперимента в ней. Затем рассчитывается выигрыш по сравнению с исходной стоимостью проведения эксперимента.

Результаты. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, которое использовано при проведении вычислительных экспериментов по исследованию свойств метода.

Выводы. Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность предложенного метода и реализующего его программного обеспечения, а также позволяют рекомендовать их для применения на практике при построении оптимальных матриц планирования экспериментов.

Ключевые слова: метод, оптимизация, роё частиц, планирование эксперимента, стоимость, оптимальный план.

НОМЕНКЛАТУРА

Div – разнообразие роё частиц;

g – глобальное решение алгоритма роё частиц;

k – количество факторов объекта, введенных в исследование;

l – количество итераций;

t – время работы программы, с;

B – выигрыш;

C_{\min} – минимальная стоимость проведения эксперимента, усл.ед.;

$C_{\text{исх}}$ – исходная стоимость проведения эксперимента, усл.ед.;

P_i – локальное решение алгоритма роё частиц;

W – коэффициент для «тушения» скорости частиц;

X_i^j – значение *i*-го фактора исследуемого процесса в *j*-ом опыте;

N – количество опытов в матрице планирования эксперимента и матрице стоимостей переходов из уровней факторов;

$C_{0(+1)}^i, C_{0(-1)}^i, C_{0(+1)(-1)}^i, C_{0(-1)(+1)}^i$ – стоимости переходов из соответствующих уровней для *i*-го фактора;

$C_{\text{пер}}$ – матрица стоимостей переходов;

X_{33} – исходный план эксперимента;

l – количество итераций алгоритма;

$l_{\text{зад}}$ – заданное количество итераций алгоритма;

$a_{i,j}$ – значение *i*-го фактора в *j*-ом опыте;

$C_i^{a_i,1}$ – стоимость установки *i*-го фактора в состоянии $a_{i,1}$ в первом опыте;

$C_{i,j}^{a_{i,j-1}, a_{i,j}}$ – стоимость установки *i*-го фактора в *j*-ом опыте;

C_0 – суммарная стоимость проведения эксперимента.

ВВЕДЕНИЕ

Применение планирования эксперимента делает проведение экспериментатора целенаправленным и организованным, существенно способствует повышению производительности его труда и надежности полученных результатов. Важным достоинством метода является его универсальность, пригодность в огромном большинстве областей исследования, интересующих современного человека.

Основной целью эксперимента является проверка теоретических положений (подтверждение рабочей гипотезы), а также более широкое и глубокое изучение темы научного исследования. Эксперимент должен быть про-

веден по возможности в кратчайший срок с минимальными затратами и позволит получить достоверные результаты.

Объект исследования: процессы оптимизации по стоимостным затратам планов многофакторных экспериментов.

Предмет исследования: метод оптимизации по стоимостным затратам планов экспериментов, основанный на применении метода роя частиц.

Цель исследования: сокращение стоимостных затрат на проведение многофакторного эксперимента за счет создания метода оптимизации с помощью применения метода роя частиц.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача оптимизации планов экспериментов по стоимостным затратам является NP-полной, т.е. для своего решения требует времени и большого количества вычислений, быстро растущих с увеличением размерности задачи. Поэтому полный перебор всех возможных вариантов решения является затруднительным. В связи с этим необходимо находить решения с помощью приближенных алгоритмов, например, таких, как алгоритм оптимизации роем частиц. При этом задан исходный план эксперимента $X_{3Э}$ и матрица стоимостей переходов уровней факторов $C_{пер}$:

$$X_{3Э} = \begin{bmatrix} X_1^1 & X_2^1 & \dots & X_i^1 & \dots & X_k^1 \\ X_1^2 & X_2^2 & \dots & X_i^2 & \dots & X_k^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_1^j & X_2^j & \dots & X_i^j & \dots & X_k^j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_1^N & X_2^N & \dots & X_i^N & \dots & X_k^N \end{bmatrix},$$

$$C_{пер} = \begin{bmatrix} C_{(+1)}^1 & C_{(-1)}^1 & C_{(+1)(-1)}^1 & C_{(-1)(+1)}^1 \\ C_{(+1)}^2 & C_{(-1)}^2 & C_{(+1)(-1)}^2 & C_{(-1)(+1)}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{(+1)}^i & C_{(-1)}^i & C_{(+1)(-1)}^i & C_{(-1)(+1)}^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{(+1)}^k & C_{(-1)}^k & C_{(+1)(-1)}^k & C_{(-1)(+1)}^k \end{bmatrix}.$$

Необходимо найти оптимальный или близкий к оптимальному план эксперимента $X_{3Э}^{опт}$, при выполнении ограничения на количество итераций $l=l_{зад}$ для которого суммарная стоимость проведения эксперимента

$$C_0 = \sum_{i=1}^k C_i^{a_i,1} + \sum_{j=2}^k \sum_{i=1}^k C_{i,j}^{a_i,j-1,a_i,j} \rightarrow \min.$$

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Возможно применение методов комбинаторной оптимизации [1–3]. Известны примеры построения многофакторных планов эксперимента, основанные на использовании следующих методов оптимизации: полный перебор [4], случайный поиск [4], метод ветвей и границ [4], метод последовательного приближения [4], метод табу

поиска [5]. Была доказана эффективность применения этих методов при исследовании ряда различных объектов: технологических процессов, приборов, систем. Каждый из этих методов имеет свои достоинства и недостатки. Их существенными недостатками являются: низкое быстродействие, не всегда находится точное решение, а удается найти лишь близкое к оптимальному решение.

Ввиду этого целесообразно для сравнения результатов оптимизации планов эксперимента применить алгоритм оптимизации роем частиц.

Обширное исследование приложений метода роя частиц сделано Поли [6–7]. Метод роя частиц оптимизирует функцию, поддерживая популяцию возможных решений, называемых частицами, и перемещая эти частицы в пространстве решений. Перемещения подчиняются принципу наилучшего найденного в этом пространстве положения, которое постоянно изменяется при нахождении частицами более выгодных положений [8, 9].

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Разработан метод оптимизации планов эксперимента по стоимостным затратам с использованием алгоритма оптимизации роем частиц. Сущность применения алгоритма, схема которого приведена на рис. 1, заключается в следующем.

Шаг 1. В начале работы алгоритма производится ввод количества факторов k .

Шаг 2. Необходимо ввести стоимости переходов между уровнями для каждого из факторов.

Шаг 3. В зависимости от выбранного количества факторов осуществляется построение матрицы планирования эксперимента.

Шаг 4. Вычисляется исходная стоимость проведения эксперимента.

Шаг 5. Формирование счетчиков итераций l .

Шаг 6. Осуществляется ввод количества итераций l .

Шаг 7. Выполняется проверка, достигнуто ли заданное количество итераций или нет. Если достигнуто, то выполняется шаг 15, в противном случае – шаг 8.

Шаг 8. Происходит инициализация частиц. Начальные позиции-перестановки частиц инициализируются случайным образом. Для первой позиции выбираем случайным образом любую позицию их значения; для второй позиции – со второй до последней с последующей перестановкой их значений; для третьей позиции осуществляется перестановка значений со случайно выбранной позицией от третьей до последней и т.д.

Шаг 9. Исходя из анализа всех возможных вариантов переходов из начального состояния в локально оптимальное состояние (при котором стоимость перехода будет минимальной), записывается этот локально оптимальный опыт в оптимизационную матрицу.

Шаг 10. Обновление положения частиц происходит с помощью бинарного и тернарного операторов. При использовании бинарного оператора происходит вычисление расстояния между перестановками, где для подсчета степени различия между ними находится первое несовпадение при сканировании элементов слева направо. А при использовании тернарного оператора ищется несовпадение в случайно выбранной позиции. Если элементы этой позиции совпали, то производится поиск

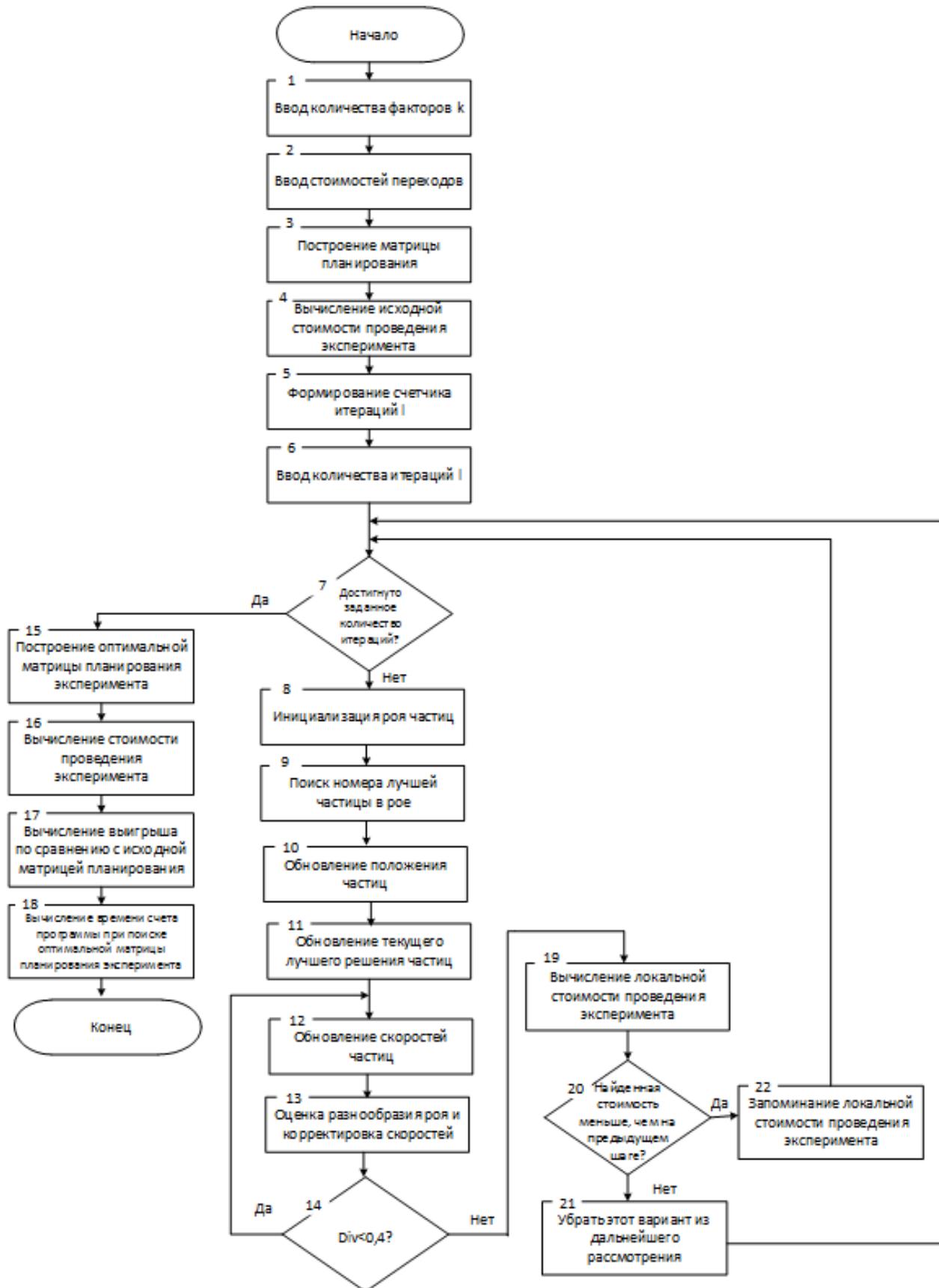


Рисунок 1 – Схема реализации метода оптимизации планов эксперимента, основанного на применении алгоритма оптимизации роем частиц

первого несовпадения справа, а в случае неудачи – слева от нее.

Шаг 11. Выполняется обновление текущего лучшего решения частиц путем запоминания лучшего решения, которое получается в результате сравнения значений, найденных при выполнении шага 10 и исходных.

Шаг 12. Выполняется обновление скоростей частиц. Разнообразие для i -ой частицы определяется как среднее арифметическое ее степени отличия от найденного ей локального решения p_i и глобального решения роя g , а также отличием между этим локальным и глобальным решением.

Шаг 13. Выполняется оценка разнообразия роя и корректировка скоростей. Разнообразие роя определяется средним разнообразием всех входящих в него частиц. Если разнообразие в рое становится меньше некоторого значения, например, как рекомендуется в [10], $Div < 0,4$, то происходит переинициализация значений скоростей частиц, что дает рою возможность выйти из области притяжения найденного локального минимума и продолжить дальнейший поиск глобального решения. Периодическая оценка степени разнообразия популяции и соответствующая корректировка скоростей частиц является своеобразной обратной связью, регулирующей процесс поиска и позволяющей сделать проведение оптимизации менее чувствительным к выбору численного значения коэффициента w для «тушения» скорости.

Шаг 14. Выполняется проверка разнообразия роя, т.е. $Div < 0,4$ или нет. Если да, то выполняется шаг 12, в противном случае шаг 19.

Шаг 15. После достижения заданного количества итераций выполняется построение оптимальной матрицы планирования эксперимента (основывается на том, что если на каждом локальном шаге выбирался оптимальный переход, то и общий план проведения эксперимента будет оптимальным).

Шаг 16. Вычисляется общая стоимость реализации эксперимента.

Шаг 17. Вычисление величины выигрыша (B) как отношения исходной стоимости проведения эксперимента ($C_{исх}$), найденной на шаге 4, к стоимости проведения эксперимента (C_{min}), найденной на шаге 16.

Шаг 18. Вычисляется время t , затраченное на оптимизацию плана многофакторного эксперимента с использованием алгоритма оптимизации роем частиц.

Шаг 19. Вычисление локальной стоимости проведения эксперимента.

Шаг 20. Выполняется проверка меньше ли стоимость, найденная на шаге 19, чем стоимость, вычисленная во

время предыдущей итерации. Если меньше, то осуществляется переход на шаг 22, в противном случае на шаг 21.

Шаг 21. Так как мы получили стоимость больше, чем во время предыдущей итерации, то нужно исключить этот вариант из рассмотрения.

Шаг 22. Осуществляется запоминание локальной стоимости проведения эксперимента.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Было разработано программное обеспечение, реализующее метод роя частиц. Язык программирования – Java. Просчеты выполнялись на компьютере с процессором Intel Pentium G620 с частотой 2.60 GHz. Проверка работоспособности разработанного метода и программного обеспечения, основанного на применении алгоритма оптимизации роем частиц, осуществлялась на ряде практических задач (просчеты контрольных примеров с количеством факторов $k=3...7$, исследовании несоизмерительной системы для дозирования сыпучих материалов ($k=3$), исследовании вихретоковых измерителей толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях ($k=4$), при поиске оптимальных комбинаторных планов эксперимента ($k=4$)), решенных методами полного перебора, табу-поиска и случайного поиска.

Количество факторов и стоимости переходов вводятся с клавиатуры. Для просчета контрольных примеров вводились стоимости изменения уровней факторов, представленные в табл. 1.

При исследовании несоизмерительной системы для дозирования сыпучих материалов ($k=3$) расчеты выполнялись для стоимостей изменений значений уровней факторов, приведенных в табл. 2 [4].

При исследовании вихретоковых измерителей толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях ($k=4$) расчеты выполнялись для стоимостей изменений значений уровней факторов, приведенных в табл. 3 [4].

При поиске оптимальных комбинаторных планов эксперимента ($k=4$) расчеты выполнялись для стоимостей изменений значений уровней факторов, приведенных в табл. 4 [4].

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность метода роя частиц. Для стоимостей изменения уровней факторов, представленных в табл.1, получены результаты оптимизации, отраженные в табл. 5. Изменение выигрыша в стоимости реализации экспериментов приведены на рис. 2.

Таблица 1 – Стоимости изменений уровней факторов

Стоимость перехода уровня фактора, усл.ед.	Количество факторов	Обозначение факторов						
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
из «-1» в «+1»	3	1	2	3	-	-	-	-
из «+1» в «-1»		1	3	2	-	-	-	-
из «-1» в «+1»	4	2	2	4	5	-	-	-
из «+1» в «-1»		1	3	3	6	-	-	-
из «-1» в «+1»	5	1	2	3	5	2	-	-
из «+1» в «-1»		1	1	3	6	1	-	-
из «-1» в «+1»	6	2	2	1	3	2	1	-
из «+1» в «-1»		1	4	3	6	1	3	-
из «-1» в «+1»	7	3	1	4	3	2	1	4
из «+1» в «-1»		2	4	3	6	1	3	2

Таблица 2 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимости изменений, усл. ед.			
	из «0» в «+1»	из «0» в «-1»	из «+1» в «-1»	из «-1» в «+1»
X1	10	10	10	10
X2	8	12	24	16
X3	6	4	8	12

Таблица 3 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимости изменений, усл. ед.			
	из «0» в «+1»	из «0» в «-1»	из «+1» в «-1»	из «-1» в «+1»
X1	0,2	0,2	0,2	0,2
X2	0,8	5,65	1,55	4,9
X3	6,65	9,55	7,4	8,8
X4	6,15	8,65	6,9	7,9

Таблица 4 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимости изменений, усл. ед.			
	из «0» в «+1»	из «0» в «-1»	из «+1» в «-1»	из «-1» в «+1»
X1	3,73	9,43	7,45	18,85
X2	2,23	4,33	4,45	8,65
X3	0,09	0,09	0,18	0,18
X4	0,38	0,58	0,77	1,15

Таблица 5 – Результаты оптимизации планов эксперимента

Метод поиска	Количество факторов k	$C_{\text{иск}}$, усл. ед.	$C_{\text{мин}}$, усл. ед.	B	t , с
Полный перебор	3	26	11	2,36	24,28
Случайный поиск	3	26	12	2,17	1,47
	4	116	66	1,76	5
	5	156	140	1,11	17,44
	6	261	248	1,05	18000
	7	654	647	1,01	86400
Табу-поиск	3	26	14	1,86	0,01
	4	116	42	2,76	0,04
	5	156	76	2,10	0,41
	6	261	181	1,44	4,56
	7	654	512	1,28	45,18
Метод оптимизации роением частиц	3	26	11	2,36	0,01
	4	116	41	2,83	0,02
	5	156	68	2,29	0,1
	6	261	153	1,71	1,2
	7	654	482	1,36	15

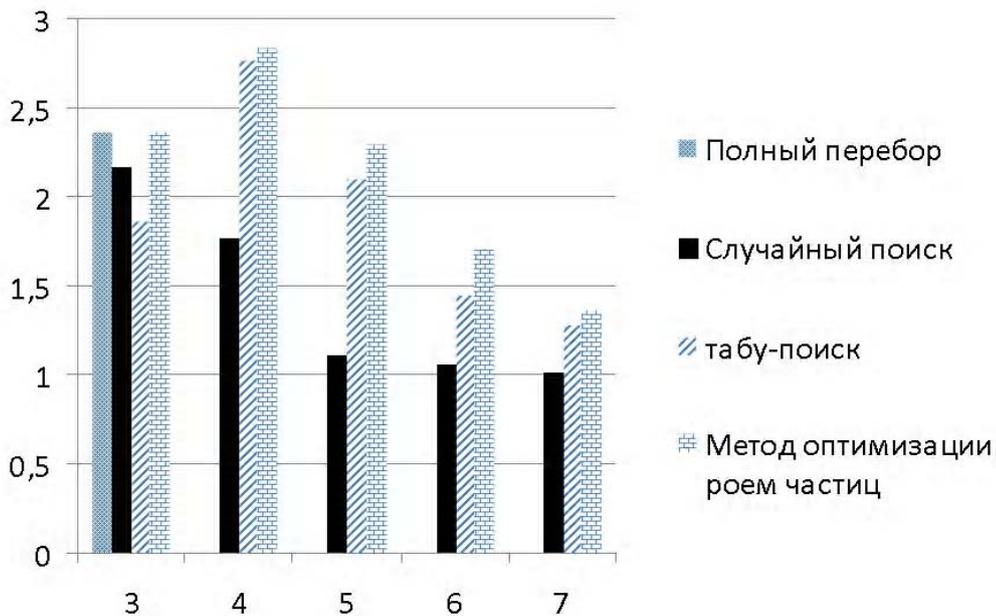


Рисунок 2 – Изменение выигрыша в стоимости реализации экспериментов

Для стоимостей изменения уровней факторов при исследовании весоизмерительной системы, представленных в табл. 2, получены результаты оптимизации, отраженные в табл. 6. Стоимость его реализации равна 110 усл. ед. (рис. 3) и время счета 0,01 с, а для оптимального плана, полученного при полном переборе строк – 102 усл. ед. [4] и время счета 25 с. Изменение стоимости реализации экспериментов приведены на рис. 3.

Для стоимостей изменения уровней факторов при исследовании вихретоковых измерителей толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях ($k=4$), представленных в табл. 3, получены результаты оптимизации, отраженные в табл. 7. План, полученный при использовании метода роя частиц, имеет стоимость реализации равную 60,1 усл. ед. (рис. 4), а план, полученный методом ограниченного перебора (проанализировано

7777777 вариантов) – 112,85 усл. ед. [4]. Изменение стоимости реализации экспериментов приведены на рис. 4.

Таблица 6 – Планы эксперимента для исследования весоизмерительной системы дозирования сыпучих материалов ($k=3$)

Номер опыта	Полный перебор			Метод роя частиц			
	Обозначение факторов			Номер опыта	Обозначение факторов		
	X1	X2	X3		X1	X2	X3
	0	0	0		0	0	0
1	-1	-1	-1	5	1	-1	-1
2	-1	-1	1	7	1	1	-1
6	1	-1	1	3	-1	-1	1
5	1	-1	-1	4	-1	1	1
7	1	1	-1	8	1	1	1
8	1	1	1	6	1	-1	1
4	-1	1	1	2	-1	-1	1
3	-1	1	-1	1	-1	-1	-1

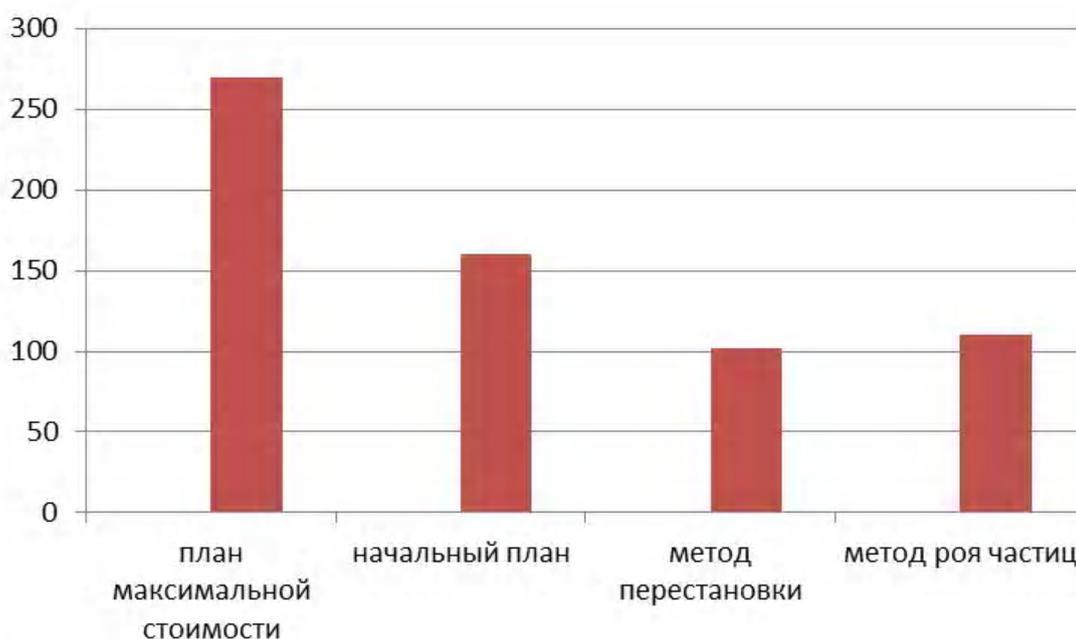


Рисунок 3 – Изменение стоимости реализации экспериментов

Таблица 7 – Планы эксперимента для исследование вихретоковых измерителей толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях ($k=4$)

Анализ перестановок (метод ограниченного перебора)					Метод роя частиц				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
0	0	0	0	0		0	0	0	0
8	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
7	-1	1	1	-1	5	-1	1	-1	-1
3	-1	-1	1	-1	13	1	-1	1	1
1	-1	-1	-1	-1	15	1	1	1	-1
9	1	-1	-1	-1	7	-1	1	1	-1
10	1	-1	-1	1	8	-1	1	1	1
2	-1	-1	-1	1	16	1	1	1	1
4	-1	-1	1	1	14	1	1	-1	1
11	1	-1	1	-1	6	-1	1	-1	1
12	1	-1	1	1	10	1	-1	-1	1
13	1	1	-1	-1	2	-1	-1	-1	1
14	1	1	-1	1	4	-1	-1	1	1
6	-1	1	-1	1	12	1	-1	1	1
5	-1	1	-1	-1	11	1	-1	1	-1
15	1	1	1	-1	3	-1	-1	1	-1
16	1	1	1	1	9	1	-1	-1	-1

Для стоимостей изменения уровней факторов при поиске оптимальных комбинаторных планов эксперимента ($k=4$), представленных в табл. 4, получены результаты оптимизации, отраженные в табл. 8. Стоимость реализации эксперимента при методе ограниченного перебора [4] составляет 86,62 усл. ед. (рис. 5). При реализации плана эксперимента, полученного с помощью метода роя частиц – 53 усл. ед. Изменение стоимости реализации экспериментов приведены на рис. 5.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Разработанная программа позволяет найти минимальную стоимость проведения полного факторного эксперимента (ПФЭ), последовательность реализации опытов, выигрыш по сравнению с исходной матрицей планирования и время счета. При просчете контрольных примеров для значения стоимостей изменения уровней факторов, приведенных в табл. 1, получены результаты

оптимизации планов эксперимента полным перебором, случайным поиском, табу-поиском и методом оптимизации рою частиц (табл. 5). Как видно из табл. 5, выигрыши в результатах оптимизации при использовании метода роя частиц получены большие, чем при методах табу-поиска и случайного поиска, и одинаковые с методом полного перебора.

При исследовании несоизмерительной системы полученная последовательность проведения опытов (табл. 6), которая позволяет получить стоимость проведения эксперимента немного большую чем при полном переборе, однако обеспечивает большее быстродействие. Как видно из рисунков 5 и 6, при исследовании вихретоковых измерителей толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях ($k=4$) и при поиске оптимальных комбинаторных планов эксперимента ($k=4$) удалось найти такие последовательности опытов (табл. 7 и

Таблица 8 – Оптимальные комбинаторные планы многофакторного эксперимента для количества факторов $k=4$

Анализ перестановок (метод ограниченного перебора)					Метод роя частиц				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1
4	1	1	1	1	3	-1	-1	1	-1
6	1	-1	1	-1	4	-1	-1	1	1
7	-1	-1	1	1	2	-1	-1	-1	1
8	-1	1	1	-1	10	1	-1	-1	1
2	-1	1	-1	-1	9	1	-1	-1	-1
9	1	1	-1	-1	12	1	-1	1	1
1	1	-1	-1	-1	11	1	-1	1	-1
10	1	-1	-1	1	15	1	1	1	-1
11	1	-1	1	1	14	1	1	-1	1
12	1	1	1	-1	16	1	1	1	1
13	-1	1	-1	1	13	1	1	-1	-1
14	-1	1	1	1	6	-1	1	-1	1
3	-1	-1	-1	1	8	-1	1	1	1
15	-1	-1	-1	-1	7	-1	1	1	-1
16	-1	-1	1	-1	5	-1	1	-1	-1

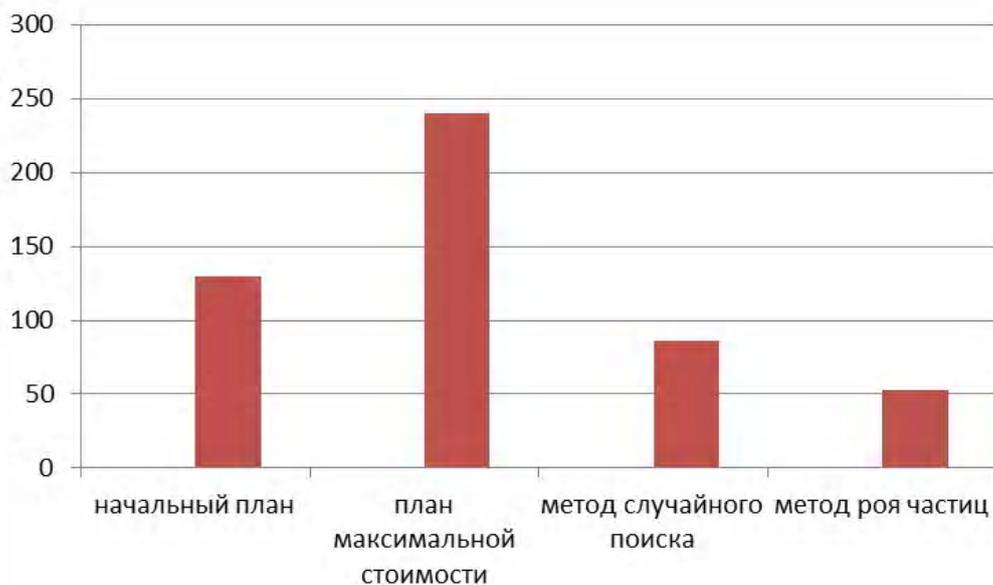


Рисунок 5 – Изменение стоимости реализации экспериментов

табл. 8 відповідно), при яких вартість проведення експерименту має менше значення, ніж при використанні методу обмеженого перебору.

Однак, як видно з рис. 2, на якому представлені зміни вартості реалізації експерименту для кількості факторів $k=3 \dots 7$ при оптимізації планів експерименту повним перебором, випадковим пошуком, табу-пошуком і методом оптимізації роєм частинок, при збільшенні кількості факторів вартість реалізації експерименту зменшується.

Як видно з табл. 5, час обчислення необхідний для отримання кінцевого результату при використанні методу рою частинок, значно менше, ніж при використанні методів повного перебору, випадкового пошуку. Час обчислення розробленої програми незначно відрізняється від програми, що реалізує табу-поиск, однак вартість дозволяє отримувати більші.

ВИВОДИ

В роботі розв'язана актуальна задача отримання послідовності спроб при проведенні повного факторного експерименту, що забезпечує його мінімальну вартість.

Наукова новизна роботи полягає в тому, що вперше запропоновано використання методу рою частинок для оптимізації вартості реалізації планів багатофакторного експерименту. Розроблено метод і програмне забезпечення, що реалізують оптимізацію багатофакторних планів експерименту з використанням алгоритму оптимізації роєм частинок. На конкретних прикладах доведено придатність і ефективність методу. Пошук оптимального або близького до оптимального плану експерименту, отриманого цим методом, реалізується за суттєво меншим часом обчислення, ніж при повному переборі, випадковому пошуку і методі табу-пошуку. Вартості, отримані в результаті оптимізації, при використанні даного методу значно більші, ніж при використанні методу випадкового пошуку і табу-пошуку. Використання розробленого методу і програмного забезпечення, заснованого на використанні алгоритму рою частинок, ефективно при кількості факторів $k \geq 3$.

Практична значимість результатів роботи полягає в тому, що розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод, а також проведені експерименти, що підтвердили його придатність і дозволяють рекомендувати для використання

на практиці при побудові оптимальних матриць планування експерименту.

Перспективи подальших досліджень полягають у використанні розробленого програмного забезпечення на більш широкому наборі практичних задач планування експерименту, зокрема для дослідження трохрівневих планів багатофакторного експерименту, а також композиційних планів другого порядку.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Hoskins D. S. *Combinatorics and Statistical Inference* / D. S. Hoskins // *Applied Optimal Designs*. – 2007. – № 4. – P. 147–179.
- Morgan J. P. *Association Schemes: Designed Experiments, Algebra and Combinatorics* / J. P. Morgan // *Journal of the American Statistical Association*. – 2005. – Vol. 100, No. 471. – P. 1092–1093.
- Bailey R. A. *Combinatorics of optimal designs* / R. A. Bailey, P. G. Cameron // *Surveys in Combinatorics*. – 2009. – Vol. 365. – P. 19–73.
- Кошевой Н. Д. Оптимізація по вартості і часом витрат на планування експерименту / Н. Д. Кошевой, Е. М. Костенко. – Полтава : видавець Шевченко Р. В., 2013. – 317 с.
- Кошевой Н. Д. Використання алгоритму табу-пошуку для мінімізації вартості проведення багатофакторного експерименту / Н. Д. Кошевой, А. А. Беляєва // *Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету ім. Т. Г. Шевченка*. – К. : ВІКНУ, 2016. – Вип. № 52. – С. 116–123.
- Poli R. *An analysis of publications on particle swarm optimisation applications* / R. Poli // *Technical Report CSM-469 (Department of Computer Science, University of Essex, UK)* – may 2007.
- Poli R. *Analysis of the publications on the applications of particle swarm optimisation* // *Journal of Artificial Evolution and Applications*. – 2008. – P. 1–10. DOI: 10.1155/2008/685175
- Min-Yuan Cheng. *K-means Particle Swarm Optimization with Embedded Chaotic Search for Solving Multidimensional Problems* / Min-Yuan Cheng, Kuo-Yu Huang and Hung-Ming Chen // *Applied Mathematics and Computation*. – 2012. – Vol. 219, No. 6. – P. 3091–3099.
- Shafiq Alam. *Research on Particle Swarm Optimization based clustering: a systematic review of literature and techniques* / Shafiq Alam, Gillian Dobbie, Yun Sing Koh, Patricia Riddle and Saeed Ur Rehman // *Swarm and Evolutionary Computation*. – 2012. – Vol. 17, No. 8. – P. 1–13.
- Гальченко В. Я. Популяційні метаевристичні алгоритми оптимізації роєм частинок : навчальне посібник / В. Я. Гальченко, А. Н. Якимов. – Черкаси : ФЛП Третяков А. Н., 2015. – 160 с.

Стаття надійшла в редакцію 16.07.2017.

Після доробки 25.08.2017.

Кошовий М. Д.¹, Беляєва А. А.²

¹Д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри авіаційних приладів і вимірювань, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна

²Аспірант кафедри авіаційних приладів і вимірювань, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна

ЗАСТОСУВАННЯ АЛГОРИТМУ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЄМ ЧАСТОК ДЛЯ МІНІМІЗАЦІЇ ВАРТІСТІ ПРОВЕДЕННЯ БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Актуальність. Вирішено актуальну задачу отримання послідовності дослідів при проведенні повного факторного експерименту, що забезпечує його мінімальну вартість.

Мета роботи – створення методу для оптимізації багатофакторних планів експерименту за допомогою алгоритму оптимізації роєм часток.

Метод. Запропоновано метод побудови оптимальної матриці планування експерименту за вартістю реалізації з використанням алгоритму рою часток. Метод рою часток базується на моделюванні поведінки популяції частинок в просторі параметрів задачі

оптимізації. На початку вводиться кількість чинників і вартість переходу для кожного рівня факторів. Потім з урахуванням введених даних формується зведена матриця планування експерименту. Частинки розкидані випадковим чином по всій зведеній матриці планування експерименту і кожна частинка має випадковий вектор швидкості. Після цього частинки починають переміщатися по рядках і стовпцях матриці. У кожній точці, де побувала частинка, розраховується значення вартості проведення експерименту. При цьому кожна частка запам'ятовує, яке (і де) краще значення вартості експерименту вона особисто знайшла і де розташована точка, яка є кращою серед усіх точок, які розвідали частки. На кожній ітерації частки коректують свою швидкість (модуль і напрямок), щоб з одного боку бути ближче до кращої точки, яку вона знайшла сама і, в той же час, наблизитися до точки, яка в даний момент є глобально кращою. Через деякий кількість ітерацій частки збираються поблизу найбільш хорошою точки. Потім коригується поточна координата кожної частки. Після цього розраховується значення вартості проведення експерименту в кожній новій точці, кожна частка перевіряє, чи не стала нова координата кращою серед усіх точок, де вона побувала. Потім серед усіх нових точок здійснюється перевірка, чи не знайшли ми нову глобально кращу точку, і, якщо знайшли, запам'ятовуємо її координати і значення вартості проведення експерименту в ній. Потім розраховується виграш в порівнянні з вихідною вартістю проведення експерименту.

Результати. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод, який використано при проведенні обчислювальних експериментів з дослідження властивостей методу.

Висновки. Проведені експерименти підтвердили працездатність запропонованого методу і реалізує його програмного забезпечення, а також дозволяють рекомендувати їх для застосування на практиці при побудові оптимальних матриць планування експериментів.

Ключові слова: метод, оптимізація, рій часток, планування експерименту, вартість, оптимальний план.

Koshevoy N. D.¹, Beliaeva A. A.²

¹Dr. Sc., Professor, Head of Department Aircraft Instrumentation and Measurements, National Aerospace University named after M. E. Zhukovskoho "NAU", Kharkiv, Ukraine

²Post-graduate student of Department Aircraft Instrumentation and Measurements, National Aerospace University named after M. E. Zhukovskoho "NAU", Kharkiv, Ukraine

APPLICATION PARTICLE SWARM ALGORITHM TO MINIMIZE THE COST OF CONDUCTING MULTIVARIATE EXPERIMENT

Context. The actual problem of obtaining a sequence of experiments in the conduct of a full factor experiment ensuring its minimum cost has been solved.

Objective – is to create a method for optimizing multifactor experimental plans using an optimization algorithm for the particle swarm.

Method. A method is proposed for constructing an optimal experiment design matrix for the cost of implementation using the particle swarm algorithm. The particle swarm method is based on modeling the behavior of the particle population in the parameter space of the optimization problem. In the beginning, the number of factors and the cost of the transition for each level of factors are introduced. Then, taking into account the input data, a composite matrix of experiment planning is formed. The particles are scattered randomly across the entire composite experiment design matrix and each particle has a random velocity vector. After that, the particles begin to move along the rows and columns of the matrix. At each point where the particle visited, the value of the experiment is calculated. In this case, each particle remembers which (and where) the best value of the cost of the experiment, she personally found and where the point is located, which is the best among all the points that explored the particles. At each iteration, the particles correct their velocity (module and direction) in order to be closer to the best point on the one hand, which she found herself and, at the same time, to approach the point that is currently globally better. After a certain number of iterations, the particles are collected near the best point. Then the current coordinate of each particle is corrected. After this, the cost of the experiment is calculated at each new point, each particle checks whether the new coordinate has become the best among all the points where it visited. Then, among all the new points, we check whether we have found a new globally better point, and if found, remember its coordinates and the value of the cost of conducting the experiment in it. Then the gain is calculated in comparison with the initial cost of the experiment.

Results. The software that implements the proposed method is developed, which was used in carrying out computational experiments to study the properties of the method.

Conclusions. The conducted experiments confirmed the efficiency of the proposed method and the software that implements it, and also allow them to be recommended for application in practice when constructing optimal experimental design matrices.

Keywords: method optimization, swarm particle, experimental design, cost, optimal plan.

REFERENCES

1. Hoskins D. S. *Combinatorics and Statistical Inferecing*, *Applied Optimal Designs*, 2007, Vol. 4, pp. 147–179.
2. Morgan J. P. Association Schemes: Designed Experiments, Algebra and Combinatorics, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 100, No. 471, 2005, pp. 1092–1093.
3. Bailey R. A., Cameron P. G. Combinatorics of optimal designs, *Surveys in Combinatorics*, Vol. 365, 2009, pp. 19–73.
4. Koshevoj N. D., Kostenko E. M. Optimal'noe po stoimostnym i vremennym zatratam planirovanie jeksperimenta. Poltava, izdatel' Shevchenko R. V., 2013, 317 p.
5. Koshevoy N. D., Beliaeva A. A. Primenenie algoritma tabu-poiska dlja minimizacii stoimosti provedenija mnogofaktornogo jeksperimenta. Kiev, *Zbirnik naukovih prats Vlyskovogo Institutu KiYivskogo natsionalnogo unIversitetu Im. T. G. Shevchenka*, 2016, No. 53, pp. 85–91.
6. Poli R. An analysis of publications on particle swarm optimisation applications. Technical Report CSM-469 (Department of Computer Science, University of Essex, UK) – may 2007.
7. Poli R. Analysis of the publications on the applications of particle swarm optimisation, *Journal of Artificial Evolution and Applications*, 2008, pp. 1–10. DOI:10.1155/2008/685175
8. Min-Yuan Cheng, Kuo-Yu Huang and Hung-Ming Chen (2012), K-means Particle Swarm Optimization with Embedded Chaotic Search for Solving Multidimensional Problems, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 219, No. 6, pp. 3091—3099.
9. Shafiq Alam, Gillian Dobbie, Yun Sing Koh, Patricia Riddle and Saeed Ur Rehman, Research on Particle Swarm Optimization based clustering: a systematic review of literature and techniques, *Swarm and Evolutionary Computation*, 2014, Vol. 17, No. 8, pp. 1–13.
10. Gal'chenko V. Ja., Jakimov A. N. Populjacionnye metajevresticheskie algoritmy optimizacii roem chastic : Uchebnoe posobie. Cherkassy, FLP Tretjakov A. N., 2015, 160 p.

Lamtyugova S. N.¹, Sidorov M. V.², Sytnykova I. V.³¹Ph.D in Physics and Mathematics, Assistant of the Department of Advanced Mathematics of O. M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Kharkiv, Ukraine²Ph.D in Physics and Mathematics, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics of Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine³Ph.D in Pedagogics, Associate Professor of the Department of Advanced Mathematics of O. M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Kharkiv, Ukraine

METHOD OF NUMERICAL ANALYSIS OF THE PROBLEM OF STATIONARY FLOW PAST BODIES OF REVOLUTION BY VISCOUS FLUID

Context. The nonlinear stationary problem of flow past a body of revolution by a viscous incompressible fluid is examined in this article.

Objective. The purpose of this work is to develop a new method of numerical analysis of stationary problems of flow around bodies of revolution by viscous incompressible fluid.

Method. The mathematical model of the process under consideration is a nonlinear boundary value problem for the stream function obtained by the transition from the system of Navier-Stokes equations to one nonlinear equation of the fourth order. A special feature of the formulation of the task of the flow past body is that the boundary value problem is considered in an infinite region and both boundary conditions on the boundary of the streamlined body and the condition at infinity are imposed for the stream function. Using the structural method (the R -functions method), the task solution structure, that exactly satisfies all the boundary conditions of the task, and also guarantees the necessary behavior of the stream function at infinity, is constructed. Two approaches are proposed to approximate the uncertain components of the structure. The first approach is based on the use of the successive approximations method, which makes it possible to reduce the solution of the initial nonlinear task to the solution of a sequence of linear boundary value problems. These linear tasks are solved by the Bubnov-Galerkin method at each step of the iteration process. The second approach for approximating the uncertain components of the structure is based on the usage of the nonlinear Galerkin method and it is proposed to use it in the case of divergence of successive approximations. In this case, the solution of the initial nonlinear task reduces to solving a system of nonlinear algebraic equations.

Results. A computational experiment was carried out for the task of flow past a sphere, an ellipsoid of rotation and two articulated ellipsoids for various Reynolds numbers.

Conclusions. The conducted experiments have confirmed the efficiency of the proposed method of numerical analysis of stationary problems of flow around bodies of revolution by viscous incompressible fluid. The prospects for further research may consist in using the method developed for the implementation of semi-discrete and projection methods for solving non-stationary problems.

Keywords: flow past bodies, stationary flow, viscous fluid, stream function, R -functions method, successive approximations method, Galerkin method.

NOMENCLATURE

$\partial\Omega$ – boundary of a streamlined body;

E – Stokes operator in a spherical coordinate system;

F – class of functions which have generalized derivatives up to the second order inclusive and are quadratically summable together with the derivatives with respect to Ω_1 ; on the boundary $\partial\Omega$ they meet to the homogeneous boundary conditions of the corresponding task;

$J_n(\zeta)$ – Gegenbauer functions of the first kind;

\mathbf{n} – outer normal to $\partial\Omega$;

r, θ, φ – variables of the spherical coordinate system;

Re – Reynolds number;

u – solution of the auxiliary task with homogeneous boundary conditions;

$u_n^{(0)}, \dots, u_n^{(k)}, \dots$ – sequence of approximations to the generalized solution of the task for u , which is considered in the finite domain;

u_n^* – generalized solution of the task for u , which is considered in the finite domain;

U_∞ – unperturbed fluid velocity at infinity;

$\nu = Re^{-1}$ – viscosity factor;

$\{\varphi_k(r, \theta)\}$ – a complete system of particular solutions of the equation $E^2 u = 0$ with respect to the exterior of a sphere of finite radius;

$\{\tau_j(r, \theta)\}$ – a complete system of particular solutions of the equation $E^2 u = 0$ relative to the domain $\{\omega(r, \theta) < M\}$;

$\{\phi_i(r, \theta)\}$ – sequence of functions that is complete concerning whole plane;

Φ_1, Φ_2 – undefined components of the solution structure;

$\psi = \psi(r, \theta)$ – stream function;

ω – a sufficiently smooth function, built with the help of a constructive apparatus of the R -functions theory;

$\omega = 0$ – normalized equation of $\partial\Omega$;

Ω – flow domain;

Ω_n – bounded domain $\{0 < \omega(r, \theta) < M_n\}$;

Ω_1 – any finite part of Ω .

INTRODUCTION

The phenomena, which are observed in the atmosphere and the hydrosphere, the problems of hydrodynamics, aerodynamics, heat power engineering, chemical kinetics, and biomedicine, can be often researched within the framework of an incompressible viscous fluid model. The tasks, which represent the practical interest, as a rule, are described by the nonlinear Navier-Stokes equations. In the case, when the task possesses symmetry properties and can be reduced to a two-dimensional one, it is convenient to enter the stream function instead of components of the fluid velocity. Methods for solving the external tasks (problems of flow past bodies) for equations with respect to the stream function have not been developed sufficiently, which is due to the high order and nonlinearity of the equations, as well as the limitlessness of the domain in which the equations are considered. The structural R -functions method, which has been used in this work, allows to construct the so-called structures of the solution of boundary value problems are bundles of functions which exactly satisfy all the boundary conditions of the task. The geometry of the area is taken into account exactly. Approximating further the undefined components of the solution structure by some projection method, we obtain an approximate solution in an analytical form, which facilitates its further usage for finding various flow characteristics. Thus, the development of new, as well as the improvement of existing methods of mathematical modeling of stationary problems of flow past bodies by viscous incompressible fluid using the R -function method, is a scientific issue of current interest.

The object of the investigation is the stationary hydrodynamic process of flow past bodies by a viscous incompressible fluid, described by a nonlinear equation with respect to the stream function.

The subject of the study is a mathematical model of the stationary problem of flow past a body by viscous incompressible fluid and the method of its numerical analysis.

The purpose of the work is to develop a new method of mathematical simulation of stationary flow past bodies of revolution by viscous incompressible fluid on the basis of the R -function method.

1 PROBLEM STATEMENT

We consider the nonlinear steady-state problem of flow past body of rotation by viscous incompressible fluid in a spherical coordinate system [1, 2]:

$$\begin{aligned} \nu E^2 \psi = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial E \psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial E \psi}{\partial \theta} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) E \psi \text{ in } \Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\psi|_{\partial \Omega} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial \Omega} = 0, \quad (2)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \psi \cdot r^{-2} = \frac{1}{2} U_\infty \sin^2 \theta, \quad (3)$$

$$\text{where } E \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right).$$

2 REVIEW OF THE LITERATURE

In general, the methods of finite differences and finite elements are used for numerical analysis of hydrodynamic problems. The main advantage of these methods is the relative simplicity of implementation, however, when moving to a new domain (especially complex geometry), it is necessary to generate again and adjust the calculated grid under the task. Furthermore, the demolition of the conditions on infinity on a certain contour, which is located at a finite distance from the streamlined body, gives the additional errors in the approximate solution. Using the R functions method [3, 4] of V. L. Rvachev, the Academician of Ukrainian National Academy of Sciences, it is possible to take precisely into account the geometric and analytical information included in the statement of the problem.

The R -functions method in hydrodynamics problems was used in [5–10], but the tasks for calculating steady flows of an ideal fluid, stationary and nonstationary flows of a viscous fluid in limited domains or viscous liquids in the presence of helical symmetry were considered. The tasks of flow past bodies of rotation by a stationary flow of a viscous fluid using the R -function method were solved in [11–16]. The task of calculating the external slow flow past bodies by a viscous incompressible fluid (Stokes linearization) is solved in [11–13]. Usage of R -functions method, successive approximations and Galerkin-Petrov method to calculate axisymmetric stationary flows of a viscous incompressible fluid was proposed in works [14, 15]. The task of mass transfer of a body of rotation with a uniform translational flow was considered in [16].

In this work the R -functions method, successive approximations and Galerkin method are proposed to apply for mathematical modeling of nonlinear stationary task of flow past body of revolution by a viscous incompressible fluid.

3 MATERIALS AND METHODS

For solving the task (1)–(3), we introduce the function [9]

$$f_M(x) = \begin{cases} 1 - \exp \frac{Mx}{x-M}, & 0 \leq x < M; \\ 1, & x \geq M \quad (M = \text{const} > 0), \end{cases}$$

which meets the following conditions:

- 1) $\omega_M > 0$ in Ω ; 2) $\omega_M|_{\partial \Omega} = 0$;
- 3) $\frac{\partial \omega_M}{\partial \mathbf{n}}|_{\partial \Omega} = -1$; 4) $\omega_M \equiv 1$, if $\omega_M \geq M$.

In the task (1)–(3) we will make a replacement $\psi = u_0 + u$, where u_0 is solution of the linear task (Stokes approximation):

$$E^2 u_0 = 0 \text{ in } \Omega, \quad (4)$$

$$u_0|_{\partial\Omega} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_0}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\partial\Omega} = 0, \quad (5)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} r^{-2} u_0 = \frac{1}{2} U_\infty \sin^2 \theta. \quad (6)$$

Method for solving the task (4)–(6) was developed in the works [11–13].

For function u we obtain a boundary value problem with homogeneous boundary conditions

$$\begin{aligned} \nu E^2 u = & \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial(u_0 + u)}{\partial \theta} \frac{\partial E(u_0 + u)}{\partial r} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial(u_0 + u)}{\partial r} \frac{\partial E(u_0 + u)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial(u_0 + u)}{\partial r} - \right. \\ & \left. - \frac{2}{r} \frac{\partial(u_0 + u)}{\partial \theta} \right) E(u_0 + u) \text{ in } \Omega, \quad (7) \end{aligned}$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\partial\Omega} = 0, \quad (8)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} r^{-2} u = 0. \quad (9)$$

We use the method of successive approximations to solve task (7)–(9). If the initial approximation is given $u_n^{(0)}$ and k approximation $u_n^{(k)}$ is built, then the new $(k+1)$ approximation $u_n^{(k+1)}$ will be found as a solution of the linear problem

$$\begin{aligned} \nu E^2 u_n^{(k+1)} = & \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial \theta} \frac{\partial E(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial r} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial r} \frac{\partial E(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial \theta} \right) + \\ & + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial r} - \right. \\ & \left. - \frac{2}{r} \frac{\partial(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial \theta} \right) E(u_0 + u_n^{(k)}) \text{ in } \Omega_n, \quad (10) \end{aligned}$$

$$u_n^{(k+1)}|_{\partial\Omega} = 0, \quad \left. \frac{\partial u_n^{(k+1)}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\partial\Omega} = 0, \quad (11)$$

continued by zero outside Ω_n .

A theorem on the convergence of successive approximations (10)–(11) at small Reynolds numbers for each

n in the energy norm to a unique generalized solution $u_n^* \in F$ of the task (7)–(9), which is examined in a bounded domain Ω_n , was formulated and proved in work [15].

According to the Bubnov-Galerkin method, at each iteration in the domain Ω_n , we will seek the approximate solution of task (10)–(11) in the form

$$u_{n,N}^{(k+1)} = \sum_{j=1}^N c_{n,j}^{(k+1)} \phi_j. \quad (12)$$

Numbers $c_{n,j}^{(k+1)}$, $j=1, \dots, N$, are solution of the system of linear algebraic equations

$$\sum_{j=1}^N c_{n,j}^{(k+1)} \nu([\phi_j, \phi_i] + (K\phi_j, \phi_i)) = (f^{(k+1)}, \phi_i), \quad i = \overline{1, N},$$

where

$$\begin{aligned} K = & -\Delta \left(\frac{2 \operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) - \\ & - \left(\frac{2 \operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \left(\Delta - \frac{2 \operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right), \\ (f^{(k+1)}, \phi_i) = & \int_{\Omega_n} E(u_0 + u_n^{(k)}) \frac{\partial(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial r} \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta} dr d\theta - \\ & - \int_{\Omega_n} E(u_0 + u_n^{(k)}) \frac{\partial(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial \theta} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} dr d\theta + \\ & + \int_{\Omega_n} 2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial r} E(u_0 + u_n^{(k)}) \phi_i dr d\theta - \\ & - \int_{\Omega_n} \frac{2}{r} \frac{\partial(u_0 + u_n^{(k)})}{\partial \theta} E(u_0 + u_n^{(k)}) \phi_i dr d\theta. \end{aligned}$$

We construct a system of coordinate functions $\{\phi_i\}$. For this we use a complete system of particular solutions of the equation $E^2 u = 0$ [17] and the structure method of R -functions [3, 4].

In work [13] it was proved that the function of the form

$$u = \omega_M^2 \Phi_1 + \omega_M^2 (1 - \omega_M) \Phi_2. \quad (13)$$

is the structure of the solution of the boundary value task (7)–(9), i.e. for any choice of sufficiently smooth functions Φ_1 and Φ_2 ($\Phi_1 \cdot r^{-2} \rightarrow 0$ at $r \rightarrow +\infty$) it exactly satisfies the boundary conditions (8) and the condition at infinity (9).

Approximations of the indeterminate components Φ_1 and Φ_2 of structure (13) will be sought in the form

$$\Phi_1 \approx \Phi_1^{m_1} = \sum_{k=1}^{m_1} \alpha_k \cdot \varphi_k, \quad \Phi_2 \approx \Phi_2^{m_2} = \sum_{j=1}^{m_2} \beta_j \cdot \tau_j,$$

where

$$\{\varphi_k(r, \theta)\} = \{r^{1-k} J_k(\cos \theta), k = 2, 3, \dots;$$

$$r^{3-k} J_k(\cos \theta), k = 4, 5, \dots\},$$

$$\{\tau_j(r, \theta)\} = \{r J_2(\cos \theta), J_3(\cos \theta),$$

$$r^j J_j(\cos \theta), r^{j+2} J_j(\cos \theta), j = 2, 3, \dots\}.$$

Then, the complete sequence of functions concerning whole plane has the form:

$$\{\phi_i(r, \theta)\} = \{\omega_M^2(r, \theta) \varphi_k(r, \theta),$$

$$\omega_M^2(r, \theta) (1 - \omega_M(r, \theta)) \tau_j(r, \theta)\}.$$

In case of divergence of successive approximations we will use nonlinear Galerkin method. An approximate solution $u_{n,N}$ of the task (7)–(9) which is considered in the finite domain Ω_n is sought in the form (12). As a result, we obtain a system of nonlinear equations, each of which is a quadratic function with respect to $c_{n,j}$. As the initial approximation, we choose a set $c_{n,j}$, which corresponding to the solution of the linear task (Stokes approximation), or, for large Reynolds numbers, to the solution which obtained for smaller Reynolds numbers.

4 EXPERIMENTS

A computational experiment was carried out for the tasks of flow past a sphere, ellipsoids of rotation with different semi-axes, and two articulated ellipsoids. The double integrals in the systems for the determination $c_{n,j}$ were

calculated approximately by the Gauss' formula with 50 nodes for each variable. For the method of successive approximations, calculations were ceased at $\varepsilon = 10^{-6}$. It was experimentally established that for $Re > 10$ the successive approximations diverge. In this case, the nonlinear Galerkin method was used to obtain the approximate solution.

Calculations for the tasks of flow past a sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ at $U_\infty = 1, M = 10, m_1 = 10, m_2 = 14,$

$Re = 10; 20; 25$, ellipsoid of revolution $\frac{x^2 + y^2}{1.5^2} + z^2 = 1$

at $U_\infty = 1, M = 10, m_1 = 10, m_2 = 14, Re = 10; 30; 50$, two articulated ellipsoids, limited by surfaces

$$\frac{(x-1)^2 + y^2}{2^2} + z^2 = 1, \frac{(x+1)^2 + y^2}{2^2} + z^2 = 1, \text{ at } U_\infty = 1,$$

$M = 10, m_1 = 6, m_2 = 10, Re = 5; 10; 20$, were performed.

5 RESULTS

Fig. 1 shows the streamlined contours of the obtained approximate solution for the task of flow past a sphere. The detailed pictures of streamlined contours and vector velocity field behind the sphere are shown in Fig. 2.

Fig. 3 shows the streamlined contours of the obtained approximate solution for the task of flow past an ellipsoid of rotation. The detailed pictures of streamlined contours and vector velocity field behind the ellipsoid are shown in Fig. 4.

Fig. 5 shows the streamlined contours of the obtained approximate solution for the task of flow past two articulated ellipsoids. The detailed pictures of streamlined contours and vector velocity field behind ellipsoids and in the hollow between them are shown in Fig. 6.

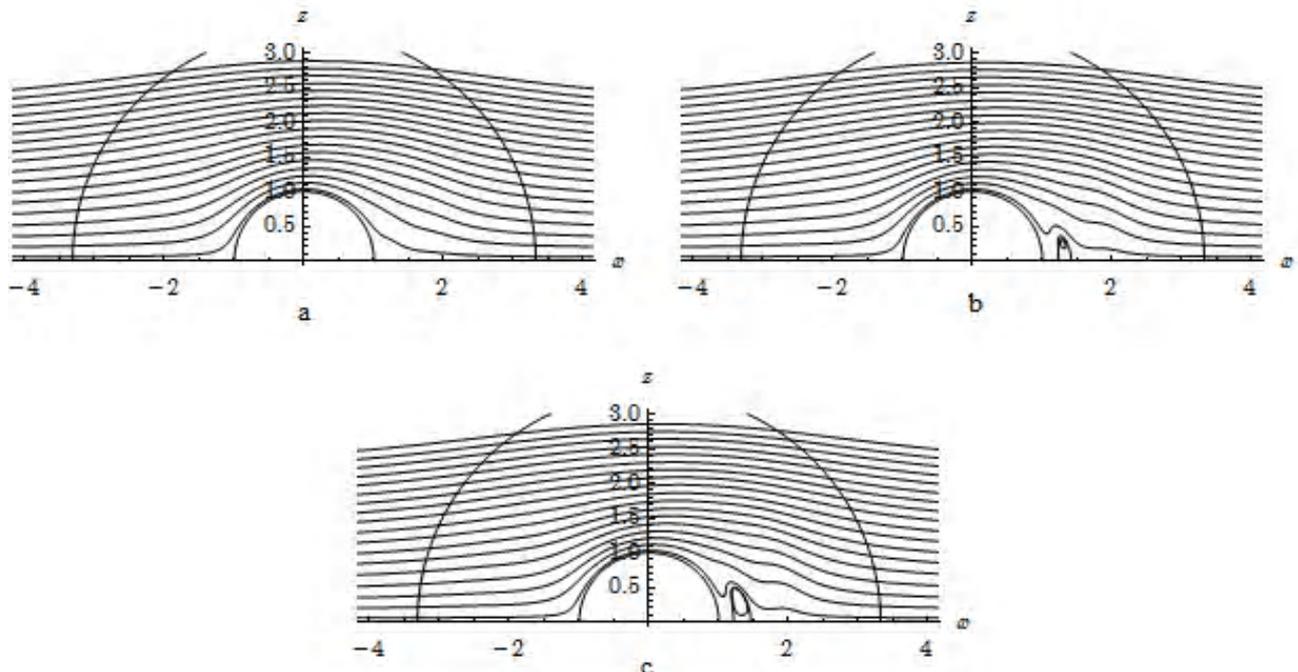


Figure 1 – Streamlined contours of obtained approximate solution for flow past a sphere:
 a – $Re = 10$, b – $Re = 20$, c – $Re = 25$

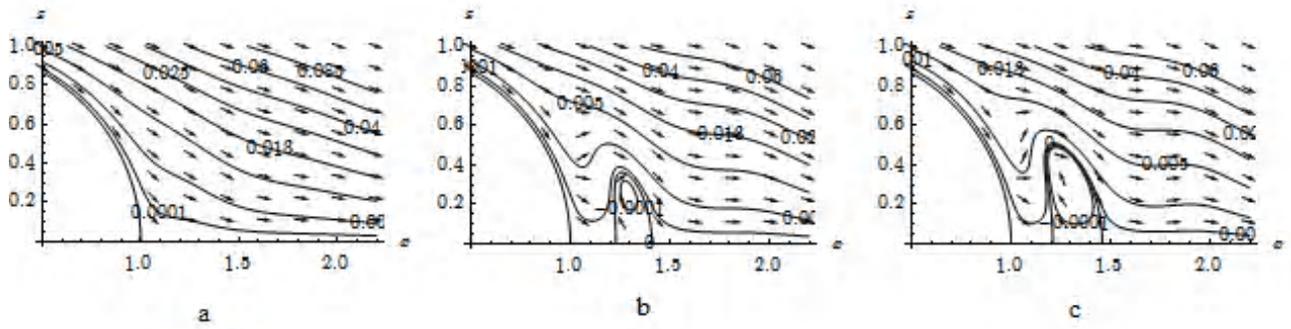


Figure 2 – Detailed pictures of streamlined contours and vector velocity field behind the sphere:
a – $Re = 10$, b – $Re = 20$, c – $Re = 25$

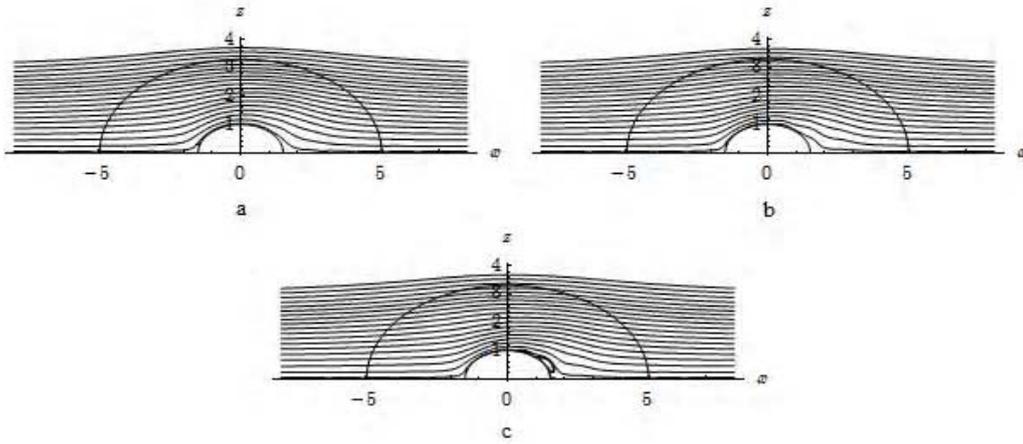


Figure 3 – Streamlined contours of obtained approximate solution for flow past an ellipsoid of rotation:
a – $Re = 10$, b – $Re = 30$, c – $Re = 50$

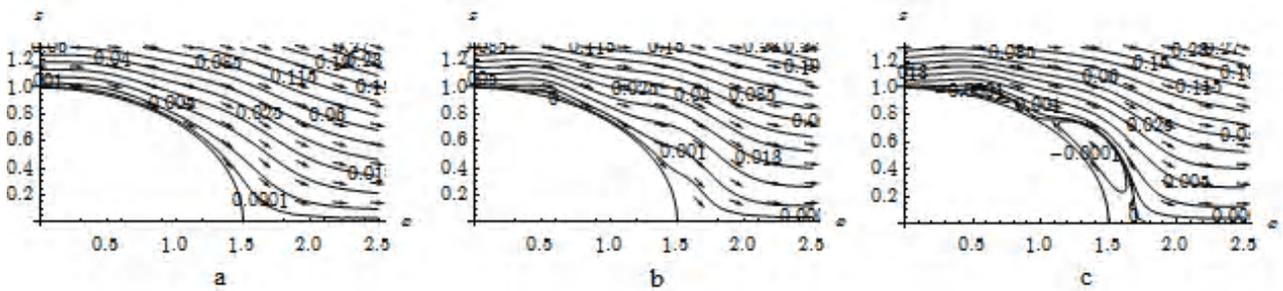


Figure 4 – Detailed pictures of streamlined contours and vector velocity field behind the ellipsoid:
a – $Re = 10$, b – $Re = 30$, c – $Re = 50$

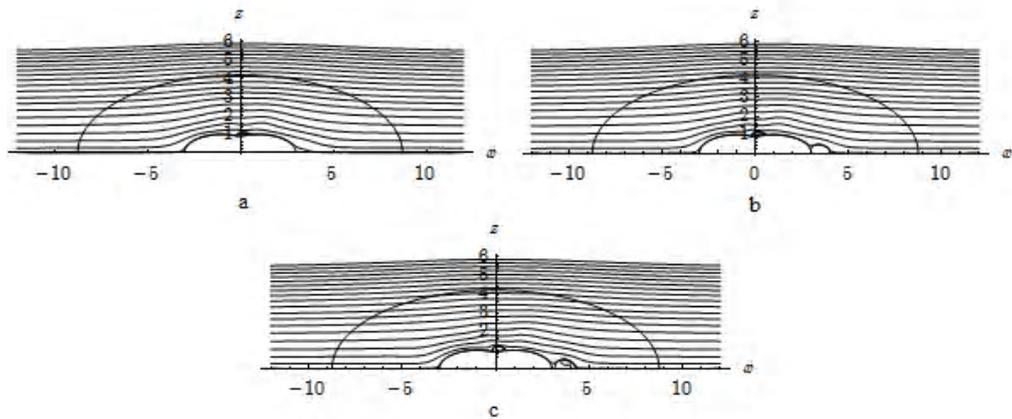


Figure 5 – Streamlined contours of obtained approximate solution for flow past two articulated ellipsoids:
a – $Re = 5$, b – $Re = 10$, c – $Re = 20$

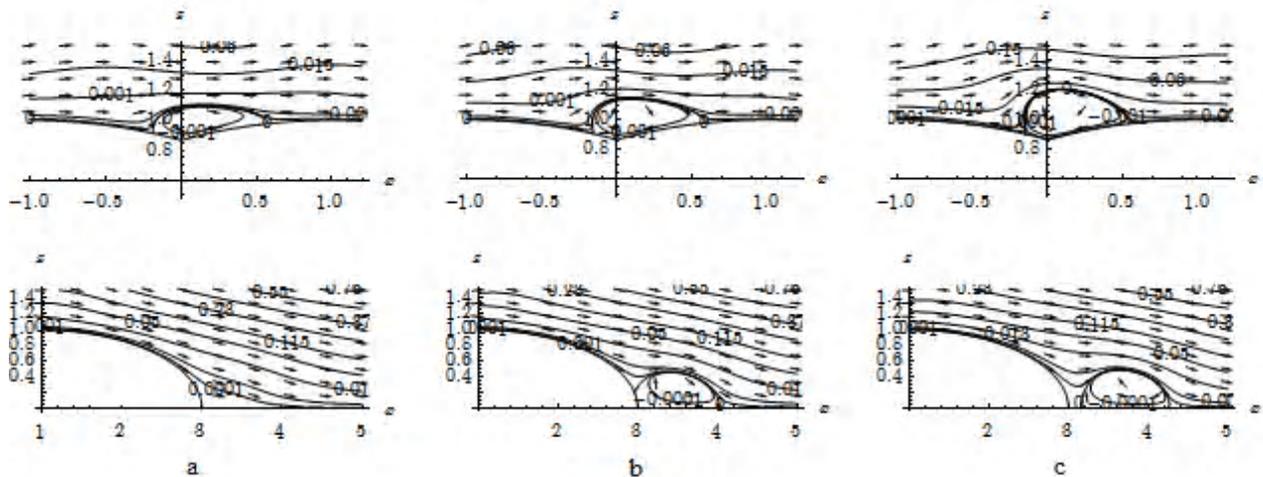


Figure 6 – Detailed pictures of streamlined contours and vector velocity field behind ellipsoids and in the hollow between them:
 a – $Re = 5$, b – $Re = 10$, c – $Re = 20$

6 DISCUSSION

For small Reynolds numbers, the flow is symmetrical, without the formation of a detachment zone in the aft domain of the body. With an increase in the Reynolds number the flow pattern changes: the secondary vortices appear behind the body and their size and intensity increase.

In the task of flow past a sphere, it is found that the secondary vortices behind the body appear with an increase in the Reynolds number up to $\approx 20-25$. For the task of flow past an ellipsoid of rotation with the ratio of the semi-axes of an ellipsoid $\frac{a}{b} \geq 2$, the secondary vortices behind

the body do not appear independently of the Reynolds number, but appear with a decrease in the ratio of the semi-axes. For two articulated ellipsoids, a computational experiment showed that as the Reynolds number increases up to ≈ 10 , vortices appear behind the body and in the hollow at the junction of the ellipsoids.

The obtained results correlate with the known results of physical experiments [18] and the results obtained by other authors [19, 20], which indicates the effectiveness of the developed numerical method.

CONCLUSIONS

A new numerical method for the calculating the external flows of viscous incompressible fluid is proposed. The proposed method is based on the joint application of the R -functions method, successive approximations and Galerkin method. The algorithm of the method does not change when the geometry of the domain is changed, and the structure of the solution accurately takes into account both the boundary conditions on the boundary of the streamlined body and the condition at infinity. It is experimentally established that the iterative process begins to diverge at Reynolds numbers $Re > 10$. In this case, to approximate the undetermined components of the structure of the solution of the nonlinear stationary problem of flow past a body of revolution by a viscous incompressible fluid in a spherical coordinate system the nonlinear Galerkin method was applied. For various Reynolds numbers, the stationary problem of flow past a body of rotation in a spherical

coordinate system for a sphere, ellipsoid, and two articulated ellipsoids has been solved numerically. For each body Reynolds numbers, at which secondary vortices arise behind the body, are defined.

ACKNOWLEDGMENTS

The work was carried out at the department of Applied Mathematics at Kharkiv National University of Radio Electronics and department of Advanced Mathematics at O. M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv within the framework of collaborative scientific research conducted by the departments.

REFERENCES

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
2. Химическая гидродинамика: справочное пособие / [А. М. Кутепов, А. Д. Полянин, З. Д. Запryanov, А. В. Вязьмин, Д. А. Казенин]. – М.: Квантум, 1996. – 336 с.
3. Рвачев В. Л. Теория R -функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.
4. Shapiro V. Semi-analytic geometry with R -functions / V. Shapiro // Acta Numerica. – 2007. – V. 16. – P. 239–303.
5. Колосова С. В. Применение проекционных методов и метода R -функций к решению краевых задач в бесконечных областях: дисс. ... к. ф.-м. н.: 01.01.07 – Вычислительная математика / С. В. Колосова. – Харьков: ХИРЭ, 1972. – 85 с.
6. Колосова С. В. Применение метода R -функций к расчету плоских течений вязкой жидкости / С. В. Колосова, М. В. Сидоров // Вісник Харківського національного університету. Сер. Прикл. матем. і мех. – 2003. – № 602. – С. 61–67.
7. Суворова И. Г. Компьютерное моделирование осесимметричных течений жидкости в каналах сложной формы / И. Г. Суворова // Вестник национального технического университета «ХПИ». – 2004. – № 31. – С. 141–148.
8. Теvяшев А. Д. Об одном подходе к математическому моделированию плоских стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости в конечных односвязных областях / А. Д. Теvяшев, Н. В. Гибкина, М. В. Сидоров // Радіоелектроніка і інформатика. – 2007. – № 2 (37). – С. 50–57.
9. Максименко-Шейко К. В. Математическое моделирование теплообмена при движении жидкости по каналам с винтовым типом симметрии методом R -функций / К. В. Максименко-Шейко // Доповіді Національної академії наук України. – 2005. – № 9. – С. 41–46.

10. Artyukh A. Mathematical modeling and numerical analysis of nonstationary plane-parallel flows of viscous incompressible fluid by R -functions and Galerkin method / A. Artyukh, M. Sidorov // *Econtechmod*. – 2014. – Vol. 3, No 3. – P. 3–11.
11. Ламтюгова С. Н. Математическое моделирование линеаризованных задач обтекания в сферической и цилиндрической системах координат / С. Н. Ламтюгова // *Вісник Запорізького національного університету. Сер. Фізико-математичні науки*. – 2012. – № 1. – С. 112–122.
12. Ламтюгова С. М. Застосування методу R -функцій до розрахунку зовнішніх повільних течій в'язкої рідини / С. М. Ламтюгова, М. В. Сидоров // *Відбір і обробка інформації*. – 2012. – № 36 (112). – С. 56–62.
13. Lamtyugova S. N. Numerical analysis of the external slow flows of a viscous fluid using the R -function method / S. N. Lamtyugova, M. V. Sidorov // *Journal of Engineering Mathematics*. – 2015. – Vol. 91, No. 1. – P. 59–79. DOI:10.1007/s10665-014-9746-x
14. Колосова С. В. Применение итерационных методов к решению внешних задач гидродинамики / С. В. Колосова, С. Н. Ламтюгова, М. В. Сидоров // *Радиоэлектроника и информатика*. – 2012. – № 3. – С. 13–17.
15. Ламтюгова С. Н. Применение итерационных методов к расчету обтекания тел стационарным потоком вязкой жидкости / С. Н. Ламтюгова // *Радиоэлектроника и информатика*. – 2015. – № 2. – С. 49–56.
16. Колосова С. В. Об одном методе численного анализа вязких течений, усложненных массообменом (задача обтекания) / С. В. Колосова, С. Н. Ламтюгова, М. В. Сидоров // *Радиоэлектроника и информатика*. – 2014. – № 1 (64). – С. 25–30.
17. Полянин А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А. Д. Полянин. – М. : Физматлит, 2001. – 576 с.
18. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа / М. Ван-Дайк. – М. : Мир, 1986. – 184 с.
19. Batchelor G. K. An introduction to fluid dynamics / G. K. Batchelor. – Cambridge : Cambridge University Press, 1967. – 615 p.
20. Taamneh Y. CFD Simulations of Drag and Separation Flow Around Ellipsoids / Y. Taamneh // *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*. – 2011. – Vol. 5, No. 2. – P. 129–132.

Article was submitted 16.07.2017.
After revision 05.09.2017.

Ламтюгова С. М.¹, Сидоров М. В.², Ситникова Ю. В.³

¹Канд. фіз.-мат. наук, асистент кафедри вищої математики Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова, Харків, Україна

²Канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

³Канд. пед. наук, доцент кафедри вищої математики Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова, Харків, Україна

МЕТОД ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ЗАДАЧІ ОБТІКАННЯ ТІЛ ОБЕРТАННЯ СТАЦІОНАРНИМ ПОТОКОМ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ

Актуальність. У статті розглядається нелінійна стаціонарна задача обтікання тіла обертання в'язкою нестисливою рідиною.

Мета роботи – розробка нового методу чисельного аналізу стаціонарних задач обтікання тіл обертання в'язкою нестисливою рідиною.

Метод. Математичною моделлю розглядуваного процесу служить нелінійна крайова задача для функції течії, отримана переходом від системи рівнянь Нав'є-Стокса до одного нелінійного рівняння четвертого порядку. Особливістю постановки задачі обтікання є те, що крайова задача розглядається в нескінченній області і для функції течії ставляться як крайові умови на межі тіла, що обтікається, так і умова на нескінченності. За допомогою структурного методу (методу R -функцій) будується структура розв'язку задачі, яка точно задовольняє всі крайові умови задачі, в тому числі гарантує потрібну поведінку функції течії на нескінченності. Для апроксимації невизначених компонент структури пропонується два підходи. Перший підхід заснований на використанні методу послідовних наближень, який дозволяє звести розв'язування вихідної нелінійної задачі до розв'язування послідовності лінійних крайових задач. На кожному кроці ітераційного процесу ці лінійні задачі розв'язуються методом Бубнова-Гальоркіна. Другий підхід до апроксимації невизначених компонент структури заснований на застосуванні нелінійного методу Гальоркіна і його пропонується використовувати в разі розбіжності послідовних наближень. У цьому випадку розв'язування вихідної нелінійної задачі зводиться до розв'язування системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.

Результати. Обчислювальний експеримент проведений для задачі обтікання сфери, еліпсоїда обертання і двох з'єднаних еліпсоїдів для різних чисел Рейнольдса.

Висновки. Проведені експерименти підтвердили працездатність запропонованого методу чисельного аналізу стаціонарних задач обтікання тіл обертання в'язкою нестисливою рідиною. Перспективи подальших досліджень можуть полягати у використанні розробленого методу при реалізації полудискретних і проєкційних методів розв'язання нестационарних задач.

Ключові слова: задача обтікання, стаціонарна течія, в'язка рідина, функція течії, метод R -функцій, метод послідовних наближень, метод Гальоркіна.

Ламтюгова С. Н.¹, Сидоров М. В.², Ситникова Ю. В.³

¹Канд. фіз.-мат. наук, асистент кафедри вищої математики Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова, Харків, Україна

²Канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна

³Канд. пед. наук, доцент кафедри вищої математики Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова, Харків, Україна

МЕТОД ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ЗАДАЧИ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Актуальность. В статье рассматривается нелинейная стационарная задача обтекания тела вращения вязкой несжимаемой жидкостью.

Цель работы – разработка нового метода численного анализа стационарных задач обтекания тел вращения вязкой несжимаемой жидкостью.

Метод. Математической моделью рассматриваемого процесса служит нелинейная краевая задача для функции тока, полученная переходом от системы уравнений Навье-Стокса к одному нелинейному уравнению четвертого порядка. Особенностью постановки

задачи обтекания является то, что краевая задача рассматривается в бесконечной области и для функции тока ставятся как краевые условия на границе обтекаемого тела, так и условие на бесконечности. С помощью структурного метода (метода R -функций) строится структура решения задачи, которая точно удовлетворяет всем краевым условиям задачи, в том числе гарантирует нужное поведение функции тока на бесконечности. Для аппроксимации неопределенных компонент структуры предлагается два подхода. Первый подход основан на использовании метода последовательных приближений, который позволяет свести решение исходной нелинейной задачи к решению последовательности линейных краевых задач. На каждом шаге итерационного процесса эти линейные задачи решаются методом Бубнова-Галеркина. Второй подход к аппроксимации неопределенных компонент структуры основан на применении нелинейного метода Галеркина и его предлагается использовать в случае расходимости последовательных приближений. В этом случае решение исходной нелинейной задачи сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений.

Результаты. Вычислительный эксперимент проведен для задачи обтекания сферы, эллипсоида вращения и двух сочлененных эллипсоидов для различных чисел Рейнольдса.

Выводы. Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность предложенного метода численного анализа стационарных задач обтекания тел вращения вязкой несжимаемой жидкостью. Перспективы дальнейших исследований могут заключаться в использовании разработанного метода при реализации полудискретных и проекционных методов решения нестационарных задач.

Ключевые слова: задача обтекания, стационарное течение, вязкая жидкость, функция тока, метод R -функций, метод последовательных приближений, метод Галеркина.

REFERENCES

1. Lojčanskij L. G. *Mehanika zhidkosti i gaza*. Moscow, Drofa, 2003, 840 p.
2. Kutepov A. M., Poljanin A. D., Zaprianov Z. D., Vjaz'min A. V., Kazenin D. A. *Himicheskaja gidrodinamika: spravocnoe posobie*. Moscow, Kvantum, 1996, 336 p.
3. Rvachev V. L. *Teorija R -funkcij i nekotorye ee prilozhenija*. Kiev, Nauk. dumka, 1982, 552 p.
4. Shapiro V. Semi-analytic geometry with R -functions, *Acta Numerica*, 2007, V. 16, pp. 239–303.
5. Kolosova S. V. *Primenenie proekcionnyh metodov i metoda R -funkcij k resheniju kraevyh zadach v beskonechnyh oblastjakh: diss. ... k. f.-m. n.: 01.01.07. Vychislitel'naja matematika*. Har'kov, HIRJe, 1972, 85 p.
6. Kolosova S. V., Sidorov M. V. *Primenenie metoda R -funkcij k raschetu ploskih techenij vjazkoj zhidkosti*, *Visnyk Harkivs'kogo nacional'nogo universytetu*. Ser. Prykl. matem. i meh., 2003, No. 602, pp. 61–67.
7. Suvorova I. G. *Komp'juternoe modelirovanie osesimmetrichnyh techenij zhidkosti v kanalah slozhnoj formy*, *Vestnik nacional'nogo tehniceskogo universiteta «HPI»*, 2004, No. 31, pp. 141–148.
8. Tevjashev A. D., Gibkina N. V., Sidorov M. V. *Ob odnom podhode k matematicheskomu modelirovaniju ploskih stacionarnyh techenij vjazkoj neszhimaemoj zhidkosti v konechnyh odnosvjaznyh oblastjakh*, *Radioelektronika i informatika*, 2007, No. 2 (37), pp. 50–57.
9. Maksimenko-Shejko K. V. *Matematicheskoe modelirovanie teploobmena pri dvizhenii zhidkosti po kanalam s vintovym tipom simmetrii metodom R -funkcij*, *Dopovidi Nacional'noi akademii nauk Ukrainy*, 2005, No. 9, pp. 41–46.
10. Artyukh A., Sidorov M. *Mathematical modeling and numerical analysis of nonstationary plane-parallel flows of viscous incompressible fluid by R -functions and Galerkin method*, *Econtechmod*, 2014, Vol. 3, No 3, pp. 3–11.
11. Lamtyugova S. N. *Matematicheskoe modelirovanie linearizovannyh zadach obtekanija v sfericheskoj i cilindricheskoj sistemah koordinat*, *Visnyk Zaporiz'kogo nacional'nogo universytetu*. Ser. Fyzyko-matematychni nauky, 2012, No. 1, pp. 112–122.
12. Lamtyugova S. M., Sidorov M. V. *Zastosuvannja metodu R -funkcij do rozrahunku zovnishnih povil'nih techij v'jazkoj ridini*, *Vidbir i obrobka informacii*, 2012, No. 36 (112), pp. 56–62.
13. Lamtyugova S. N., Sidorov M. V. *Numerical analysis of the external slow flows of a viscous fluid using the R -function method*, *Journal of Engineering Mathematics*, 2015, Vol. 91, No. 1, pp. 59–79. DOI: 10.1007/s10665-014-9746-x
14. Kolosova S. V., Lamtyugova S. N., Sidorov M. V. *Primenenie iteracionnyh metodov k resheniju vneshnih zadach gidrodinamiki*, *Radioelektronika i informatika*, 2012, No. 3, pp. 13–17.
15. Lamtyugova S. N. *Primenenie iteracionnyh metodov k raschetu obtekanija tel stacionarnym potokom vjazkoj zhidkosti*, *Radioelektronika i informatika*, 2015, No. 2, pp. 49–56.
16. Kolosova S. V., Lamtyugova S. N., Sidorov M. V. *Ob odnom metode chislennoho analiza vjazkih techenij, uslozhnennyh massoobmenom (zadacha obtekanija)*, *Radioelektronika i informatika*, 2014, No. 1 (64), pp. 25–30.
17. Poljanin A. D. *Spravocchnik po linejnym uravnenijam matematicheskoj fiziki*. Moscow, Fizmatlit, 2001, 576 p.
18. Van-Dajk M. *Al'bom techenij zhidkosti i gaza*. Moscow, Mir, 1986, 184 p.
19. Batchelor G. K. *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge: Cambridge University Press, 1967, 615 p.
20. Taamneh Y. *CFD Simulations of Drag and Separation Flow Around Ellipsoids*, *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, 2011, Vol. 5, No. 2, pp. 129–132.

ПОЛИИНТЕРВАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И ОПТИМИЗАЦИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Актуальность. В последние десятилетия в гражданской и военной сферах все чаще встречаются новые информационные технологии, основанные на новых подходах к описанию различных видов неопределенности. Эти технологии широко применяются в технике, экономике, социальной сфере. Для их поддержки необходимы новые достаточно мощные математические модели и методы. В связи с этим данная статья, посвященная разработке новой модели неопределенности (полиинтервал) и математических методов и моделей для ее изучения, применительно к решению задач оптимизации в условиях неопределенности, является весьма актуальной.

Цель статьи заключается в детальной разработке новой математической модели неопределенности – полиинтервала, являющегося последовательностью конечного числа независимых интервалов неопределенности, с целью оптимизации разнообразных технических, экономических, социальных и иных систем с полиинтервальными параметрами.

Метод. Для достижения поставленной цели в статье предложено распространить на изучение оптимальных операций над полиинтервалами известный в интервальной математике метод введения операций над интервалами в виде теоретико-множественного обобщения соответствующих операций над вещественными числами.

Результат. В статье детально разработана новая математическая модель неопределенности – полиинтервал. Определены оптимальные операции (max, min) над полиинтервалами, выведены правила их выполнения. Установлены необходимые и достаточные условия существования этих операций, т.е. условия сравнимости полиинтервалов по отношениям «больше» и «меньше». Дан пример использования полученных результатов для принятия оптимального экономического решения о выборе наилучшего места работы по критерию «наибольшая зарплата». Показано, что полиинтервал, являющийся более сложной моделью неопределенности систем, чем интервал, позволяет исследовать неопределенные системы с такими же временными затратами.

Выводы. Научная новизна данной работы состоит в предложенной автором новой математической модели неопределенности различных систем в виде полиинтервалов, совместно с математическим аппаратом, позволяющим выполнять оптимальные операции над полиинтервалами и тем самым дающим возможность решать задачи оптимизации технических, экономических, социальных и иных систем с полиинтервальными параметрами.

Ключевые слова: полиинтервалы, сравнение полиинтервалов, максимальный (минимальный) полиинтервал.

НОМЕНКЛАТУРА

a_i, b_i – вещественные числа;

\tilde{a}, \tilde{b} – интервалы;

$\tilde{a} \circ \tilde{b}$ – операция над числами;

$\tilde{a} \bullet \tilde{b}$ – операция над интервалами;

\tilde{A}, \tilde{B} – полиинтервалы;

$\tilde{A} \circ \tilde{B}$ – операция над полиинтервалами;

\cup – объединение интервалов (полиинтервалов);

\cap – пересечение интервалов (полиинтервалов);

$a \vee b$ – взятие максимального из чисел a, b ;

$a \wedge b$ – взятие минимального из чисел a, b ;

$\tilde{a} \vee \tilde{b}$ – взятие максимального из интервалов \tilde{a}, \tilde{b} ;

$\tilde{a} \wedge \tilde{b}$ – взятие минимального из интервалов \tilde{a}, \tilde{b} ;

$\tilde{A} \vee \tilde{B}$ – взятие максимального из полиинтервалов \tilde{A}, \tilde{B} ;

$\tilde{A} \wedge \tilde{B}$ – взятие минимального из полиинтервалов \tilde{A}, \tilde{B} ;

$\tilde{a} = \tilde{b}$ – равенство интервалов \tilde{a}, \tilde{b} ;

$\tilde{a} \neq \tilde{b}$ – неравенство интервалов \tilde{a}, \tilde{b} ;

$\tilde{a} \geq \tilde{b}$ – отношение \geq между интервалами \tilde{a}, \tilde{b} ;

$\tilde{A} = \tilde{B}$ – равенство полиинтервалов \tilde{A}, \tilde{B} ;

$\tilde{A} \neq \tilde{B}$ – неравенство полиинтервалов \tilde{A}, \tilde{B} ;

$\tilde{A} \geq \tilde{B}$ – отношение \geq между полиинтервалами \tilde{A}, \tilde{B} .

ВВЕДЕНИЕ

В период Второй мировой войны появилось много новых технологий: обнаружение воздушных целей с помощью радаров, управление огнем зенитной артиллерии, шифровка и дешифровка информации в системах связи и т.д. Все эти технологии были связаны с исследованием неопределенности и использовали соответствующие математические методы, главным образом, теорию вероятностей. После войны эти исследования были продолжены и распространены на гражданскую сферу – технику, экономику, социум. При этом под неопределенностью стали понимать не только случайность возможных исходов, но и их неединственность или незнание, дрейф переменных, семантическую неопределенность целей, многокритериальность при принятии решений, недоопределенность модели или структуры изучаемой системы и т.д. Учет неопределенности систем очень важен при их проектировании, так как полная определенность в работе системы появляется лишь на последних этапах ее создания. Исследование неопределенных систем ведется путем решения задач расчета, анализа и синтеза различных функций с недетерминированными параметрами, служащих соответствующими характеристиками данных систем. При этом, в зави-

симости от выбранной модели неопределенности, используется адекватный ей математический аппарат – теория нечетких множеств [1], многозначная и непрерывная логика [2], теория сверхслучайных процессов [3], интервальная [4, 5] и полиинтервальная [6] математика, теория сравнения интервалов [7] и др.

Настоящая статья имеет цель разработки метода синтеза оптимальных систем с полиинтервальными параметрами при помощи аппарата полиинтервальной математики.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Перечислим сначала исходные понятия и данные, которые будем использовать при формулировке и решении рассматриваемых в статье задач.

1. В качестве базы будем использовать исчисление интервалов, называемое иначе интервальной математикой [4, 5]. Интервал вводится как множество всех возможных значений неполностью определенной величины \tilde{a} , задаваемой лишь ее нижней a_1 и верхней a_2 границами. Формально, величину \tilde{a} определим в виде следующего числового множества – ограниченного интервала неопределенности

$$\tilde{a} \equiv [a_1, a_2] = \{a \mid a_1 \leq a \leq a_2\}. \quad (1)$$

Согласно (1) неизвестное истинное значение неопределенной величины \tilde{a} достоверно лежит в пределах интервала $[a_1, a_2]$, не выходя за его границы a_1 и a_2 . При этом все значения величины \tilde{a} в пределах указанного интервала считаются равновероятными в том смысле, что нет никаких оснований предпочитать одно значение другому. Понятие равновероятности здесь не означает задание равномерного вероятностного или какого-либо иного равномерного распределения величины \tilde{a} внутри указанного интервала.

2. Будем также использовать алгебраические операции над интервалами вида (1), обобщающие соответствующие операции над числами. Для этого применяется теоретико-множественная конструкция

$$\tilde{a} \circ \tilde{b} = \{a \bullet b \mid a \in \tilde{a}, b \in \tilde{b}\}, \quad \circ \tilde{a} = \{a \mid a \in \tilde{a}\}. \quad (2)$$

Согласно (2), любая операция над интервалами \circ определяется на базе соответствующей операции над точными числами \bullet , при условии, что конкретные значения этих чисел пробегает все возможные значения из соответствующих интервалов. Из определения (2) следуют простые правила выполнения операций над интервалами:

$$[a_1, a_2] + [b_1, b_2] = [a_1 + b_1, a_2 + b_2];$$

$$[a_1, a_2] - [b_1, b_2] = [a_1 - b_2, a_2 - b_1];$$

$$k \cdot [a_1, a_2] = \begin{cases} [ka_1, ka_2], & k > 0, \\ [ka_2, ka_1], & k < 0; \end{cases}$$

$$[a_1, a_2] \cdot [b_1, b_2] = [\min_{i,j} (a_i \cdot b_j), \max_{i,j} (a_i \cdot b_j)];$$

$$[a_1, a_2] / [b_1, b_2] = [a_1, a_2] \cdot [1/b_2, 1/b_1], \text{ при } 0 \notin [b_1, b_2]. \quad (3)$$

3. Наконец, мы будем использовать понятие полиинтервала как последовательности нескольких непересека-

ющихся одиночных интервалов [6]

$$\tilde{A} = (\tilde{a}, \tilde{b}, \dots, \tilde{d}), \text{ где } \tilde{a}, \tilde{b}, \dots, \tilde{d} - \text{одиночные интервалы вида (1)}. \quad (4)$$

В формуле (4) предполагается, что каждый следующий одиночный интервал сдвинут вправо от предыдущего и не пересекается с ним. Операции над полиинтервалами были введены в [6] аналогично операциям над интервалами с помощью теоретико-множественной конструкции типа (2)

$$\tilde{A} \circ \tilde{B} = \{a \bullet b \mid a \in \tilde{A}, b \in \tilde{B}\}, \quad \circ \tilde{A} = \{a \mid a \in \tilde{A}\}. \quad (5)$$

Здесь \tilde{A} – полиинтервал вида (4), \tilde{B} – другой полиинтервал того же вида, но с другими составляющими его одиночными интервалами. На базе определения (5) операций над полиинтервалами в работе [6] были выведены правила конструктивного выполнения следующих алгебраических операций с полиинтервалами: сложение, вычитание, умножение полиинтервала на число, умножение и деление полиинтервалов.

Первая задача настоящей статьи состоит в том, чтобы на базе того же определения (5) вывести правило конструктивного выполнения еще одной, весьма важной операции над полиинтервалами – определение максимального и минимального из двух полиинтервалов. Важность этой операции связана с тем, что к ее выполнению (равно как и к выполнению аналогичной операции над одиночными интервалами) сводятся многие классы задач оптимального планирования разнообразных систем и процессов, работающих при наличии некоторой неопределенности [8]. На основе этой операции также появляется возможность решения второй задачи статьи – сравнения полиинтервалов и их упорядочения по отношениям «больше», «меньше» и «равно».

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Появляющиеся при исследовании неопределенных систем новые задачи, которые упомянуты во введении, значительно сложнее их детерминированных аналогов, которые приходится решать при исследовании систем с детерминированными параметрами. Это усложнение связано с тем, что алгебра недетерминированных чисел сложнее соответствующей алгебры детерминированных чисел. Поэтому для исследования неопределенных систем потребовались новые подходы.

Эти новые подходы к описанию неопределенности систем привели к созданию новых математических методов их изучения: теория нечетких множеств [1], многозначная и непрерывная логика [2], теория сверхслучайных процессов [3] и т. д. Одним из популярных методов стала также интервальная математика, изучающая величины, определяемые с точностью до интервалов возможных значений [4, 5]. Однако одиночные интервалы, изучаемые в интервальной математике, не охватывают всех практических ситуаций. Например, неопределенный период времени, в течение которого возможно проведение некоторой военной операции, может содержать несколько последовательных временных интервалов. Новые неопределенные объекты, имеющие вид последовательностей интервалов неопределенности, были введены в работе [6] и названы полиинтервалами. Поли-

интервалы являются расширением интервальной модели неопределенности систем. В работе [6] было построено исчисление полиинтервалов, основанное на операциях над полиинтервалами, аналогичных операциям над интервалами в интервальной математике. Этими операциями являются сложение, вычитание, умножение и деление.

Настоящая статья посвящена построению и исследованию другой важной операции над полиинтервалами – сравнения. Эта операция вводится на базе теории сравнения интервалов [7] и может быть применена для оптимизации полиинтервальных величин и функций. Другие подходы к моделированию и исчислению характеристик интервальных систем изложены в [9–12].

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Следуя [6], будем представлять полиинтервалы вида (4) в теоретико-множественных терминах следующим образом:

$$\tilde{A} = \tilde{a} \cup \tilde{b} \cup \dots \cup \tilde{d}. \quad (6)$$

Пусть заданы два полиинтервала \tilde{A} и \tilde{B} следующего вида

$$\tilde{A} = \bigcup_{i=1}^m \tilde{a}^i, \quad \tilde{B} = \bigcup_{j=1}^n \tilde{b}^j, \quad (7)$$

где $\tilde{a}^i = [a_1^i, a_2^i], i = \overline{1, m}$ и $\tilde{b}^j = [b_1^j, b_2^j], j = \overline{1, n}$ – одиночные интервалы, в совокупности составляющие \tilde{A} и \tilde{B} соответственно. Требуется определить максимальный и минимальный из этих полиинтервалов. Другими словами, требуется выполнить операции

$$\tilde{C} = \tilde{A} \vee \tilde{B}, \quad \tilde{D} = \tilde{A} \wedge \tilde{B}, \quad (8)$$

получив в результате \tilde{C}, \tilde{D} – максимальный и минимальный полиинтервалы. Эти две операции определим формально, как и иные операции над полиинтервалами, введенные в [6] (сложение, вычитание, умножение), при помощи теоретико-множественной конструкции (5). Таким образом, максимум и минимум двух полиинтервалов определяются в виде

$$\begin{aligned} \tilde{C} = \tilde{A} \vee \tilde{B} &= \{a \vee b \mid a \in \tilde{A}, b \in \tilde{B}\}, \\ \tilde{D} = \tilde{A} \wedge \tilde{B} &= \{a \wedge b \mid a \in \tilde{A}, b \in \tilde{B}\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Согласно (9), операции взятия максимума (минимума) двух полиинтервалов определяются на базе соответствующих операций над точно заданными величинами при условии, что конкретные значения этих величин пробегает все значения из соответствующих полиинтервалов.

Исходя из определений операции взятия максимума и минимума полиинтервалов (9), нетрудно установить формулу для конструктивного выполнения этих операций. Для этого используем следующую базовую формулу, позволяющую выполнить произвольную операцию \circ над этими полиинтервалами \tilde{A} и \tilde{B} в виде су-

перпозиции этой операции над одиночными интервалами \tilde{a}^i, \tilde{b}^j , составляющими \tilde{A} и \tilde{B} [6]

$$\tilde{A} \circ \tilde{B} = \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n (\tilde{a}^i \circ \tilde{b}^j) \text{ или в развернутом виде}$$

$$\left(\bigcup_{i=1}^m \tilde{a}^i \right) \circ \left(\bigcup_{j=1}^n \tilde{b}^j \right) = \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n (\tilde{a}^i \circ \tilde{b}^j). \quad (10)$$

Подставляя теперь в формулу (10) вместо \circ конкретные операции \vee и \wedge , получим необходимые формулы для конструктивного выполнения операций взятия максимума и минимума двух полиинтервалов

$$\tilde{A} \vee \tilde{B} = \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n (\tilde{a}^i \vee \tilde{b}^j) \text{ или в развернутом виде}$$

$$\left(\bigcup_{i=1}^m \tilde{a}^i \right) \vee \left(\bigcup_{j=1}^n \tilde{b}^j \right) = \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n (\tilde{a}^i \vee \tilde{b}^j) \quad (11)$$

$$\tilde{A} \wedge \tilde{B} = \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n (\tilde{a}^i \wedge \tilde{b}^j) \text{ или в развернутом виде}$$

$$\left(\bigcup_{i=1}^m \tilde{a}^i \right) \wedge \left(\bigcup_{j=1}^n \tilde{b}^j \right) = \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n (\tilde{a}^i \wedge \tilde{b}^j). \quad (12)$$

Формулы (11), (12) сводят вычисление максимума и минимума полиинтервалов \tilde{A} и \tilde{B} к вычислению максимумов и минимумов всех пар одиночных интервалов $(\tilde{a}^i, \tilde{b}^j)$, составляющих \tilde{A} и \tilde{B} . Однако непосредственное использование вышеназванных формул для вычисления максимального (минимального) из полиинтервалов \tilde{A} и \tilde{B} не всегда удобно, поскольку, во-первых, это требует вычисления максимума (минимума) для каждой из пар одиночных интервалов $(\tilde{a}^i, \tilde{b}^j), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$, а, во-вторых, не для каждой пары полиинтервалов \tilde{A} и \tilde{B} существует максимальный (минимальный) полиинтервал. Поэтому гораздо практичнее сначала установить существование максимального (минимального) из двух заданных полиинтервалов, используя подходящий критерий существования, и лишь после этого вычислять максимальный и минимальный полиинтервал. Простой критерий существования максимального (минимального) из заданных полиинтервалов дает нижеследующая теорема. Она же сразу устанавливает, какой из полиинтервалов является максимальным, а какой – минимальным.

В предыдущей работе автора [7] были введены отношения между интервалами на базе теории множеств. При

этом для любых двух интервалов $\tilde{a} = [a_1, a_2]$, $\tilde{b} = [b_1, b_2]$ по определению:

$$\tilde{a} = \tilde{b}, \text{ если } a_1 = b_1, a_2 = b_2, \quad (13)$$

$$\tilde{a} \geq \tilde{b}, \text{ если } \tilde{a} \vee \tilde{b} = \tilde{a}, \tilde{a} \wedge \tilde{b} = \tilde{b}, \quad (14)$$

$$\tilde{a} \text{ не сравнимо с } \tilde{b}, \text{ если } \tilde{a} \neq \tilde{b}, \tilde{a} \not\geq \tilde{b}, \tilde{b} \not\geq \tilde{a}. \quad (15)$$

На основании определений (13)–(15) было показано [7], что 1) для того, чтобы интервалы \tilde{a} и \tilde{b} находились в отношении $\tilde{a} \geq \tilde{b}$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия $a_1 \geq b_1, a_2 \geq b_2$; 2) для того чтобы интервалы \tilde{a} и \tilde{b} были несравнимы, необходимо и достаточно выполнения условий $a_1 < b_1, a_2 > b_2$ или $b_1 < a_1, b_2 > a_2$. Другими словами, для выполнения отношения $\tilde{a} \geq \tilde{b}$ требуется, чтобы интервал \tilde{a} был сдвинут относительно интервала \tilde{b} вправо обеими своими границами, а для несравнимости указанных интервалов требуется, чтобы один из них (безразлично какой) полностью накрывал другой.

Отношения порядка между полиинтервалами мы введем теперь аналогично такого же рода отношениям между интервалами. Именно, для любых двух полиинтервалов \tilde{A} и \tilde{B} (7) по определению примем

$$\tilde{A} = \tilde{B}, \text{ если } m = n, \tilde{a}^1 = \tilde{b}^1, \tilde{a}^2 = \tilde{b}^2, \dots, \tilde{a}^m = \tilde{b}^m, \quad (16)$$

$$\tilde{A} \geq \tilde{B}, \text{ если } \tilde{A} \vee \tilde{B} = \tilde{A}, \tilde{A} \wedge \tilde{B} = \tilde{B}, \quad (17)$$

$$\tilde{A} \text{ не сравнимо с } \tilde{B}, \text{ если } \tilde{A} \neq \tilde{B}, \tilde{A} \not\geq \tilde{B}, \tilde{B} \not\geq \tilde{A}. \quad (18)$$

Теорема 1. Для того, чтобы два полиинтервала \tilde{A} и \tilde{B} вида (7) были сравнимы и находились в отношении $\tilde{A} \geq \tilde{B}$, необходимо и достаточно, чтобы входящий в состав \tilde{A} минимальный одиночный интервал \tilde{a}^1 и входящий в состав \tilde{B} максимальный одиночный интервал \tilde{b}^n находились в отношении $\tilde{a}^1 \geq \tilde{b}^n$.

Доказательство. Достаточность. Пусть выполнено условие $\tilde{a}^1 \geq \tilde{b}^n$. Тогда, по определению полиинтервалов, для всех i, j справедливо неравенство $\tilde{a}^i \geq \tilde{b}^j$. Отсюда ясно, что для всех i, j имеем $\tilde{a}^i \vee \tilde{b}^j = \tilde{a}^i, \tilde{a}^i \wedge \tilde{b}^j = \tilde{b}^j$. Таким образом, по формулам (11), (12) получаем

$$\tilde{A} \vee \tilde{B} = \bigcup_{i=1}^m \tilde{a}^i = \tilde{A}, \tilde{A} \wedge \tilde{B} = \bigcup_{j=1}^n \tilde{b}^j = \tilde{B}.$$

Два последних соотношения, согласно определению (17) означают, что полиинтервалы \tilde{A} и \tilde{B} сравнимы и находятся в отношении $\tilde{A} \geq \tilde{B}$. Что и требовалось доказать.

Необходимость. Пусть два полиинтервала \tilde{A} и \tilde{B} сравнимы и находятся в отношении $\tilde{A} \geq \tilde{B}$. Тогда, в соответствии с определением этого отношения (17), верны следующие два равенства $\tilde{A} \vee \tilde{B} = \tilde{A}, \tilde{A} \wedge \tilde{B} = \tilde{B}$. Выражая в них операции \vee и \wedge по формулам (11), (12), а полиинтервалы \tilde{A}, \tilde{B} по формулам (7), перепишем их в виде

$$\bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n (\tilde{a}^i \vee \tilde{b}^j) = \bigcup_{i=1}^m \tilde{a}^i, \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n (\tilde{a}^i \wedge \tilde{b}^j) = \bigcup_{j=1}^n \tilde{b}^j.$$

В первом из равенств правая часть зависит только от интервалов $\tilde{a}^i, i = \overline{1, m}$, поэтому, чтобы имело место равенство, его левая часть также должна зависеть только от интервалов $\tilde{a}^i, i = \overline{1, m}$, а это возможно только при выполнении условия $\tilde{a}^i \geq \tilde{b}^j$ для всех i, j . Аналогично выводится выполнение этого условия из второго выписанного равенства. Выполнение данного условия означает, что любой одиночный интервал \tilde{a}^i , входящий в состав полиинтервала \tilde{A} , находится в отношении \geq к любому одиночному интервалу \tilde{b}^j , входящему в состав полиинтервала \tilde{B} . В частности, справедливо $\tilde{a}^1 \geq \tilde{b}^n$, что и требовалось доказать.

Формулы (11), (12) дают конструктивные правила выделения большего и меньшего из двух имеющихся полиинтервалов для тех случаев, когда они существуют. Теорема 1 дает простое правило проверки существования большего и меньшего из двух имеющихся полиинтервалов. Теперь алгоритм решения различных задач исследования систем с полиинтервальными характеристиками, требующих сравнения полиинтервалов, можно представить следующим образом.

Шаг 1. Построение абстрактной математической модели, представляющей решение задачи как попарное сравнение некоторого числа полиинтервалов, являющихся числовыми значениями характеристик изучаемой системы в условиях неопределенности, с целью последующего выделения полиинтервалов, являющихся решением задачи.

Шаг 2. Анализ подлежащих сравнению пар полиинтервалов, с целью выявления пар сравнимых и несравнимых полиинтервалов. Анализ проводится с помощью условий (16)–(18). При этом пары, удовлетворяющие условию (16) (равные полиинтервалы) или условию (17) (полиинтервалы, находящиеся в отношении \geq), относим к парам сравнимых полиинтервалов, а пары, удовлетворяющие условию (18) – к парам несравнимых полиинтервалов.

Шаг 3. Построение структурной математической модели решения задачи в виде частично ориентированного графа, с использованием шагов 1, 2. Вершинами графа являются полиинтервалы, выделенные на шаге 1, его ребрами – линии, соединяющие вершины равных полиинтервалов, его дугами (ориентированными реб-

рами) – линии, соединяющие вершины неравных полиинтервалов в направлении от меньших полиинтервалов к большим. При этом вершины, отвечающие несравнимым полиинтервалам, не соединяются никакими линиями. При построении граф-модели используются пары равных полиинтервалов, пары полиинтервалов с отношением \geq и пары несравнимых полиинтервалов, полученные на шаге 2.

Шаг 4. Вычисление по структурной граф-модели вершины, соответствующей полиинтервалу, представляющему собой решение задачи. Чаще всего в качестве такого полиинтервала берется экстремальный – максимальный или минимальный полиинтервал. Возможны и другие варианты.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В статье детально разработана новая математическая модель неопределенности – полиинтервал. Определены оптимальные операции (взятие максимума и минимума) над полиинтервалами, выведены правила выполнения этих операций. Установлены необходимые и достаточные условия существования этих операций, т.е. условия сравнимости полиинтервалов. Ниже дан пример использования полученных результатов для принятия оптимального решения в экономике. Его можно рассматривать как небольшой эксперимент по проверке работоспособности предложенного подхода.

Пример. При поступлении на службу работник выбирает между компаниями *A*, *B* и *C*. Фирма *A* предлагает ему месячную зарплату (в зависимости от заказов фирмы) в размере 10000 ± 2000 рублей или 15000 ± 2000 рублей, аналогично фирма *B* – зарплату в размере 5000 ± 1000 руб. или 8000 ± 1000 руб., фирма *C* – в размере 6000 ± 1000 рублей или 9000 ± 1000 рублей. Работнику нужно выбрать фирму с максимальной зарплатой.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве практического результата применения разработанных выше методов приведем решение примера из п. 4

Решение. Шаг 1. В фирме *A* первую заработную плату работника можно представить как интервал $[a_1^1, a_2^1] = [8000, 12000]$, 2-ю – как интервал $[a_1^2, a_2^2] = [13000, 17000]$. Аналогично, в фирме *B* первую зарплату работника можно представить как интервал $[b_1^1, b_2^1] = [4000, 6000]$, а 2-ю – в виде интервала $[b_1^2, b_2^2] = [7000, 9000]$, а в фирме *C* 1-ю зарплату можно представить как интервал $[c_1^1, c_2^1] = [5000, 7000]$, 2-ю – как интервал $[c_1^2, c_2^2] = [8000, 10000]$. Итак, месячную зарплату работника в фирмах *A*, *B*, *C* можно представить соответственно полиинтервалами

$$\tilde{A} = \bigcup_{i=1}^2 [a_i^1, a_i^2] = [8000, 12000] \cup [13000, 17000],$$

$$\tilde{B} = \bigcup_{j=1}^2 [b_j^1, b_j^2] = [4000, 6000] \cup [7000, 9000],$$

$$\tilde{C} = \bigcup_{j=1}^2 [c_j^1, c_j^2] = [5000, 7000] \cup [8000, 10000].$$

Абстрактная математическая модель решения задачи представляет собой совокупность полиинтервалов \tilde{A} , \tilde{B} и \tilde{C} , попарное сравнение которых должно на следующих шагах выделить максимальный полиинтервал, являющийся решением задачи.

Шаг 2. Попарно сравниваем полиинтервалы \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} с помощью условий (16)–(18) и теоремы 1. Пара (\tilde{A}, \tilde{B}) . В результате сравнения полиинтервалов \tilde{A} и \tilde{B} с помощью теоремы 1, находим $\tilde{a}^1 = [8000, 12000]$, $\tilde{b}^2 = [7000, 9000]$, здесь $8000 > 7000$, $12000 > 9000$, и поэтому, согласно (14), $\tilde{a}^1 \geq \tilde{b}^2$, откуда по теореме 1 $\tilde{A} \geq \tilde{B}$.

Пара (\tilde{A}, \tilde{C}) . По тем же самым условиям находим $\tilde{a}^1 = [8000, 12000]$, $\tilde{c}^2 = [8000, 10000]$, здесь $8000 \geq 8000$, $12000 > 10000$ и потому, согласно (14), $\tilde{a}^1 \geq \tilde{c}^2$, и по теореме 1 $\tilde{A} \geq \tilde{C}$.

Пара (\tilde{B}, \tilde{C}) . С помощью тех же условий находим $\tilde{b}^1 = [4000, 6000]$, $\tilde{c}^2 = [8000, 10000]$, получаем $4000 < 8000$, $6000 < 10000$ и потому $\tilde{b}^1 \not\geq \tilde{c}^2$, откуда по теореме 1 $\tilde{B} \not\geq \tilde{C}$. Аналогично имеем $\tilde{c}^1 = [5000, 7000]$, $\tilde{b}^2 = [7000, 9000]$, где $5000 < 7000$, $7000 < 9000$, поэтому $\tilde{c}^1 \not\geq \tilde{b}^2$, откуда по теореме 1 $\tilde{C} \not\geq \tilde{B}$. С другой стороны, по условию (16), $\tilde{B} \neq \tilde{C}$, таким образом, в соответствии с (18) полиинтервалы \tilde{B} , \tilde{C} не сравнимы.

Шаг 3. По результатам шагов 1,2 получаем структурно-математическую модель решения задачи в виде частично ориентированного графа (рис. 1). Вершины этого

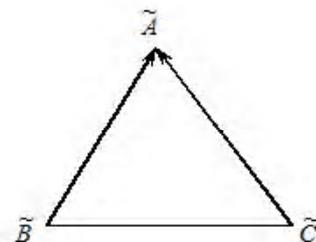


Рис. 1.

графа – полиинтервалы \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} , его дуги ориентированы в направлении от меньших вершин \tilde{B} , \tilde{C} к большей вершине \tilde{A} , а его ребро не ориентировано и соединяет несравнимые вершины, соответствующие полиинтервалам \tilde{B} , \tilde{C} .

Шаг 4. По структурной граф-модели (рис. 1) находим вершину, соответствующую максимальному полиинтервалу. Непосредственно из рис. 1 видно, что этой вершиной является \tilde{A} , т.к. соответствующий полиинтервал \tilde{A} больше других полиинтервалов \tilde{B} и \tilde{C} . Обратим внимание, что оба полиинтервала, не являющиеся максимальными (\tilde{B} и \tilde{C}) не сравнимы между собой, но это не повлияло на решение задачи. Это решение – выбор работником, из трех предложивших ему работу фирм A, B, C , фирмы A , как предложившей максимальную зарплату.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Как показано в статье, дальнейшее развитие известной операции сравнения интервалов неопределенности, с выделением максимального и минимального интервала [7], приводит к новой операции сравнения полиинтервалов, с выделением максимального и минимального полиинтервала. Таким образом, и для такой более сложной по сравнению с интервалом модели неопределенности, как полиинтервал, оказывается возможным сравнивать объекты и выбирать максимальный (минимальный) из них. Это открывает возможность решения задач оптимизации для неопределенных систем и процессов с полиинтервальными параметрами. Полиинтервальная модель неопределенности является более сложной, чем интервальная. Она встречается достаточно часто в военном деле, экономике, технике, социальной сфере и других областях и поэтому заслуживает изучения и разработки. Это изучение и разработку применительно к проблеме оптимизации естественно осуществлять, используя подходы интервальной математики к оптимизации [7] и развивая их в направлении учета многоинтервальности. И здесь выявляется важный факт: сравнение двух полиинтервалов, как показывает теорема 1, сводится к сравнению их крайних интервалов, благодаря этому сложность решения проблемы оптимизации систем с полиинтервальными параметрами такая же, как и в случае систем с интервальными параметрами. Это делает задачи оптимизации систем с полиинтервальными параметрами реально разрешимыми.

Представляет также интерес сравнение описанной процедуры сравнения полиинтервальных величин с аналогичными процедурами для случайных величин [13] и нечетких величин [1]. И здесь выясняется, что первая из процедур намного проще последних. Это связано с тем, что сравнение двух полиинтервальных величин, согласно доказанной теореме 1, требует всего лишь сравнения двух интервалов, т.е. двух пар чисел, в то время как сравнение двух случайных или нечетких величин требует вычисления интегралов [1, 13]. Таким образом, работа с

полиинтервальными неопределенностями (как и с интервальными) значительно легче, чем работа со стохастическими и нечеткими неопределенностями.

7 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье сформулирована задача дальнейшего изучения новой модели неопределенности – полиинтервала, обобщающей известную модель неопределенности – интервал – на случай области из нескольких последовательных интервалов неопределенности. С помощью известной из интервальной математики теоретико-множественной конструкции, вводящей операции над интервалами, в том числе, операции взятия максимума (минимума), аналогичным путем введена операция взятия максимума (минимума) двух полиинтервалов. Разработана методика сведения операции взятия максимума и минимума полиинтервалов к аналогичным операциям с интервалами. С ее помощью доказана основная теорема, сводящая сравнение двух полиинтервалов, с выделением максимального и минимального из них, к операции сравнения двух интервалов – крайнего левого интервала одного полиинтервала и крайнего правого интервала другого. На примере из области экономики показана практическая польза разработанной теории и методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде. – М.: Мир. – 1976. – 176 с.
2. Левин В. И. Непрерывная логика / В. И. Левин. – Пенза: ПензГТА, 2008. – 496 с.
3. Горбань И. И. Феномен статистической устойчивости / И. И. Горбань. – Киев: Наукова Думка, 2014. – 370 с.
4. Алефельд Г. Введение в интервальные вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер. – М.: Мир, 1987. – 370 с.
5. Левин В. И. Интервальная математика и исследование систем в условиях неопределенности / В. И. Левин. – Пенза: Изд-во Пензенского технологического ин-та, 1998. – 55 с.
6. Левин В. И. Полиинтервалы, их исчисление и применение / В. И. Левин // Системы управления, связи и безопасности. – 2016. – № 3. – С. 239–246.
7. Левин В. И. Методы оптимизации систем в условиях интервальной неопределенности параметров / В. И. Левин // Информационные технологии. – 2012. – № 4. – С. 52–59.
8. Вошинин А.П. Оптимизация в условиях неопределенности / А. П. Вошинин, Г.Р. Сотиров. – М.: МЭИ, София: Техника, 1989. – 226 с.
9. Tsoukias A. Characterization of PQI Interval Order / A. Tsoukias, P. A. Vincke // Discrete Applied Mathematics. – 2003. – №127 (2). – P. 387–397.
10. Ащепков Л. Т. Редукции интервальных бескоалиционных игр / Л. Т. Ащепков, Д. В. Давыдов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2006. – Т. 46, № 11. – С. 2001–2008.
11. Давыдов Д. В. Идентификация параметров линейных интервальных управляемых систем с интервальным наблюдением / Д. В. Давыдов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – № 6. – С. 25–29.
12. Горбань И. И. Случайность и гиперслучайность / И. И. Горбань. – Киев: Наукова Думка, 2016. – 290 с.
13. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2006. – 575 с.

Статья поступила в редакцию 16.07.2017
После доработки 15.08.2017.

Левін В. І.

Д-р технічних наук, професор Пензенського державного технологічного університету, Пенза, Росія

ПОЛІІНТЕРВАЛЬНА МАТЕМАТИКА Й ОПТИМІЗАЦІЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Актуальність. В останні десятиліття в цивільній і військовій сферах усе частіше зустрічаються нові інформаційні технології, засновані на нових підходах до опису різних видів невизначеності. Ці технології широко застосовуються у техніці, економіці, соціальній сфері. Для їхньої підтримки необхідні нові досить могутні математичні моделі і методи. У зв'язку з цим ця стаття, присвячена розробці нової моделі невизначеності (поліінтервал) і математичних методів і моделей для її вивчення, стосовно до рішення задач оптимізації в умовах невизначеності, є дуже актуальною.

Мета статті полягає в детальній розробці нової математичної моделі невизначеності – поліінтервалу, що є послідовністю кінцевого числа незалежних інтервалів невизначеності, з метою оптимізації різноманітних технічних, економічних, соціальних і інших систем з поліінтервальними параметрами.

Метод. Для досягнення поставленої мети в статті запропоновано поширити на вивчення оптимальних операцій над поліінтервалами відомий у інтервальній математиці метод введення операцій над інтервалами у вигляді теоретико-множинного узагальнення відповідних операцій над дійсними числами.

Результат. У статті детально розроблена нова математична модель невизначеності – поліінтервал. Визначено оптимальні операції (max, min) над поліінтервалами, виведені правила їхнього виконання. Установлено необхідні і достатні умови існування цих операцій, тобто умови порівняності поліінтервалів по відношенням «більше» і «менше». Дано приклад використання отриманих результатів для прийняття оптимального економічного рішення про вибір найкращого місця роботи за критерієм «найбільша зарплата». Показано, що поліінтервал, що є більш складною моделлю невизначеності систем, ніж інтервал, дозволяє досліджувати невизначені системи з такими ж витратами часу.

Висновки. Наукова новизна даної роботи полягає у запропонованій автором новій математичній моделі невизначеності різних систем у виді поліінтервалів, разом з математичним апаратом, що дозволяє виконувати оптимальні операції над поліінтервалами і тим самим таким, що дає можливість вирішувати задачі оптимізації технічних, економічних, соціальних і інших систем з поліінтервальними параметрами.

Ключові слова: поліінтервали, порівняння поліінтервалів, максимальний (мінімальний) поліінтервал.

Levin V.I.

Dr Sc., Professor of Mathematical Department of Penza State Technological University, Penza, Russia

POLYINTERVAL MATHEMATICS AND OPTIMIZATION IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY

Contex. In recent decades, in the civil and military spheres new information technologies are increasingly encountered based on new approaches to describing various types of uncertainty. These technologies are widely used in engineering, economics, social sphere. To support them, new fairly powerful mathematical models and methods are needed. In this regard, this article devoted to the development of a new model of uncertainty (polyinterval) and mathematical methods and models for its study with regard to solving optimization problems under uncertainty is very relevant.

Objective. The aim of the article is to elaborate a new mathematical model of uncertainty – a polyinterval which is a sequence of a finite number of independent intervals of uncertainty in order to optimize various technical, economic, social and other systems with polyinterval parameters.

Method. To achieve this goal, it is proposed to extend the method of introducing operations on intervals in the form of a set-theoretical generalization of the corresponding operations over real numbers to the study of optimal operations over polyintervals.

Result. In the article a new mathematical model of non-definiteness is developed in detail – polyinterval. The optimal operations (max, min) over the polyintervals have been determined and the rules for their implementation have been derived. The necessary and sufficient conditions for the existence of these operations are established, i.e. the conditions for the comparability of polyintervals over the relations “more” and “less”. An example of using the results obtained for making the optimal economic decision on choosing the best place of work by the criterion “the highest salary” is given. It is shown that the polyinterval, which is a more complex model of uncertainty than the interval, allows one to investigate uncertain systems with the same time costs.

Conclusions. The scientific novelty of this work consists in the proposed by the author new mathematical model of uncertainty of various systems in the form of polyintervals, in conjunction with a mathematical apparatus that allows performing optimal operations on polyintervals and thereby enabling the optimization of technical, economic, social and other systems with polyinterval parameters.

Keywords: interval value, polyinterval value, uncertainty, algebra of polyinterval values.

REFERENCES

- Zade L. A. Ponjatie lingvisticheskoy peremennoy i ego primeneniye k prinjatiyu priblizhennykh reshenij. Moscow, Mir, 1976, 176 p.
- Levin V.I. Nepreryvnaya Logika. Penza, Penza State Technological Academy, 2008, 496 p.
- Gorban' I. I. Fenomen Statisticheskoy Ustoychivosti. Kiev, Naukova Dumka, 2014, 370 p.
- Alefeld G., Herzberger J. Introduction to Interval Computation. N.Y., Academic Press, 1983, 352 p.
- Levin V. I. Intervalnaya Matematika i Issledovanie Sistem v Usloviyah Neopredelennosti. Penza, Penza Technological Institute Publishing, 1998, 55 p.
- Levin V.I. Poliintervaly, ih Ischislenie i Primenenie, *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti*, 2016, No. 3, pp. 239–246.
- Levin V. I. Metody Optimizacii Sistem v Usloviyah Intervalnoy Neopredelennosti Parametrov, *Informacionnye tehnologii*, 2012, No. 4, pp. 52–59.
- Voschinin A. P., Sotirov G. R. Optimizaciya v Usloviyah Neopredelennosti. Moscow, MEI, Sofiya, Tehnika, 1989, 226 p.
- Tsoukias A., Vincke P. A Characterization of PQI Interval Order, *Discrete Applied Mathematics*, 2003, No. 127 (2), pp. 387–397.
- Aschepkov L. T., Davydov D. V. Reductions of Interval Noncooperative Games, *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2006, Vol. 46, No. 11, pp. 1910–1917.
- Davydov D.V. Identification of Parameters of Linear Interval Controllable Systems with Interval Observation, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, Vol. 48, No. 6, pp. 861–865.
- Gorban' I. I. Sluchainost' i Gipersluchainost'. Kiev, Naukova Dumka, 2016, 290 p.
- Ventcel' E.S. Teoriya Veroyatnostey. Moscow, Vysshaya Shkola, 2016, 575 p.

UDC 621.365.32: 621.3.024

Yarymbash D. S¹, Yarymbash S. T.², Kotsur M. I.³, Litvinov D. O.⁴

¹Dr. Sc., Associate Professor, Head of the Electrical Machines Department, Zaporozhye National Technical University, Ukraine

²Ph. D., Associate Professor, Associate Professor of the Electrical Machines Department, Zaporozhye National Technical University, Ukraine

³Ph. D., Associate Professor, Associate Professor of the Electrical Machines Department, Zaporozhye National Technical University, Ukraine

⁴Senior lecturer of the Electrical Machines Department, Zaporozhye National Technical University, Ukraine

COMPUTER SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC FIELD WITH APPLICATION THE FREQUENCY ADAPTATION METHOD

Context. A modern stage of powerful radio-electronic and electrotechnical systems development, with a power more than 1 MW, imposes increased requirements to their energy equipment, uninterrupted operation and power supply reliability in various operational modes. Field simulation of such systems class is based on modern numerical realization methods of boundary value problems for Helmholtz and Maxwell equations, both in single-connected and multi-connected domains. It imposes increased requirements to resources, computer hardware speed and software computing efficiency, defining the relevance of a new mathematical apparatus development or its elaboration, including combinations of analytical and approximate numerical methods.

Objective. The purpose of work is the elaboration a new numerical realization methods of field models taking into account AC electrophysical processes with high frequency on the basis of Helmholtz equations in frequency formulations, adapted to software packages use with a free license.

Method. A new method of frequency adaptation is elaborated, which provides systems of Helmholtz equations reduction in vector magnetic potential formulations to the recurrent modified Maxwell's equations, in analogies of DC formulation, and also provides high precision and field simulation efficiency.

Results. The generalized spatial mathematical model of interrelated electromagnetic and electrothermal processes AC energy conversion in current-conducting wires of powerful radio-electronic and electrotechnical systems is offered. This model considers operational modes, nonlinear dependences of electrophysical properties in electrotechnical materials, replacement effects and outer superficial effects, self- and mutual induction. A new method of frequency adaptation is elaborated, based on Helmholtz system of equations reduction in the vector magnetic potential formulations, in frequency domain, to the recurrent modified Maxwell's equations, in analogies of DC formulation, and also provides high precision and field simulation efficiency. At numerical realization of frequency adaptation methods and finite elements, the number of freedom degrees decreases twice. It is caused by step-by-step solution the recurrent modified Maxwell's equations, in analogies of DC formulations, for real and imaginary components of electric and vector magnetic potentials.

Conclusions. The elaborated new frequency adaptation method significantly expands possibilities of production design preparation for powerful radio engineering systems. It allows using the software packages with a free license, reduces requirements to computing resources, reduces time costs and provides high precision in electromagnetic fields simulation.

Keywords: radio-electronic systems, electrotechnical systems, electromagnetic field, finite element method, frequency adaptation, field simulation, DC, AC, Helmholtz and Maxwell's equations.

NOMENCLATURE

AC – alternating current;
DC – direct current;
FEM – finite element method;
MBE – boundary elements methods;
 ω – angular frequency;
 $\Delta\omega$ – frequency step;
 i – component of geometric domain;
 k, n – interval and step of discretization;
 x, y, z – coordinate axes;
 V – electric potential;
 V_i – electric potential at i component of geometric domain;
 \mathbf{A} – vector magnetic potential;
 $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y, \mathbf{A}_z$ – projection of the \mathbf{A} on the axis x, y, z ;
 $\mathbf{A}_{xi}, \mathbf{A}_{yi}, \mathbf{A}_{zi}$ – projection of the \mathbf{A} on the axis x, y, z at i component of geometric domain;
 $\mathbf{A}_\omega, V_\omega$ – frequency derivatives of \mathbf{A} and V ;
 $(\mathbf{A}_{xi})_\omega, (\mathbf{A}_{yi})_\omega, (\mathbf{A}_{zi})_\omega$ – frequency derivatives of $\mathbf{A}_{xi}, \mathbf{A}_{yi}, \mathbf{A}_{zi}$;

σ – specific electric conductivity;
 θ – local temperature;
 μ_0 – vacuum permeability;
 μ_e – equivalent relative permeability;
 σ_i – specific electric conductivity at i component of geometric domain;
 θ_i – local temperature at i component of geometric domain;
 μ_{ei} – equivalent relative permeability at i component of geometric domain;
 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – unit vectors;
 f – frequency;
 \mathbf{H} – magnetic field strength;
 \mathbf{E} – electric field strength;
 \mathbf{J} – current density vector;
 \mathbf{E}_x – projection of the \mathbf{E} on the axis x ;
 \mathbf{J}_x – projection of the \mathbf{J} on the axis x ;
 Ω_1, Ω_2 – sections with different electrophysical properties;
 $\mathbf{H}_{\Omega_1}, \mathbf{H}_{\Omega_2}$ – magnetic field strength at Ω_1, Ω_2 sections;

$\mathbf{J}_{\Omega_1}, \mathbf{J}_{\Omega_2}$ – current density vector at Ω_1, Ω_2 sections;
 C_{Re}, C_{Im} – real part and imaginary part of coefficient C ;

δ – field penetration depth;
 c – speed of light (universal physical constant);
 z_{end} – final thickness;
 \mathbf{E}_{end} – electric field strength at z_{end} .

INTRODUCTION

A present stage of powerful radio-electronic and electrotechnical systems development, with a capacity more than 1 MW, imposes increased requirements to their energy equipment, uninterrupted operation and power supply reliability in operating modes [1–3]. High level of competition in the international markets (in civil and defensive spheres) and also essential restrictions on mass-dimensional indicators and prices increase for electrotechnical materials both conductive, and ferromagnetic, cause relevance of creation a new domestic production at the level of the best world samples. Therefore, at the production design preparation stage of powerful radio engineering systems, it is necessary to pay great attention to auxiliary systems and structural elements, in particular, to the systems of special current-conducting wires which are carrying out a reliable power supply the basic modules and units.

Despite the large volume of the researches connected with similar systems design of current-conducting wires for other industries [4–16] to provide adaptation of their results for powerful radio engineering systems very difficult. This is due to high density of their configuration and installation, the electric power transmission with AC high harmonics and, as a consequence, a significant influence of proximity effects, self- and mutual induction, which are usually neglected in common industrial equipment design. The known calculation procedures and powerful systems design of special current-conducting wires, which are based on circuit simulation methods and root-mean-geometric distances [4, 5, 17–19], do not satisfy the precision requirements and reliability. Respectively, it should be compensated for, by creating and testing prototypes, and as a result, additional material expenses and financial resources, labor costs and time for production preparation, by increasing the final product cost.

Now mathematical simulation methods of electrodynamic processes in high-frequency systems on the basis of Helmholtz [20–22] equations were widely adopted, which are implemented by expensive specialized software packages (ANSYS, Comsol Multiphysics, etc.). Their use leads to the essential growth of financial costs on hardware and software production design preparation, which becomes very difficult at the existing crisis factors. In addition, the use of software with a free license, for example, FEMM, for modeling the electrophysical processes of high-frequency alternating current is limited due to the absence of specialized software modules in them. Besides, the software application with a free license, for example FEMM, for AC high frequency electrophysical processes simulation is limited due to the absence in them specialized program modules. Therefore, the elaboration problem of perspective approaches for field

models numerical realization on the basis of Maxwell's equations in frequency statement should be consider relevant. These approaches expand the area of software use with a free license and adapted to production design preparation requirements for special systems of current-conducting wires of powerful power supply modules in radio engineering systems.

The purpose of the work is the elaboration a new numerical realization methods of field models taking into account AC electrophysical processes with high frequency on the basis of Helmholtz equations frequency formulations, adapted to software packages use with a free license.

To achieve this purpose, the following tasks are formulated: to elaborate new numerically-field calculations methods of interrelated electromagnetic processes during energy transmission, with AC high frequency, for special systems of current-conducting wires; to verify these methods on test mathematical models experimentally and to elaborate on this base the recommendations about their practical use.

1 PROBLEM STATEMENT

The electromagnetic field in geometric domains of current-conducting components and their circumambients is described by conjugate system of equations for vector magnetic potential and electric potential complex amplitudes [7–9, 11]:

$$\begin{cases} \nabla \times \left[(\mu_0 \mu_{e_i})^{-1} \nabla \times \mathbf{A}_i \right] = j\omega \sigma_i(\theta_i) (\mathbf{A}_i + \nabla V_i), \\ \nabla \cdot [\sigma_i(\theta_i) \cdot \nabla \cdot V_i] = -j\omega \cdot \nabla \cdot (\sigma_i(\theta_i) \cdot \mathbf{A}_i). \end{cases} \quad (1)$$

In the system of equations (1), the projections of \mathbf{A} and V are parametric functions of AC angular frequency ω :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{A}}_i = \mathbf{i} \cdot \dot{\mathbf{A}}_{x_i}(\omega, x, y, z) + \mathbf{j} \cdot \dot{\mathbf{A}}_{y_i}(\omega, x, y, z) + \mathbf{k} \cdot \dot{\mathbf{A}}_{z_i}(\omega, x, y, z), \\ \dot{V}_i = \dot{V}_i(\omega, x, y, z), \end{cases} \quad (2)$$

which have continuous derivatives in parameter ω

$$\begin{cases} \left(\dot{V}_i \right)_\omega = \partial \left[\dot{V}_i(\omega, x, y, z) \right] / \partial \omega, \\ \left(\dot{\mathbf{A}}_{x_i} \right)_\omega = \partial \left[\dot{\mathbf{A}}_{x_i}(\omega, x, y, z) \right] / \partial \omega, \left(\dot{\mathbf{A}}_{y_i} \right)_\omega = \\ \left(\dot{\mathbf{A}}_{z_i} \right)_\omega = \partial \left[\dot{\mathbf{A}}_{z_i}(\omega, x, y, z) \right] / \partial \omega, \\ \left(\dot{\mathbf{A}}_i \right)_\omega = \mathbf{i} \cdot \left(\dot{\mathbf{A}}_{x_i} \right)_\omega + \mathbf{j} \cdot \left(\dot{\mathbf{A}}_{y_i} \right)_\omega + \mathbf{k} \cdot \left(\dot{\mathbf{A}}_{z_i} \right)_\omega. \end{cases} \quad (3)$$

The system of equations (1) is supplemented by magnetic and electric fields conjugation conditions at environment sections boundaries with different electrophysical properties for magnetic field strength vectors and current density in current-conducting wires [7–9]:

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{\Omega_1, \Omega_2} \times (\mathbf{H}_{\Omega_1} - \mathbf{H}_{\Omega_2}) = 0, \\ \mathbf{n}_{\Omega_1, \Omega_2} \cdot (\mathbf{J}_{\Omega_1} - \mathbf{J}_{\Omega_2}) = 0, \end{cases} \quad (4)$$

under boundary conditions on the external shields surfaces [7–9]:

$$\{\mathbf{A} = 0, \mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (5)$$

and on the symmetry planes [7–9]:

$$\{\mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0, \mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (6)$$

2 REVIEW OF THE LITERATURE

The known engineering techniques of calculation and current-carrying wires design [4–6, 17–19], based on the electrical circuit's theory, methods of generalized expressions and mean geometric distances, have essential assumptions and don't answer modern requirements of precision. In recent years, at high-frequency electromagnetic processes description, field simulation has become widespread [7–16]. The analytical and numerical methods [23, 24] realized on the computer can be applied to the problem formulations of electromagnetic fields simulation given above. Numerical methods are conventionally divided into three main groups [24]: integral (a boundary elements method, a secondary sources method, an integration method on field sources and a inductively connected circuits method) [23, 25, 26], differential (finite differences method and finite volumes method) [27, 28] and variation (Ritz's method, Galerkin's method, finite elements method) [29, 30, 31]. The MBE belong to the most widespread integrated methods [26, 27, 32]. Their feature is that the integrated equation of rather unknown quantities is formulated only on the computational domain boundary. They are successfully applied to the linear partial equations solution in private derivatives of elliptic type. The FEM belongs to the variation methods based on the use of variation statements equivalent to an initial boundary-value problem [30, 33, 34]. FEM is based on the fact that for the elements into which the investigated domain is divided, an approximation of the required function is described [34, 35]. And this approximation has to provide this function's continuity throughout the definition range. FEM allow to realize rather large number of elements, when using special algorithms for systems numerical solution of algebraic equations with band matrix coefficients. The elaboration of this method became possible thanks to computer technology development and specialized software with user-friendly interfaces. They are successfully applied to the field problems solution in irregular geometrical shape domains. FEM disadvantage is the stability lowering of computational process for nonlinear frequency field models and requirements for the use of specialized expensive software [11–14] and significant computing resources [10]. Because of the essential differences in the elements geometric dimensions of current-conducting systems, in electromagnetic processes simulation, the authors [12–16] significantly simplify computational models or consider them in a plane-parallel statement [13, 14]. Also, the community absence of approaches in describing and simulating low- and high-frequency electromagnetic processes leads to significant increase in computing and time resources that complicate the use of field calculation methods at production design preparation stages. It causes need of elaboration new approaches based both on

analytical and numerical methods combination and on the frequency formulations reduction of Helmholtz problems to other types of problems.

3 MATERIALS AND METHODS

For synthesis a new method for system equations (1)–(3) solution, it is necessary to differentiate system equations of (1) with respect to the parameter ω , neglecting magnetic and electrical properties dependences of current-conducting wires materials on AC angular frequency ω :

$$\begin{cases} \nabla \times [(\mu_0 \mu_e)^{-1} \cdot \nabla \times (\dot{\mathbf{A}}_i)_\omega] = -j\sigma_i(\theta_i) [\dot{\mathbf{A}}_i + \nabla \dot{V}_i] - \\ - j\omega \sigma_i(\theta_i) [(\dot{\mathbf{A}}_i)_\omega + (\nabla \dot{V}_i)_\omega] \\ \nabla \cdot [\sigma_i(\theta_i) \cdot \nabla \cdot (\dot{V}_i)_\omega] = -j\omega \nabla \cdot (\sigma_i(\theta_i) \dot{\mathbf{A}}_i) - j\omega \nabla \cdot (\sigma_i(\theta_i) (\dot{\mathbf{A}}_i)_\omega) \end{cases} \quad (7)$$

Replacing continuous range domain of frequency ω , by the discrete sequence $\{\omega_0 = 0, \omega_1, \dots, \omega_k, \omega_{k+1}, \dots, \omega_n = 2\pi \cdot f\}$, transform this system of the differential equations to an integrated form:

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} (\dot{V}_i)_\omega d\omega = \dot{V}_i(\omega_n, x, y, z) - V_i(0, x, y, z), \\ \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} (\dot{\mathbf{A}}_{x_i})_\omega d\omega = \dot{\mathbf{A}}_{x_i}(\omega_n, x, y, z) - A_{x_i}(0, x, y, z), \\ \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} (\dot{\mathbf{A}}_{y_i})_\omega d\omega = \dot{\mathbf{A}}_{y_i}(\omega_n, x, y, z) - A_{y_i}(0, x, y, z), \\ \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} (\dot{\mathbf{A}}_{z_i})_\omega d\omega = \dot{\mathbf{A}}_{z_i}(\omega_n, x, y, z) - A_{z_i}(0, x, y, z), \\ \mathbf{i} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} (\dot{\mathbf{A}}_{x_i})_\omega d\omega + \mathbf{j} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} (\dot{\mathbf{A}}_{y_i})_\omega d\omega + \mathbf{k} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} (\dot{\mathbf{A}}_{z_i})_\omega d\omega = \\ = \mathbf{i} \cdot [\dot{\mathbf{A}}_{x_i}(\omega_n, x, y, z) - A_{x_i}(0, x, y, z)] + \\ + \mathbf{j} \cdot [\dot{\mathbf{A}}_{y_i}(\omega_n, x, y, z) - A_{y_i}(0, x, y, z)] + \\ + \mathbf{k} \cdot [\dot{\mathbf{A}}_{z_i}(\omega_n, x, y, z) - A_{z_i}(0, x, y, z)] \end{cases} \quad (8)$$

For the left parts of system ratios (8) the next designations are accepted:

$$\begin{cases} (\dot{V}_i)_{\omega,k} = (\dot{V}_i(\omega_k, x, y, z))_\omega, \\ (\dot{\mathbf{A}}_{x_i})_{\omega,k} = (\dot{\mathbf{A}}_{x_i}(\omega_k, x, y, z))_\omega, \\ (\dot{\mathbf{A}}_{y_i})_{\omega,k} = (\dot{\mathbf{A}}_{y_i}(\omega_k, x, y, z))_\omega, \\ (\dot{\mathbf{A}}_{z_i})_{\omega,k} = (\dot{\mathbf{A}}_{z_i}(\omega_k, x, y, z))_\omega. \end{cases} \quad (9)$$

and the right rectangles formula [36] is applied

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{V}_j(\omega_n, x, y, z) &= \sum_{k=0}^{n-1} (\dot{V}_j)_{\omega, k+1} \cdot (\omega_{k+1} - \omega_k) - V_j(0, x, y, z), \\ \dot{A}_{x_i}(\omega_n, x, y, z) &= \sum_{k=0}^{n-1} (\dot{A}_{x_i})_{\omega, k+1} \cdot (\omega_{k+1} - \omega_k) - A_{x_i}(0, x, y, z), \\ \dot{A}_{y_i}(\omega_n, x, y, z) &= \sum_{k=0}^{n-1} (\dot{A}_{y_i})_{\omega, k+1} \cdot (\omega_{k+1} - \omega_k) - A_{y_i}(0, x, y, z), \\ \dot{A}_{z_i}(\omega_n, x, y, z) &= \sum_{k=0}^{n-1} (\dot{A}_{z_i})_{\omega, k+1} \cdot (\omega_{k+1} - \omega_k) - A_{z_i}(0, x, y, z), \\ \mathbf{i} \cdot \dot{A}_{x_i}(\omega_n, x, y, z) + \mathbf{j} \cdot \dot{A}_{y_i}(\omega_n, x, y, z) + \mathbf{k} \cdot \dot{A}_{z_i}(\omega_n, x, y, z) &= \mathbf{i} \cdot A_{x_i}(0, x, y, z) + \\ &+ \mathbf{j} \cdot A_{y_i}(0, x, y, z) + \mathbf{k} \cdot A_{z_i}(0, x, y, z) + \sum_{k=0}^{n-1} \left[\mathbf{i} \cdot (\dot{A}_{x_i})_{\omega, k+1} + \mathbf{j} \cdot (\dot{A}_{y_i})_{\omega, k+1} + \mathbf{k} \cdot (\dot{A}_{z_i})_{\omega, k+1} \right] \cdot (\omega_{k+1} - \omega_k) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Perform the averaging of system ratios (7) for frequency parameter change range ($\omega_k \leq \omega \leq \omega_{k+1}$)

$$\left\{ \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} \nabla \times [(\mu_0 \mu_3)^{-1} \cdot \nabla \times (\dot{A}_i)_{\omega}] d\omega = -j \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} \left\{ \sigma_i(\theta_i) [\mathbf{A}_i + \nabla V_i] + \omega \sigma_i(\theta_i) [\mathbf{A}_{\omega_i} + \nabla V_{\omega_i}] \right\} d\omega. \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} \nabla \cdot [\sigma_i(\theta_i) \cdot \nabla \cdot (V_i)_{\omega}] d\omega = -j \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} [\nabla(\sigma_i(\theta_i) \mathbf{A}_i) + \omega \nabla(\sigma_i(\theta_i) \mathbf{A}_i)_{\omega}] d\omega. \right. \quad (12)$$

and apply the right rectangles formulas [36] to the left parts in the systems (11), (12) and the left rectangles [36] for their right parts. By reducing them to $(\omega_{k+1} - \omega_k)$, there are obtained the recurrent equations of rather unknown frequency derivative potentials $(\dot{A}_i)_{\omega, k+1}$ and $(\dot{V}_i)_{\omega, k+1}$:

$$\left\{ \nabla \times [(\mu_0 \mu_3)^{-1} \cdot \nabla \times (\dot{A}_i)_{\omega, k+1}] = -j \sigma_i(\theta_i) \left\{ (\dot{A}_i)_k + \nabla(\dot{V}_i)_k + \omega_k \left[(\dot{A}_i)_{\omega, k} + \nabla(\dot{V}_i)_{\omega, k} \right] \right\} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \nabla \cdot [\sigma_i(\theta_i) \cdot \nabla \cdot (\dot{V}_i)_{\omega, k+1}] = -j \left[\nabla(\sigma_i(\theta_i) (\dot{V}_i)_k) + \omega_k \nabla(\sigma_i(\theta_i) \mathbf{A}_i)_{\omega, k} \right] \right. \quad (14)$$

which allow solutions independent of each other.

If to perform summands regrouping between the left and right parts of system (13), (14) integrated equations, then it is possible to obtain the modified systems of equations in the form:

$$\left\{ \nabla \times [(\mu_0 \mu_3)^{-1} \cdot \nabla \times (\dot{A}_i)_{\omega, k+1}] = -j \sigma_i(\theta_i) \left\{ (\dot{A}_i)_k + \nabla(\dot{V}_i)_k + \omega_{k+1} \left[(\dot{A}_i)_{\omega, k} + \nabla(\dot{V}_i)_{\omega, k} \right] \right\} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \nabla \cdot [\sigma_i(\theta_i) \cdot \nabla \cdot (\dot{V}_i)_{\omega, k+1}] = -j \left[\nabla(\sigma_i(\theta_i) (\dot{V}_i)_k) + \omega_{k+1} \nabla(\sigma_i(\theta_i) \mathbf{A}_i)_{\omega, k} \right] \right. \quad (16)$$

which differ from the recurrent equations (13), (14) by frequency parameter ω_{k+1} .

In the systems of equations (13)–(16) initial approaches for vector magnetic and electric potentials are defined from independent solutions of homogeneous differential equations

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla \times [(\mu_0 \mu_3)^{-1} \nabla \times \mathbf{A}_i] &= 0, \\ \nabla \cdot [\sigma_i(\theta_i) \cdot \nabla \cdot V_i] &= 0 \end{aligned} \right. \quad (17)$$

and can be considered as approximations to direct current.

Initial approximation for $(\dot{A}_i)_{\omega, 0}$ and $(\dot{V}_i)_{\omega, 0}$ are defined from the system of equations solutions (7), independent from each other under the condition $\omega_0 = 0$

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla \times [(\mu_0 \mu_3)^{-1} \cdot \nabla \times (\dot{A}_i)_{\omega, 0}] &= -j \sigma_i(\theta_i) \left\{ (\dot{A}_i)_0 + \nabla(\dot{V}_i)_0 \right\} \\ \nabla \cdot [\sigma_i(\theta_i) \cdot \nabla \cdot (\dot{V}_i)_{\omega, 0}] &= -j \nabla(\sigma_i(\theta_i) (\dot{A}_i)_0) \end{aligned} \right. \quad (18)$$

Thus, by transformations (8)–(14), the system of equations in frequency formulation (1) adapts to the mathematical description and approaches for solutions in DC analogies (15)–(18). The main advantage of adapted approach should be considered possibility of independent solution the magnetic and electric fields equations with respect to frequency derivatives of vector magnetic and electric potentials on each step of frequency parameter discrete change. Initial approximations of the vector magnetic potential and electric potential are defined according to direct current. Convergence conditions of iterative process are defined by convergence conditions for Euler's method [37].

4 EXPERIMENTS

In data absence on the application new frequency adaptation method (7)–(18), for realization electromagnetic field problems, it is expedient to estimate its efficiency on

the basis of a model problem, which has an exact analytical solution. For this purpose there is considered a skin-effect mathematical description in current-conducting components of waveguide system [20]. There is investigated the phenomenon of electromagnetic field localization and electric current in the domain of electrically conductive plate, ∞ -wide and ∞ -extended, with z_{end} (fig. 1). It is accepted that current density vector will be directed along the $0x$ axis and there is considered its projection \mathbf{J}_x , $\mathbf{J} = i\mathbf{J}_x(z)$, which corresponds to condition $div(\mathbf{J}) = 0$ and ∞ extended system along the $0y$ axis.

Since the electric current is a harmonic function of time (with ω), then, taking into account the ratio $\dot{\mathbf{E}}_x = \sigma \mathbf{J}_x = E \cdot e^{j\varphi}$, it suffices to consider Helmholtz equation with respect to electric field strength amplitude [20]:

$$\frac{d^2 E}{dz^2} - j \frac{4\pi\mu_0\sigma}{c^2} E = 0. \quad (19)$$

with boundary conditions in the form:

$$E(0) = E_0, \quad E(z_{end}) = E_{end}, \quad (20)$$

General solution of equation (19) has the form [20]:

$$E(z) = C_{Re} \cdot e^{i\sqrt{-i4\pi\sigma\mu_0\omega/c^2}z} + C_{Im} \cdot e^{-i\sqrt{-i4\pi\sigma\mu_0\omega/c^2}z}. \quad (21)$$

Taking into account the expression for skin-effect layer thickness

$$\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\mu_0\omega}, \quad (22)$$

expression (21) can be transformed to the next form:

$$E(z) = C_{Re} \cdot e^{-i(1-i)z/\delta} + C_{Im} \cdot e^{i(1-i)z/\delta}. \quad (23)$$

If to enter designation $\tilde{E} = E(z)/E_{end}$, then, satisfying expression (23) to boundary conditions (20), we obtain an analytical solution that describes distribution of the intensity complex amplitude \tilde{E} in electrically conductive domain (Fig. 1):

$$\tilde{E}(z, \delta) = \frac{\left(1 - e^{(\tau_{end}(1+i))/\delta}\right) \cdot e^{-i(1-i)z/\delta} + \left(e^{(\tau_{end}(-1-i))/\delta} - 1\right) \cdot e^{i(1-i)z/\delta}}{e^{(\tau_{end}(-1-i))/\delta} - e^{(\tau_{end}(1+i))/\delta}}. \quad (24)$$

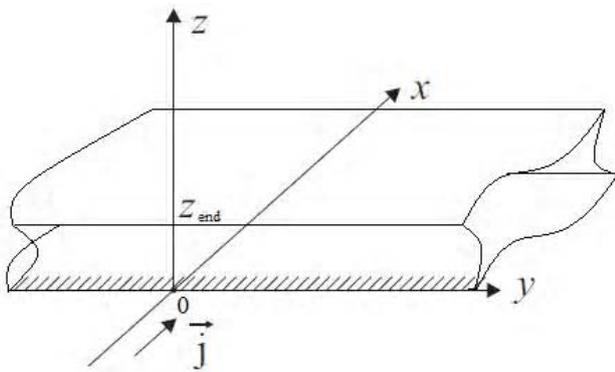


Figure 1 – Skin-effect simulation domain in current-conducting wire

By frequency adaptation method for a frequency step equal to $\Delta\omega = \omega$, the approximate solution of equation (19) with boundary conditions (20) will have the next form:

$$\tilde{E}_{\Delta\omega=\omega}(z, \delta) \approx 1 + \frac{\sqrt{2}}{6\delta^4} z \cdot \left(z_{end} \cdot z^2 - \frac{z_{end}^3 + z^3}{2} \right) + i \frac{\sqrt{2}}{2\delta^2} z \cdot (z - z_{end}). \quad (25)$$

For analysis of approximate solution precision, obtained by frequency adaptation method, there were carried out electric field strength calculations for a planar conductor, the thickness of which changed in a range $1.4 \cdot \delta \leq z_{end} \leq 2.0 \cdot \delta$ with $\Delta z_{end} = 0.2$ step and there was estimated the approximate solution error (25) with respect to exact solution (24). A typical feature of frequency adaptation method is the even number of iterations. On odd iterations, the imaginary components of the solution are specified, and on even ones, the real components. At the same time the number of iterations for studied model doesn't exceed 4.

5 RESULTS

Results of numerical experiments for a research of approximate solutions precision, obtained by an analytical method and a new frequency adaptation method are presented in Fig. 2. According to the exact solution, the nonlinear character of the field strength distribution is determined by the depth of its penetration into electroconductive environment, mainly by AC frequency. At electroconductive layer thickness $1.4 \cdot \delta \leq z_{end} \leq 1.8 \cdot \delta$ the distribution will have a parabolic form. Comparison of exact solutions the system of equations (1) and calculations by a new frequency adaptation method (25), taking into account $\Delta\omega = \omega$, confirms that the error of this method is lower than 0,6% for parabolic form of field strength distribution in current-carrying components domain of current-conducting systems (Fig. 2a).

For exact solution, at $z_{end} \geq 2.0 \cdot \delta$, the parabolic form of field strength distribution is transformed into a flattened form (Fig. 2), and the error of frequency adaptation method increases to 5.1% due to the effect of the “false” local convexity on the symmetry axis of current-conducting wires. This negative effect is easily compensated by a step reduction of frequency adaptation to $\Delta\omega = 0.5 \cdot \omega$, and by increasing the number of iterations up to 4, at the same time the error decreases to 1.2% in comparison with exact solution (Fig. 2b). It confirms high precision of the offered frequency adaptation method, which can be also realized in structure of application programs packages for stationary field simulation, as a rule, having a free license (for example, FEMM).

For current-conducting wires with a rectangular plan configuration, field calculations were performed in Comsol Multiphysics software structure for frequency model (1)–(6) and in the FEMM software structure for frequency adaptation model (18). Field calculations in Comsol Multiphysics and FEMM structures used triangular finite elements, the number of which was 55264. When comparing the arrays of local values for magnetic field strength module, the relative discrepancy deviation for these methods did not exceed 1.24% for $\Delta\omega = \omega$ and 0.75% $\Delta\omega = 0,5 \cdot \omega$. As

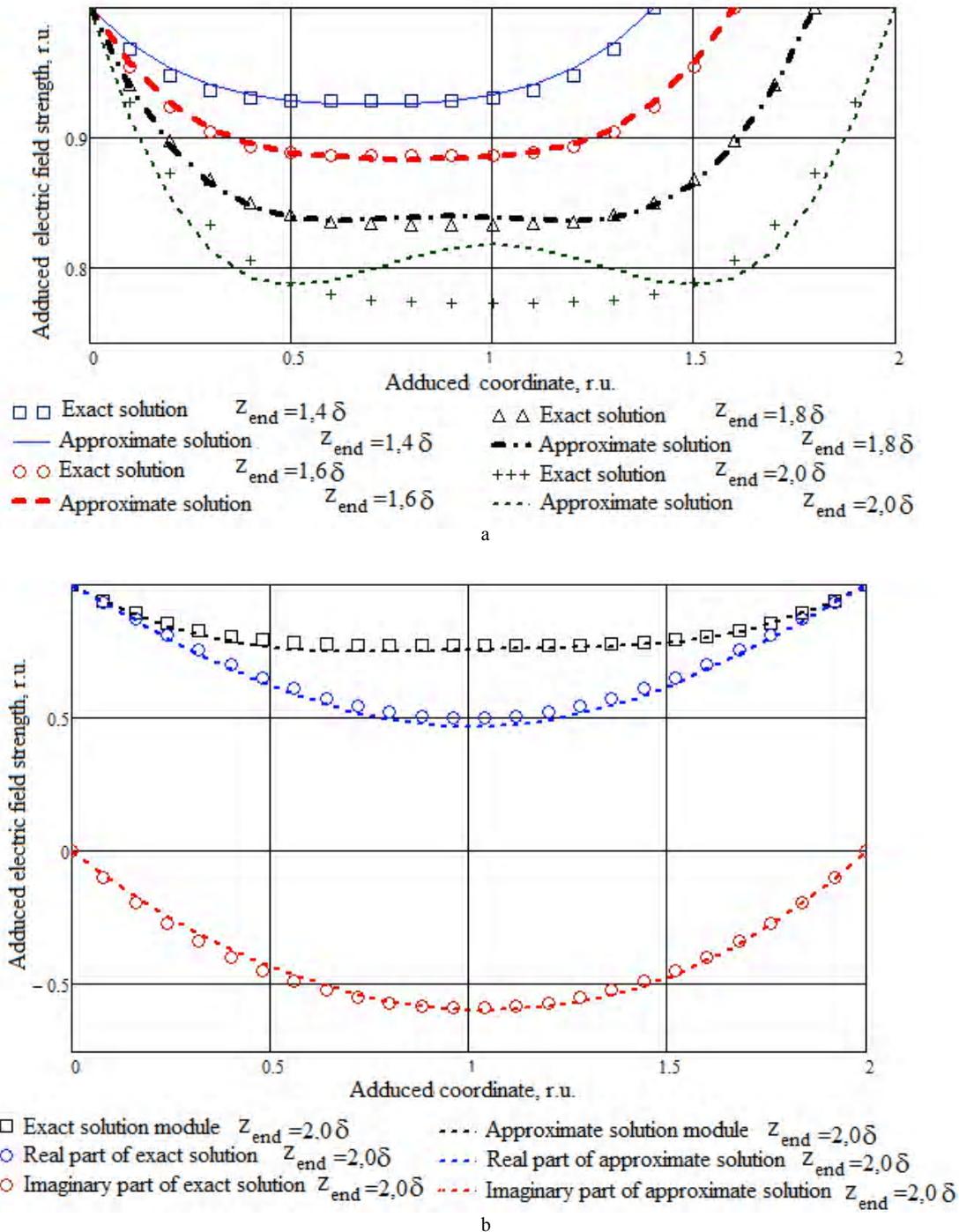


Figure 2 – The exact (24) and approximate (25) solutions comparison of Helmholtz equation (14):
 a – for $\Delta\omega = \omega$; b – for $\Delta\omega = 0.5 \cdot \omega$

the number of freedom degrees on each frequency adaptation step decreases twice, time consumption for numerical realization the frequency adaptation stationary model (18) decrease by 2.4–2.8 times at $\Delta\omega = \omega$. At $\Delta\omega = 0.5 \cdot \omega$ time consumption is decreased by 1.12–1.18 times in comparison with numerical realization frequency model (1)–(3).

6 DISCUSSION

Thus, the frequency adaptation method has a simple numerical implementation and doesn't require the use of

specialized commercial software. This method can be used in conjunction with final elements method and can be realized in the FEMM structure. At the joint application the frequency adaptation methods and final elements method, the numerical realization efficiency is caused by reduction the problem dimension on each step in frequency twice. It's provided by step-by-step realization the recurrent equations (18) both for the real, and for imaginary components of potentials. Error's growth of the frequency adaptation method at $z_{end} \geq 2.0 \cdot \delta$ can be compensated by decreasing

the frequency step from $\Delta\omega = \omega$ to $\Delta\omega = 0,5 \cdot \omega$. The frequency adaptation method's error for problem solution of AC electric field in a one-dimensional statement doesn't exceed 0.6% for $\Delta\omega = \omega$, in $1,4 \cdot \delta \leq z_{end} \leq 1,8 \cdot \delta$ range, and 1.2% for $\Delta\omega = 0,5 \cdot \omega$, in $1,8 \cdot \delta \leq z_{end} \leq 2,0 \cdot \delta$ range. Thus, the frequency adaptation method provides good computational accuracy for engineering calculations. This method can be used in problems of calculation and analysis of electromagnetic fields in one-dimensional, two-dimensional and three-dimensional formulations. Numerical realization data, in Comsol Multiphysics and FEMM structures for frequency adaptation to stationary field models, correspond with high precision to numerical realization data for frequency field models, but the time consumption are reduced from 1.12 to 2.8.

CONCLUSIONS

A new method of frequency adaptation is elaborated, which provides systems of Helmholtz equations reduction in frequency domain to the recurrent Maxwell's equations in DC analogies, high precision and field simulation efficiency. At the joint realization the frequency adaptation methods and final elements method the number of freedom degree decreases twice, which is provided by step-by-step realization the recurrent modified Maxwell's equations in DC analogies, both for the real, and for imaginary components of the electrical and vector magnetic potentials. The frequency adaptation method's error for problem solution of AC electric field in a one-dimensional statement doesn't exceed 0.6% for $\Delta\omega = \omega$, in $1,4 \cdot \delta \leq z_{end} \leq 1,8 \cdot \delta$ range, and 1.2% for $\Delta\omega = 0,5 \cdot \omega$, in $1,8 \cdot \delta \leq z_{end} \leq 2,0 \cdot \delta$ range. At calculating the plane-parallel electromagnetic field for current-conducting components of current carrying systems the frequency adaptation method's error doesn't exceed 1.24%, and time consumption are reduced from 1.12 to 2.8.

The elaborated frequency adaptation method significantly expands possibilities of production design preparation for the powerful radio engineering systems, allows to use software packages with a free license, reduces requirements to computing resources, reduces time consumption and provides high precision of electromagnetic fields simulation.

REFERENCES

1. Skolnik M. Radar Handbook / M. Skolnik. – New York : The McGraw-Hill, 2008. – 1350 p.
2. Дудник П. И. Многофункциональные радиолокационные системы : учеб. пособие для вузов / П. И. Дудник, А. Р. Ильчук, Б. Г. Татарский ; под ред. Б. Г. Татарского. – М. : Дрофа, 2007. – 283 с.
3. Высокоточные системы самонаведения: расчет и проектирование. Вычислительный эксперимент / К. А. Пупков, Н. Д. Егупов, Л. В. Колесников, и др. – М. : Физматлит, 2011. – 512 с.
4. Данцис Я. Б. Короткие сети и электрические параметры дуговых электропечей / Я. Б. Данцис, Г. М. Жилов. – М. : Металлургия, 1987. – 320 с.
5. Бида В. В. К расчету токоведущих систем, образованных контурами сложной геометрии / В. В. Бида, Ю. М. Васецкий, С. В. Захарченко // Известия ВУЗов. Электромеханика. – 1990. – № 6. – С. 19–27.
6. Розенберг В. Л. Метод расчета индуктивностей токопроводящей системы «кern графитировочной печи – боковые шинопакеты» / В. Л. Розенберг, В. А. Сычев, Я. В. Метелица // Автоматизация энергосистем и энергоустановок промышленных предприятий : сб. научн. тр. – Челябинск : ЧПИ, 1985. – С. 15–18.
7. Ярымбаш Д. С. Исследование электромагнитных и термоэлектрических процессов в печах графитации переменного и постоянного тока / Д. С. Ярымбаш // Науковий вісник НГУ – 2015. – № 3. – С. 95–102.
8. Yarymbash D. S. On specific features of modeling electromagnetic field in the connection area of side busbar packages to graphitization furnace current leads / D.S. Yarymbash, A.M. Oleinikov // Russian Electrical Engineering. – 2015. – Vol. 86, Issue 2. – P. 86–92. DOI: <http://dx.doi.org/10.3103/S1068371215020121>.
9. Ярымбаш Д. С. Идентификация электрических параметров шихтованных шинных пакетов мощных коротких сетей / Д. С. Ярымбаш, С. Т. Ярымбаш, И. М. Килимник // Электротехника и электроэнергетика. – 2012. – № 2. – С. 55–61. DOI: <http://dx.doi.org/10.15588/1607-6761-2012-2-10>
10. Ярымбаш Д. С. Идентификация электрических параметров печной петли мощных печей графитации / Д. С. Ярымбаш // Электротехника и электромеханика. – 2012. – № 1. – С. 49–54.
11. A new simulation approach of the electromagnetic fields in electrical machines / [D. Yarymbash, M. Kotsur, S. Subbotin, A. Olinyk] // IEEE: The International Conference on Information and Digital Technologies – 2017. – Slovakia, Zilina. – P. 452–457. DOI: 10.1109/DT.2017.8024332.
12. Experience and modern technology of the ore-thermal furnace short network designing / [A. I. Aliferov, R. A. Bikeev, L. P. Goreva, V. Zakharchuk] // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016) : proc., Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk : NSTU, 2016. – Pt. 2. – P. 124–126. ISBN 978-1-5090-0853-7. DOI: 10.1109/IFOST.2016.7884207
13. Serikov V. Active power losses in pressure rings for contact shoes of ore-thermal furnace / V. Serikov, D. Vlasov, L. Goreva // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 698 : Electrical Engineering, Energy, Mechanical Engineering, EEM 2014. – P. 57–60. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.698.57
14. Goreva L. Investigation of electrical parameters of interleaved conductors' packages in high power electrotechnological installations / L. Goreva, D. Vlasov, M. S. Shvetsova // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 792 : Electrical Engineering, Electrotechnology, Energy, EEE 2015. – P. 495–498. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.792.495
15. Ore-thermal furnaces secondary circuit parameters optimization / A. I. Aliferov, L. P. Goreva, R. A. Bikeev et al. // The 8 international forum on strategic technologies (IFOST 2013) : proc., Mongolia, Ulaanbaatar, 28 June – 1 July 2013. – Ulaanbaatar, 2013. – Vol. 1. – P. 283–285. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.698.35.
16. Ferromagnetic conductors electric resistances investigation under electrocontact heating / A. I. Aliferov, R. A. Bikeev, D. S. Vlasov et al. // International conference on heating by electromagnetic sources, HES-2013: induction, dielectric and microwaves, conduction & electromagnetic processing : [proc.], Italy, Padua, 21–24 May, 2013. – Padua, 2013. – P. 457–461.
17. Arc-Furnace model for the study of Flicker Compensation in Electrical Networks / G. G. Montanari, M. Loggini, A. Cavallini et al. // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1994. – Vol. 9, No. 4. – P. 2026–2036. DOI: 10.1109/61.329535.
18. Development of Enhanced Electric Arc Furnace Models for Transient Analysis / G. Jang, W. Wang, G. I. Heydt et al. // Electric Power Components and Systems. – 2001. – Vol. 29, No. 11. – P. 1060–1073. DOI: 10.1080/153250001753239257.

19. Panoiu M. Experimental Research Concerning the Electromagnetic Pollution Generated by the 3-Phase Electric Power Supply Networks / M. Panoiu, C. Panoiu, I. Sora // Acta Electrotechnica. – 2006. – Vol. 47, No. 2. – P. 102–112.
20. Запрягаев С. А. Электродинамика / С. А. Запрягаев. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. – 536 с.
21. Ильинский А. С. Математические модели электродинамики / А. С. Ильинский, В. В. Кравцов, А. Г. Свешников. – М. : Высшая школа, 1991. – 222 с.
22. Taflove A. Computational Electrodynamics: The Finite-difference Time-domain Method / A. Taflove, S. C. Hagness – Artech House, 2005. – 852 p. ISBN 978-1-58053-832-9.
23. Амосов А. А. Вычислительные методы для инженеров / Амосов А. А. – М. : Энергия, 1994. – 284 с.
24. Рояк М. Э. Сеточные методы решения краевых задач математической физики: учеб. пособие / М. Э. Рояк, Ю. Г. Соловейчик, Э. П. Шурина. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 1998. – 120 с.
25. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высшая школа, 1970. – 710 с.
26. Самарский А. А. Численные методы / А. А. Самарский, В. А. Гулин. – М. : Наука, 1989. – 430 с.
27. Абаффи Й. Математические методы для решения линейных и нелинейных уравнений / Й. Абаффи, Э. Спедикато. – М. : Энергия, 1996. – 287 с.
28. Yee K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media / K. S. Yee // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1996. – Vol. 14. – P. 302–307. DOI: 10.1109/tap.1966.1138693.
29. Глазунов Ю. Т. Вариационные методы / Ю. Т. Глазунов. – М. : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2006. – 472 с.
30. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики / В. В. Никольский. – М. : Наука, 1967. – 460 с.
31. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике / К. Ректорис. – М. : Мир, 1985. – 589 с.
32. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М. : Мир, 1987. – 524 с.
33. Лаевский Ю. М. Метод конечных элементов (основы теории, задачи) / Ю. М. Лаевский. – Новосибирск : Новосиб. гос. ун-т, 1999. – 166 с.
34. Стренг Г. Теория метода конечных элементов / Г. Стренг, Дж. Фикс. – М. : Мир, 1977. – 350 с.
35. Астахов В. И. Математическое моделирование инженерных задач в электротехнике: учебное пособие / В. И. Астахов. – Новочеркасск : НГТУ, 1994. – 192 с.
36. Самарский А. А. Введение в численные методы: учебное пособие для вузов / А. А. Самарский. – [3-е изд.] – СПб. : Издательство «Лань», 2005. – 288 с.
37. Бабенко К. И. Основы численного анализа / К. И. Бабенко. – М. : Наука, 1986. – 374 с.

Article was submitted 06.11.2017.

After revision 22.12.2017.

Ярымбаш Д. С.¹, Ярымбаш С. Т.², Коцур М. И.³, Литвинов Д. А.⁴¹Д-р техн. наук, доцент, заведующий кафедрой электрических машин Запорожского национального технического университета, Украина²Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры электрических машин Запорожского национального технического университета, Украина³Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры электрических машин Запорожского национального технического университета, Украина⁴Старший преподаватель кафедры электрических машин Запорожского национального технического университета, Украина**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА ЧАСТОТНОЙ АДАПТАЦИИ**

Актуальность. Современный этап развития мощных радиоэлектронных и электротехнических систем с мощностью более 1 МВт предъявляет повышенные требования к их энергооснащенности, бесперебойности и надежности энергообеспечения в различных эксплуатационных режимах. Полевое моделирование такого класса систем базируется на современных методах численной реализации краевых задач для уравнений Гельмгольца и Максвелла как в односвязных, так и в многосвязных областях. Это предъявляет повышенные требования к ресурсам, быстродействию средств вычислительной техники и к вычислительной эффективности программного обеспечения, определяя актуальность разработки нового или развитие используемого математического аппарата, в том числе комбинаций аналитических и приближенных численных методов.

Целью работы является разработка новых методов численной реализации полевых моделей электрофизических процессов переменного тока высокой частоты на основе частотных формулировок уравнений Гельмгольца, адаптированных к использованию пакетов программ со свободной лицензией.

Метод. Разработан новый метод частотной адаптации, обеспечивающий редуцицию систем уравнений Гельмгольца в формулировках векторного магнитного потенциала к рекуррентным модифицированным уравнениям Максвелла в аналогиях формулировок постоянного тока, высокую точность и эффективность полевого моделирования.

Результаты. Предложена обобщенная пространственная математическая модель взаимосвязанных электромагнитных процессов преобразования энергии переменного тока в токопроводах мощных радиоэлектронных и электротехнических систем, которая учитывает эксплуатационные режимы, нелинейные зависимости электрофизических свойств электротехнических материалов, эффекты вытеснения и внешние поверхностные эффекты, само и взаимную индукцию. Разработан новый метод частотной адаптации, основанный на редуциции систем уравнений Гельмгольца в формулировках векторного магнитного потенциала в частотной области к рекуррентным модифицированным уравнениям Максвелла в аналогиях постоянного тока, обеспечивающий высокую точность и вычислительную эффективность. При численной реализации методов частотной адаптации и конечных элементов число степеней свободы уменьшается в два раза, что обусловлено поэтапным решением рекуррентных модифицированных уравнений Максвелла в аналогиях формулировок постоянного тока для действительных и мнимых составляющих электрических и векторных магнитных потенциалов.

Выводы. Разработанный новый метод частотной адаптации существенно расширяет возможности конструкторской подготовки производства мощных радиоэлектронных и электротехнических систем, позволяет использовать пакеты программ со свободной лицензией, снижает требования к вычислительным ресурсам, сокращает временные затраты и обеспечивает высокую точность моделирования электромагнитных полей.

Ключевые слова: радиоэлектронные системы, электротехнические системы, электромагнитное поле, метод конечных элементов, частотная адаптация, полевое моделирование, уравнения Гельмгольца и Максвелла.

Яримбаш Д. С.¹, Яримбаш С. Т.², Коцур М. І.³, Літвінов Д. О.⁴

¹Д-р техн. наук, доцент, завідувач кафедри електричних машин Запорізького національного технічного університету, Україна

²Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електричних машин Запорізького національного технічного університету, Україна

³Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електричних машин Запорізького національного технічного університету, Україна

⁴Старший викладач кафедри електричних машин Запорізького національного технічного університету, Україна

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ЧАСТОТНОЇ АДАПТАЦІЇ

Актуальність. Сучасний етап розвитку потужних радіоелектронних і електротехнічних систем з потужністю понад 1 МВт висуває підвищені вимоги до їх енергоозброєння, безперервності та надійності енергозабезпечення в різних експлуатаційних режимах. Польове моделювання такого класу систем базується на сучасних методах реалізації крайових задач для рівнянь Гельмгольца та Максвелла як в однозв'язних, так і в багатозв'язних областях. Це висуває підвищені вимоги до ресурсів, швидкодії засобів обчислювальної техніки та до обчислювальної ефективності програмного забезпечення, визначаючи актуальність розробки нового або розвитку існуючого математичного апарату, в тому числі комбінацій аналітичних і наближених чисельних методів.

Метою роботи є розробка нових методів чисельної реалізації польових моделей електрофізичних процесів змінного струму високої частоти на основі частотних формулювань рівнянь Гельмгольца, адаптованих до використання пакетів програм з вільною ліцензією.

Метод. Розроблено новий метод частотної адаптації, що забезпечує редукцію систем рівнянь Гельмгольца в формулюваннях векторного магнітного потенціалу до рекурентних модифікованим рівнянням Максвелла в аналогіях формулювань постійного струму, високу точність і ефективність польового моделювання.

Результати. Запропоновано узагальнену просторову математичну модель взаємозалежних електромагнітних процесів перетворення енергії змінного струму в струмопроводах потужних радіоелектронних та електротехнічних систем, яка враховує експлуатаційні режими, нелінійні залежності електрофізичних властивостей електротехнічних матеріалів, ефекти витіснення і зовнішні поверхневі ефекти, само- та взаєміндукції. Розроблено новий метод частотної адаптації, заснований на редукції систем рівнянь Гельмгольца в формулюваннях векторного магнітного потенціалу в частотній області до рекурентних модифікованим рівнянням Максвелла в аналогіях постійного струму, що забезпечує високу точність і обчислювальну ефективність. При чисельній реалізації методів частотної адаптації і скінчених елементів число ступенів свободи зменшується в два рази, що зумовлено поетапним рішенням рекурентних модифікованих рівнянь Максвелла в аналогіях формулювань постійного струму для дійсних і уявних складових електричних і векторних магнітних потенціалів.

Висновки. Розроблений новий метод частотної адаптації істотно розширює можливості конструкторської підготовки виробництва потужних радіоелектронних та електротехнічних систем, дозволяє використовувати пакети програм з вільною ліцензією, знижує вимоги до обчислювальних ресурсів, скорочує витрати часу і забезпечує високу точність моделювання електромагнітних полів.

Ключові слова: радіоелектронні системи, електротехнічні системи, електромагнітне поле, метод скінчених елементів, частотна адаптація, польове моделювання, рівняння Гельмгольца і Максвелла.

REFERENCES

- Skolnik M. Radar Handbook. New York, The McGraw-Hill, 2008, 1350 p.
- Dudnik P. I., Il'chuk A. R., Tatarskij B. G. Mnogofunkcional'nye radiolokacionnye sistemy : ucheb. posobie dlja vuzov. Moscow, Drofa, 2007, 283 p.
- Pupkov K. A., Egupov N. D., Kolesnikov L. V. et al. Vysokotochnye sistemy samonavedenija: raschet i proektirovanie. Vychislitel'nyj jeksperiment. Moscow, Fizmatlit, 2011, 512 p.
- Dancis Ja. B., Zhilov G. M. Korotkie seti i jelektricheskie parametry dugovyh jelektropechej. Moscow, Metallurgija, 1987, 320 p.
- Bida V. V., Vaseckij Ju. M., Zaharchenko S. V. K raschetu tokovedushhijh sistem, obrazovannyh konturami slozhnoj geometrii, *Izvestija VUZov. Jelektromehnika*, 1990, No. 6, pp. 19–27.
- Rozenberg V. L., Sychev V. A., Metelica Ja. V. Metod rascheta induktivnostej tokoprovodjashhej sistemy "kern grafitirovochnoj pechi – bokovye shinopakety", *Avtomatizacija jenergosistem i jenergoustanovok promyslennyh predpriyatij : Sb. nauchn. tr.* Cheljabinsk, ChPI, 1985, pp. 15–18.
- Yarymbash, D. S. The research of electromagnetic and thermoelectric processes in the AC and DC graphitization furnaces, *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 2015, No. 3, pp. 95–102.
- Yarymbash D. S., Oleinikov A. M. On specific features of modeling electromagnetic field in the connection area of side busbar packages to graphitization furnace current leads, *Russian Electrical Engineering*, 2015, Vol. 86, Issue 2, pp. 86–92. DOI: <http://dx.doi.org/10.3103/S1068371215020121>.
- Yarymbash D. S., Yarymbash, S. T. and Kylymnyk I. M. Identification of electrical parameters of powerful short-circuit laminated packs, *Electrical Engineering and Power Engineering*, 2012, No. 2, pp. 55–61. doi: <http://dx.doi.org/10.15588/1607-6761-2012-2-10>
- Yarymbash D. S. Identification of furnace loop electrical parameters of power graphitization furnaces, *Electrical engineering & Electromechanics*, 2012, No. 1, pp. 49–54.
- Yarymbash D., Kotsur M., Subbotin S., Oliynyk A. A new simulation approach of the electromagnetic fields in electrical machines, *IEEE: The International Conference on Information and Digital Technologies*, 2017. Slovakia, Zilina, pp. 452–457. DOI: 10.1109/DT.2017.8024332.
- Aliferov A. I., Bikeev R. A., Goreva L. P. et al. Experience and modern technology of the ore-thermal furnace short network designing, *11 International forum on strategic technology (IFOST 2016) : proc., Novosibirsk, 1–3 June 2016*. Novosibirsk, NSTU, 2016, Pt. 2, pp. 124–126. ISBN 978-1-5090-0853-7. DOI: 10.1109/IFOST.2016.7884207
- Serikov V., Vlasov D., Goreva L. et al. Active power losses in pressure rings for contact shoes of ore-thermal furnace, *Applied Mechanics and Materials*, 2015, Vol. 698 : Electrical Engineering, Energy, Mechanical Engineering, EEM 2014, pp. 57–60. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.698.57
- Goreva L., Vlasov D., Shvetsova M. S. Investigation of electrical parameters of interleaved conductors' packages in high power electrotechnological installations, *Applied Mechanics and Materials*, 2015, Vol. 792 : Electrical Engineering, Electrotechnology, Energy, EEE 2015, pp. 495–498. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.792.495
- Aliferov A. I., Goreva L. P., Bikeev R. A. et al. Ore-thermal furnaces secondary circuit parameters optimization, *The 8*

- international forum on strategic technologies (IFOST 2013) : proc., Mongolia, Ulaanbaatar, 28 June–1 July 2013, Ulaanbaatar, 2013, Vol. 1, pp. 283–285. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.698.35.*
16. Aliferov A. I., Bikeev R. A., Vlasov D. S. et al. Ferromagnetic conductors electric resistances investigation under electrocontact heating, *International conference on heating by electromagnetic sources, HES-2013: induction, dielectric and microwaves, conduction & electromagnetic processing* : [proc.], Italy, Padua, 21–24 May, 2013, Padua, 2013, pp. 457–461.
 17. Montanari G.G., Loggini M., Cavallini A. et al. Arc-Furnace model for the study of Flicker Compensation in Electrical Networks, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1994, Vol. 9, No. 4, pp. 2026–2036. DOI: 10.1109/61.329535.
 18. Jang G., Wang W., Heydt G.I. et al. Development of Enhanced Electric Arc Furnace Models for Transient Analysis, *Electric Power Components and Systems*, 2001, Vol. 29, No. 11, pp. 1060 – 1073. DOI: 10.1080/153250001753239257.
 19. Panoiu M., Panoiu C., Sora I. Experimental Research Concerning the Electromagnetic Pollution Generated by the 3-Phase Electric Power Supply Networks, *Acta Electrotehnica*, 2006, Vol. 47, No. 2, pp. 102–112.
 20. Zaprjagaev S. A. Jelektrodinamika. Voronezh, Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2005, 536 p.
 21. Il'inskij A. S., Kravcov V. V., Svешnikov A. G. Matematicheskie modeli jelektrodinamiki. Moscow, Vysshaja shkola, 1991, 222 p.
 22. Taflove A., Hagness S. C. Computational Electrodynamics: The Finite-difference Time-domain Method, Artech House, 2005, 852 p. ISBN 978-1-58053-832-9.
 23. Amosov A. A. Vychislitel'nye metody dlja inzhenerov. Moscow, Jenergija, 1994, 284 p.
 24. Rojak M. Je., Solovejchik Ju. G., Shurina Je. P. Setochnye metody reshenija kraevyh zadach matematicheskoj fiziki. Novosibirsk, Izd-vo NGTU, 1998, 120 p.
 25. Koshljakov N. S., Gliner Je. B., Smirnov M. M. Uravnenija v chastnyh proizvodnyh matematicheskoj fiziki. Moscow, Vysshaja shkola, 1970, 710 p.
 26. Samarskij A. A., Gulin V. A. Chislennye metody. Moscow, Nauka, 1989, 430 p.
 27. Abaffi J., Spedikato Je. Matematicheskie metody dlja reshenija linejnyh i nelinejnyh uravnenij. Moscow, Jenergija, 1996, 287 p.
 28. Yee K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media, *IEEE Trans. Antennas Propagat*, 1996, Vol. 14, pp. 302–307. DOI: 10.1109/tap.1966.1138693.
 29. Glazunov Ju. T. Variacionnye metody. Moscow, Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika, Institut komp'juternyh issledovanij, 2006, 472 p.
 30. Nikol'skij V. V. Variacionnye metody dlja vnutrennih zadach jelektrodinamiki. Moscow, Nauka, 1967, 460 p.
 31. Rektoris K. Variacionnye metody v matematicheskoj fizike i tehnike. Moscow, Mir, 1985, 589 p.
 32. Brebbija K., Telles Zh., Vroubel L. Metody granichnyh jelementov. Moscow, Mir, 1987, 524 p.
 33. Laevskij Ju. M. Metod konechnyh jelementov (osnovy teorii, zadachi). Novosibirsk, Novosib. gos. un-t, 1999, 166 p.
 34. Streng G., Fiks Dzh. Teorija metoda konechnyh jelementov. Moscow, Mir, 1977, 350 p.
 35. Astahov V. I. Matematicheskoe modelirovanie inzhenernyh zadach v jelektrotehnike. Novoherkassk, NGTU, 1994, 192 p.
 36. Samarskij A. A. Vvedenie v chislennye metody. Sank Peterbug, Izdatel'stvo "Lan", 2005, 288 p.
 37. Babenko K. I. Osnovy chislennogo analiza. Moscow, Nauka, 1986, 374 p.

UDC 004.942

Novotarskyi M. A.¹, Stirenko S. G.², Gordienko Y. G.³

¹Dr.Sc, Professor of Department of Computer Engineering, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

²Dr.Sc, Professor, Head of Department of Computer Engineering, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

³Dr.Sc, Professor of Department of Computer Engineering, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

SIMULATION OF 3D TRANSIENT FLOW PASSING THROUGH AN INTESTINAL ANASTOMOSIS BY LATTICE-BOLTZMANN METHOD

Context. Recently, the number of reconstructive operations on the digestive tract has significantly increased. Such operations have predictable negative consequences associated with disruptions of hydrodynamic processes in the anastomosis area. These negative consequences can be partially avoided by choosing anastomosis anatomical form based on mathematical modeling. Known mathematical models are cumbersome and do not allow to obtain results in real time. The proposed approach using lattice Boltzmann method allows solving this problem.

Objective. The purpose of the work is to develop a three-dimensional mathematical model of anastomosis for research of hydrodynamic parameters of fluids with complex structure in real time.

Method. The method of constructing and analyzing the mathematical model of anastomosis of the digestive tract based on lattice Boltzmann method is proposed. The method differs in that it provides simultaneous analysis of hydrodynamic parameters of the liquid and determines the nature of movement of fine-grained inclusions in the anastomosis area. The main stages of the method are the development of technology for determining the modeling area, discretization of the three-dimensional Boltzmann equation with the choice of lattice and the nature of the collision operator, taking into account the complex structure of the liquid; development of the technology of transition from the density distribution function to the distribution of pressure at the mesoscopic level, taking into account the properties of the liquid, the creation of the process of transforming the set of mesoscopic parameters into the macroscopic parameters of the liquid.

Results include determining the distribution of the velocity field in the anastomosis area to modify its geometry. The study of the influence of gravity on the nature of motion of fine-grained inclusions has been carried out. The quantitative characteristics of the delay of particles in the area of anastomosis, depending on the dynamic viscosity of the liquid, are determined.

Conclusions. The three-dimensional mathematical model discussed in this paper is based on the application of the lattice Boltzmann method for calculating the hydrodynamic parameters of the motion of fluid in the study area. The distinctive feature of the model is that it accounts for the complex nature of the liquid having fine-grained inclusions. The model allows determining the behavior of these inclusions and the field of speed with sufficient accuracy in real time.

Keywords: mathematical model, lattice method of Boltzmann, anastomosis simulation.

NOMENCLATURE

x, y, z – continuous Cartesian coordinates of three-dimensional space;

t – time of simulation;

v – velocity of the elemental volume of liquid at the mesoscopic level;

v_{ω} – vector of velocity of the elemental fluid volume in the node ω ;

$f(x, y, z, v, t)$ – density distribution function;

f_{ω} – density distribution function at node ω ;

$f^{(eq)}(x, y, z, v, t)$ – equilibrium density distribution function;

τ – relaxation factor in the direction $f^{(eq)}(x, y, z, v, t)$;

δ – parameter of fine-grained inclusions;

c_s – speed of sound propagation in the studied area;

λ – kinematic viscosity;

η – dynamic viscosity;

ρ_l – liquid density;

p – pressure at the outlet;

n – number of fine-grained inclusions in the simulation area;

d – diameter of the fine-grained inclusion;

ρ_p – density of fine-grained inclusions;

u – vector of macroscopic velocity;

W_{ω} – weight ratio in the node ω ;

$\Delta t, \Delta x, \Delta y, \Delta z$ – steps in time and space.

INTRODUCTION

Life science nowadays is a rapidly developing area of research. The urgent need for obtaining new results in this field of knowledge arose long ago but was constrained by the considerable complexity of research objects. Biological processes, which, as a rule, are the main objects of the study of life sciences, are characterized by variability, which is caused by the dependence on many parameters. However, the complexity of measuring these parameters is another important challenge that impedes progress in this area. In most cases, this complexity is due to the fact that there are difficulties with direct access to the object of measurement. Another negative factor is that the measuring instruments significantly affect the investigated process. Therefore, in this area, simulation has been and remains one of the most effective methods of research.

This work describes the mathematical modeling of fluid motion with fine-grained inclusions through anastomoses in the lower section of the human digestive tract. The importance of this study is based on the fact that this section of the digestive tract is characterized by high peristaltic activity and, accordingly, high sensitivity to surgical intervention. A traditional approach, in this case, is to solve a boundary value problem based on a system of equations containing the Navier-Stokes equation and the flow continuity equation. The process of solving this non-stationary nonlinear boundary-value problem is cumbersome and requires a large amount of computational resources since rapid change in parameters requires a high degree of discretization and imposes additional conditions on the convergence of computational methods. Therefore, in recent years, alternative approaches have been developing rapidly using neural networks, cellular automata and other means of description for complex processes. Among the above-mentioned methods, the method based on solving the lattice Boltzmann equation in each node of the discrete area is important and is called the lattice Boltzmann method.

1 PROBLEM STATEMENT

This work describes the development and research of a mathematical model of fluid motion with fine-grained inclusions through the anastomosis area of the lower part of the digestive tract. The objective functions of such a model are to determine the velocity field, the pressure distribution and the characteristics of sticking of fine-grained inclusions in the anastomosis area. To simplify the simulation process and achieve the possibility of mathematical modeling in real time, the lattice Boltzmann method is applied. The Boltzmann equation for 3D simulation describes the probability of the fact that the elemental volume of a liquid at a time t will be in a cube with a center at the point with the coordinates (x, y, z) and the lengths of the edges dx, dy, dz , and the velocity of the motion of this elemental volume will be in the range from v to dv [1].

In general, the equation is represented by the expression:

$$\frac{\partial f(x, y, z, v, t)}{\partial t} + v \left(\frac{\partial f(x, y, z, v, t)}{\partial x} + \frac{\partial f(x, y, z, v, t)}{\partial y} + \frac{\partial f(x, y, z, v, t)}{\partial z} \right) = \Omega(f(x, y, z, v, t)). \quad (1)$$

The function of the right-hand side of the equation (1) is called the collision operator. The operator $\Omega(f(x, y, z, v, t))$ describes the nature of the collisions of elemental volumes during the movement of the fluid. In general, the operator of collisions is given by the following expression:

$$\Omega(f(x, y, z, v, t)) = \frac{\delta}{\tau} \left(f(x, y, z, v, t) - f^{(eq)}(x, y, z, v, t) \right). \quad (2)$$

where τ – a constant that determines the time scale required to establish a local equilibrium, δ – a parameter whose value

depends on the presence and the compacted location of the fine-grained inclusions in the node at the moment of

collision, $f^{(eq)}(x, y, z, v, t)$ – equilibrium function of the Maxwell-Boltzmann density distribution.

Equations (1) and (2) describe the fluid behavior at each point of the investigated area at mesoscopic level. Therefore, there is a problem of transition from mesoscopic to macroscopic level, on which the fluid parameters are represented by the velocity field and the pressure distribution.

For such a transition, we will apply a Chapman-Enskog expansion [2] adapted to the conditions of this model, which forms the connection between the kinematic viscosity and the Boltzmann equation parameters:

$$\lambda = \frac{(2\tau - \Delta t \delta) c_s^2}{2\delta}.$$

The Chapman-Enskog expansion allows replacing the solution of a boundary-value problem based on the Navier-Stokes equation by solving a set of Boltzmann equations, each of which describes the dynamics of the movement of elementary fluid volumes in the nodes of a discrete lattice covering the study area.

2 LITERATURE REVIEW

There are two main approaches for simulating the flow of fluid, which use the macroscopic and mesoscopic level of process description. A traditional approach to obtaining fluid flow parameters is involves applying numerical methods for solving a boundary value problem on the basis of the Navier-Stokes equation [3]. Methods of finite differences [4], methods of finite elements [5] and methods of finite volumes are widely used [6]. These methods have common disadvantages related to stability and convergence, since through discretization of the corresponding equations these methods are reduced to the solution of the system of linear algebraic equations by iterative methods. Despite the possibility of achieving high accuracy of the solution, it is often difficult to achieve the convergence of the iterative process, provided the variability of the input data and in areas of complex geometry. Unfortunately, multiple physical processes, including those processes occurring in biological objects, have precisely such characteristics [7]. The disadvantages of numerical methods also include the complexity of parallelizing the process of solving the boundary value problem. To overcome these and some other disadvantages, alternative approaches were explored. The lattice Boltzmann method, which describes the movement of elemental volumes of liquid at the mesoscopic level, is one of the most popular approaches. The first publications on the lattice Boltzmann method have a nearly 30-year history [8]. During this time, the method received a significant theoretical basis and became one of the popular methods of simulating fluid motion in biological objects [9]. The reason for the high popularity of lattice Boltzmann method is the fact that the calculations of fluid flow parameters are performed locally for each discrete point, which allows the use of parallel algorithms [10]. The method can also be

effectively applied to simulate three dimensional areas with complex geometry [11] and to take into account the complex structure of the liquid [12]. These properties of the lattice Boltzmann method are the basis for choosing tools to study of anastomosis of the digestive tract [13, 14].

3 MATERIALS AND METHODS

The mathematical model of ileum anastomosis of the human digestive tract is considered in this paper. The shape of a three-dimensional area has the form of a rectangular parallelepiped with an internal cavity that corresponds to the investigated fragment of the ileum. The geometry of this anastomosis is based on the experience of practicing surgeons. The general view of the study area is shown in fig. 1.

Through the inner cavity flows a fluid that has a complex structure. Parameters of this fluid vary during the computational experiment in the following ranges: liquid density ρ_l [kg/m³]: 100 ÷ 1000; dynamic viscosity of the liquid η [Pa s]: 10⁻³ ÷ 100; speed of the fluid through the inlet u [m/s]: 0 ÷ 0.09; outlet pressure p [Pa]: 10⁵; number of fine-grained inclusions in the field of simulation [Pcs]: 1 ÷ 1000; diameter of the fine-grained inclusion d [m]: 10⁻⁴ ÷ 10⁻³; density of fine-grained inclusions ρ_p [kg/m³]: 1000 ÷ 1500 [kg/m³].

Parameters of the mathematical model vary in the following range: maximum number of time steps m_{max} : 1 ÷ 100; number of nodes in the discretizing grid $|\Omega(x_{i_{max}}, y_{j_{max}}, z_{k_{max}})|$: 2000500000; maximum step in the time layer [s]: 0.01.

The first step in the implementation of the mathematical model of fluid motion in the area, shown in fig. 1, is to

discretize the area. In this case, the rectangular parallelepiped G is covered by a three-dimensional lattice Ω , the nodes $\omega(x_i, y_j, z_k)$ of which are elements of the set:

$$\Omega = \left\{ \omega(x_i, y_j, z_k) \mid i = \overline{0, i_{max} - 1}, j = \overline{0, j_{max} - 1}, k = \overline{0, k_{max} - 1} \right\}.$$

Each of the nodes belongs to one or three types: “wet” nodes or nodes in the fluid area, “dry” nodes or nodes of the environment and boundary nodes constituting the limiting surface.

We describe the evolution of elementary fluid volumes in the nodes of the area by a system of equations:

$$\frac{\partial f_\omega}{\partial t} + v_\omega \nabla f_\omega = \frac{1}{\tau} \left(f_\omega - f_\omega^{(eq)} \right), \quad \omega = 0, 1, 2, \dots, |\Omega| - 1, \quad (3)$$

where f_ω – density distribution function in the direction of the mesoscopic velocity vector v_ω , $f_\omega^{(eq)}$ – an equilibrium density distribution function corresponding to the vector v_ω .

We discretize the system of equations (3) over time and spatial variables for numerical solutions. Let us represent the vector of the mesoscopic velocity of the elementary volume of a liquid at the point ω by the tuple

$$v_\omega = \left(v_{\omega_x}, v_{\omega_y}, v_{\omega_z} \right)$$

of its projections on the axis x, y, z .

Marking the time step as Δt , and spatial steps for each coordinate as $\Delta x_\omega = v_{\omega_x} \Delta t$, $\Delta y_\omega = v_{\omega_y} \Delta t$, $\Delta z_\omega = v_{\omega_z} \Delta t$ we can produce the discrete version of the Boltzmann equation:

$$\frac{f_\omega(x_\omega + \Delta x_\omega, y_\omega + \Delta y_\omega, z_\omega + \Delta z_\omega, t + \Delta t) - f_\omega(x_\omega + \Delta x_\omega, y_\omega + \Delta y_\omega, z_\omega + \Delta z_\omega, t)}{\Delta t} +$$

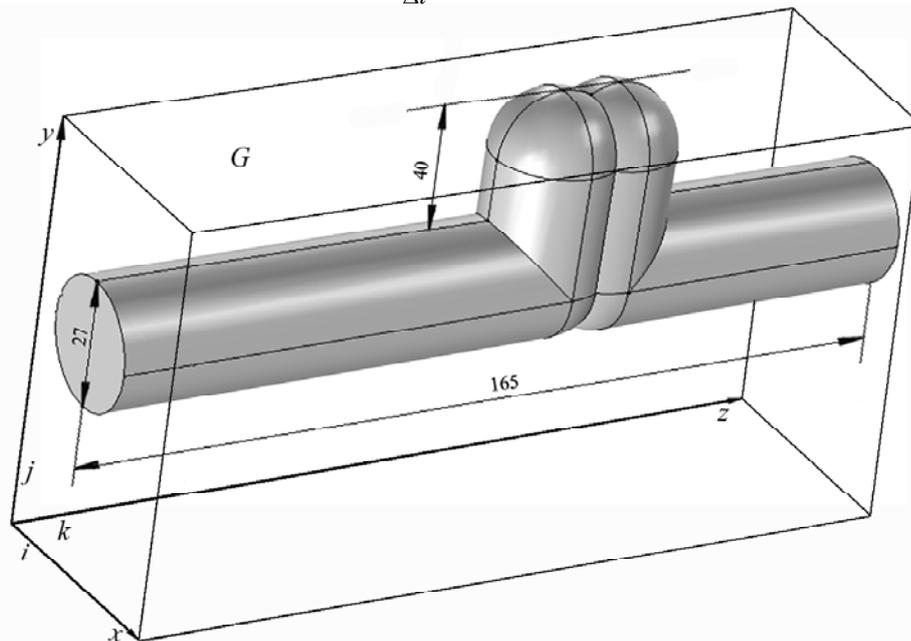


Figure 1 – General view and geometric dimensions of “side-to-side” anastomosis

$$\begin{aligned}
 & + \frac{f_{\omega}(x_{\omega} + \Delta x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) - f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t)}{\Delta x_{\omega}} + \frac{f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega} + \Delta y_{\omega}, z_{\omega}, t) - f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t)}{\Delta y_{\omega}} + \\
 & + \frac{f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega} + \Delta z_{\omega}, t) - f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t)}{\Delta z_{\omega}} = - \frac{f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) - f_k^{(eq)}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t)}{\tau}. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Let's set $\Delta x_k = \Delta t = 1$. Then equation (4) will look like:

$$\begin{aligned}
 & f_{\omega}(x_{\omega} + \Delta x_{\omega}, y_{\omega} + \Delta y_{\omega}, z_{\omega} + \Delta z_{\omega}, t + \Delta t) - f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) = \\
 & = - \frac{1}{\tau} \left(f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) - f_{\omega}^{(eq)}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) \right), \quad (5)
 \end{aligned}$$

The simulation of the process of solving equation (5) is carried out in two stages.

1. Collision at the node ω :

$$\begin{aligned}
 & \tilde{f}_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t + \Delta t) = f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) - \\
 & - \frac{1}{\tau} \left(f_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) - f_{\omega}^{(eq)}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) \right). \quad (6)
 \end{aligned}$$

2. Distribution of the obtained value of the distribution function $\tilde{f}_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t + \Delta t)$ for the moment of time $t + \Delta t$ to the neighboring nodes of the grid:

$$f_{\omega}(x_{\omega} + \Delta x_{\omega}, y_{\omega} + \Delta y_{\omega}, z_{\omega} + \Delta z_{\omega}, t + \Delta t) = \tilde{f}_k(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t + \Delta t). \quad (7)$$

Neighborhood relationship identifies those nodes for which the interaction with the current node ω is given. For this model, the nature of such connections is unified and is called D3Q19 (fig. 2).

Equation (6) includes an equilibrium density distribution function for a node ω .

We apply an expression for this function, which was first proposed in the work [15].

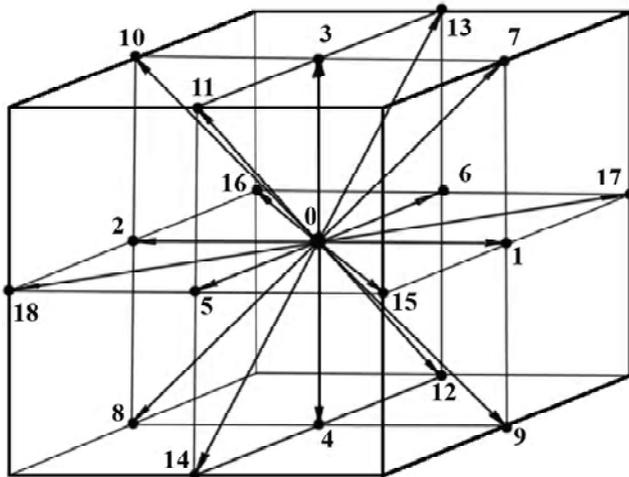


Figure 2 – The structure of the connections for an arbitrary node on the grid D3Q19

$$f_{\omega}^{(eq)} = w_{\omega} \rho \left[1 + \frac{3}{c_s^2} v_{\omega} \cdot u + \frac{9}{2c_s^4} (v_{\omega} \cdot u)^2 - \frac{3}{2c_s^2} (u \cdot u) \right], \quad (8)$$

where $c_s = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ – constant that determines the speed of the activity in the lattice.

We will determine scaling factors w_{ω} using the expression

$$w_k = \begin{cases} 1/3, & \omega = 0, \\ 1/18, & \omega = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \\ 1/36, & \omega = 7, 8, 9, \dots, 18, \end{cases}$$

for each node velocity

$$v_{\omega} = \begin{cases} (0, 0, 0), & k = 0, \\ (\pm 1, 0, 0)c, (0, \pm 1, 0)c, (0, 0, \pm 1)c, & k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \\ (\pm 1, \pm 1, 0)c, (\pm 1, 0, \pm 1)c, (0, \pm 1, \pm 1)c, & k = 7, 8, 9, \dots, 18. \end{cases}$$

Considering the fact that the fluid pressure p_{ω} in each node ω is related to the distribution function through the expression $p_{\omega} = c_s^2 f_{\omega}$, we can write the expression for pressure in the equilibrium state:

$$p_{\omega}^{(eq)} = c_s^2 f_{\omega}^{(eq)} = w_{\omega} \left\{ p + p_0 \left[3 \frac{v_{\omega} \cdot u}{c_s^2} + \frac{9}{2} \frac{(v_{\omega} \cdot u)^2}{c_s^4} - \frac{3}{2} \frac{u^2}{c_s^2} \right] \right\},$$

where $p_0 = c_s^2 \rho$ – average pressure.

Let's modify equation (5), replacing f_{ω} with p_{ω}

$$\begin{aligned}
 & p_{\omega}(x_{\omega} + \Delta x_{\omega}, y_{\omega} + \Delta y_{\omega}, z_{\omega} + \Delta z_{\omega}, t + \Delta t) - p_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) = \\
 & = - \frac{1}{\tau} \left(p_{\omega}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) - p_{\omega}^{(eq)}(x_{\omega}, y_{\omega}, z_{\omega}, t) \right), \quad (9)
 \end{aligned}$$

Having solved the equation according to the scheme (6), (7), we can determine the macroscopic parameters of the pressure distribution and velocity fields from the equations:

$$p = \sum_{\omega} p_{\omega}, \quad u = \frac{1}{p_0} \sum_{\omega} v_{\omega} p_{\omega}. \quad (10)$$

4 EXPERIMENTS

The main results of the simulations were obtained on the example of the classical spatial form of anastomosis,

which is shown in fig. 1. During the simulation one of the important tasks was to determine the distribution of pressure and velocity fields in the study area, depending on the fluid parameters. Such research allows to determine areas with extreme values of measured parameters and, based on this information, formulate recommendations for choosing the geometric form of anastomosis, which would allow to critically reduce the risk of the so-called “blind bags” or unwanted additional cavities.

The second group of experiments aimed to determine the trajectories and the behavior of fine-grained inclusions in the fluid under study. The main parameters of the variation during these experiments were the size and number of particles, which can simultaneously be in the area we are investigating. To simplify the calculations, it is assumed that all the fine-grained inclusions have the same shape, size and density. The tasks of this group of studies were to determine the areas of accumulation of particles, which indicate the possibility of occurrence of stagnant phenomena in the application of a particular form of anastomosis.

The study used self-created software written in the algorithmic programming language Python in the environment PyCharm. Third-party software in the form of additional modules pyLBM-0.2.1, numpy-1.12.1, Cython-0.25.2, mpi4py-2.0.0, matplotlib-2.0.2 and others was also used. To prepare geometric forms of anastomosis, the package for creating 3D computer graphics Blender-2.78 was used.

5 RESULTS

The main results are obtained through the creation and study of a mathematical model of fluid motion with fine-grained inclusions in a three-dimensional complex domain. To determine the fluid parameters, a technology based on the application of the Boltzmann lattice method was used. The created model allows to get parameters of speed of a liquid with accuracy $\varepsilon < 10^{-5}$ m/s. However, the great variability of biological processes makes absolute values of field velocities less informative when evaluating biological phenomena. The simulation results presented in a graphical form allow us to qualitatively evaluate the field of fluid velocities and draw conclusions about the correction of the form of anastomosis. For example, the velocity field shown in fig. 3, displays areas that require shape correction.

The trajectory of the motion of fine-grained inclusions at each time of the modeling time was determined as the result of the action on the particle of three forces: the interaction force of the particle with the liquid, the force that is the result of collision of this particle with the adjacent particles and the force of gravity. Studies have shown a significant dependence of the location of anastomosis in space on the trajectory of fine-grained inclusions. We can observe on fig. 4 difference of arrangement of particles at different positions of anastomosis in relation to gravity. Parameters of this experiment: total simulation time – $t_{\max} = 600$ s; moment of time, shown in figure 4 – $t_{\text{cur}} = 325$ s. Number of particles in the research area

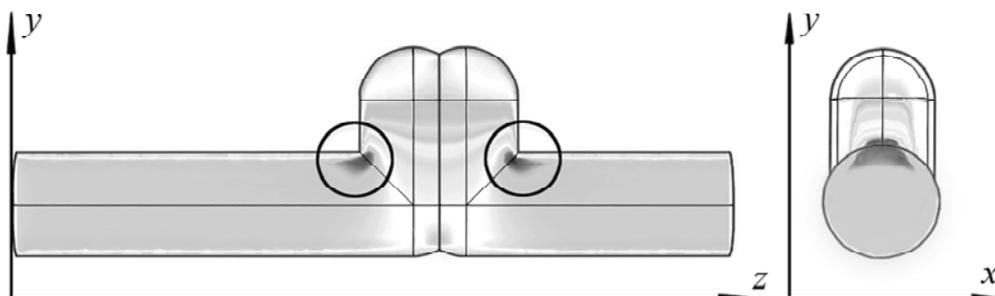


Figure 3 – Critical areas of “side-to-side” anastomosis

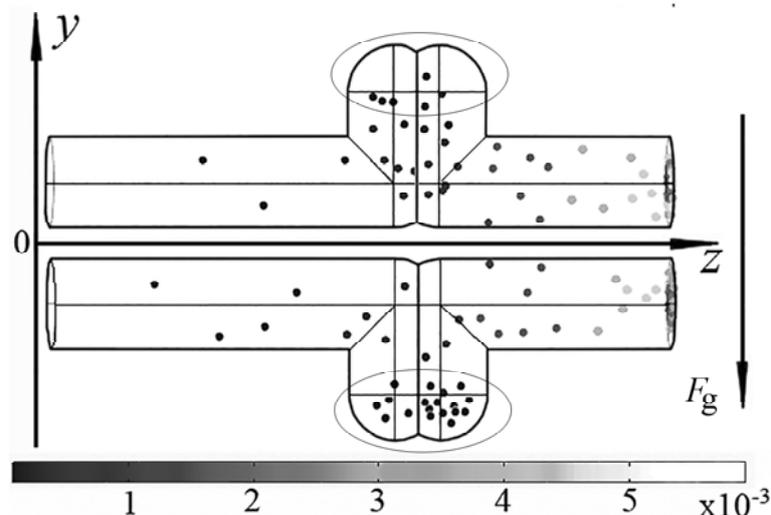


Figure 4 – Dependence of the distribution of fine-grained inclusions on the position of the area

$n = 100$ Pcs; fluid density $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$; particle density $\rho_p = 1500 \text{ kg/m}^3$; particle size $d = 10^{-3} \text{ m}$. The distribution of particles at speeds is determined by the tint in m/s.

From the picture, it is obvious that the position of anastomosis affects the nature of the movement of fine-grained inclusions, which can lead to stagnant phenomena in the anastomosis area. The nature of such influence depends essentially on the relationship between the density of the liquid and the density of the fine-grained inclusions, as well as the dynamic viscosity of the liquid, which can vary in a certain range. Figure 5 shows the dependence of the percentage of “sticking” of fine-grained inclusions, depending on the dynamic viscosity of the liquid. This study used fine-grained inclusions with size $d = 10^{-3} \text{ m}$ and density $\rho_p = 1500 \text{ kg/m}^3$.

6 DISCUSSION

Simulations of fluid movement in the digestive tract of a person have a certain history, both in our country [16] and abroad [17]. Relevant mathematical models have allowed a qualitative assessment of the phenomena studied. However, the high variability of biological processes and the complexity of geometric shapes did not allow practical application of simulation results. The current level of development of computer technology and new methods of parallel computing have significantly increased the accuracy and reduced computation time due to the parallel processing of large data sets. The approach to the simulation of physical processes proposed in this paper has a number of advantages, among which is the important fact that the complexity of the mathematical model does not depend on the shape of the area. The reason for such an effect is the locality of the calculations, the nature of which is unified for each node of the discretized area of the study. In addition, the local nature of data exchange with neighboring nodes in the area lies at the heart of creating algorithms that have the property of natural parallelism. The mentioned factors allowed to build software with the ability to interact online in real time. The advantage of this approach is accounting for the fine-grained inclusions in the liquid. This significantly increased the adequacy of the mathematical model and made it possible to estimate the effect of gravity on the processes associated with undesired accumulation of these inclusions

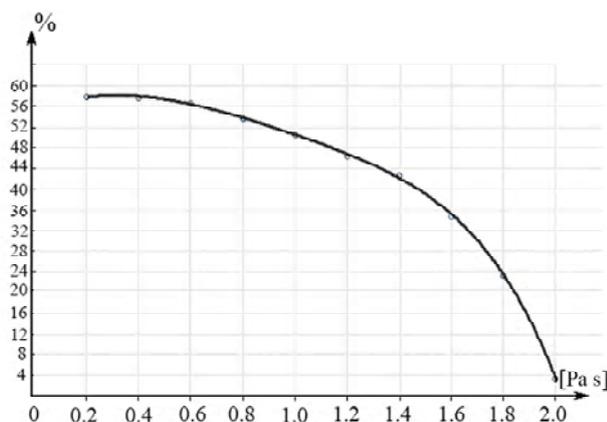


Figure 5 – The percentage of “sticking” of fine-grained inclusions

in certain areas of anastomosis. The practical value of this work is that by applying these research results it was possible to reduce 10–15% negative consequences of reconstructive operations on the digestive tract. The further direction of research includes increasing area of modeling and accounting for peristaltic oscillations, as the main source of fluid flow through the area of anastomosis. A separate aspect of the study is the consideration of possible peristaltic oscillations of the actual anastomosis area, which has not yet been used in practice and has not been considered in mathematical modeling. In the research plan, there is also the construction and research of models of reconstructive operations on different parts of the digestive tract.

CONCLUSIONS

The work involves the development and research of a mathematical model that describes the parameters of the functioning of anastomosis in the lower parts of the human digestive tract. The importance of these studies is due to a significant increase in such operations and the presence of negative consequences of surgical intervention. The proposed approach to the description of the motion of the fluid in the anastomosis area is based on the use of lattice Boltzmann method. Due to the use of this method and the application of modern software development technologies, the adequacy of the mathematical model in comparison with the traditional mathematical models based on the solution of the boundary value problem based on the Navier-Stokes equation and the flow continuity equation is significantly increased. Experiments have shown that this method allows us to calculate the volume velocity in anastomosis zone with an accuracy of $\varepsilon < 10^{-5} \text{ m/s}$ for the geometric parameters of the area and physical parameters of the fluid given in the work for 2–3 minutes.

A feature of the proposed mathematical model is the fact that it takes into account the complex nature of the liquid, which includes fine-grained impurities. The character of the behavior of these impurities in the field of anastomosis, depending on the dynamic viscosity of the fluid, is investigated. The second advantage of the proposed approach is the possibility to reduce the simulation time by applying parallel algorithms for calculating local mesoscopic fluid parameters for each node in the investigated area. Thus, for the first time it became possible to obtain the results of model experiments using three-dimensional mathematical modeling in real time.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was performed as part of program “Development, research and implementation into the surgical practice some new types of anastomoses in the digestive canal” of cooperation between National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” and Bogomolets National Medical University.

REFERENCES

1. Nesterenko B. B. Mathematical simulation for parallel asynchronous methods of boundary value problems of mathematical physics / B. B. Nesterenko, M. A. Novotarskiy // IMACS World Congress: 16th international conference, Lausanne, 21–25 August 2000: proceedings. – Ecole Polytechnique Federale de Louzanne, 2000. – P. 116–122.

2. Rosenau Ph. Extending hydrodynamics via the regularization of the Chapman-Enskog expansion / Ph. Rosenau // *Physical Review A*. – 1989. – Vol. 40, Issue 12. – P. 7193–7196. DOI: 10.1103/PhysRevA.40.7193.
3. Temam R. Navier-stokes equations: theory and numerical analysis / R. Temam. – Amsterdam: North-Holland, 1984. – 408 p.
4. Mitchell A. R. The finite difference method in partial differential equations / A. R. Mitchell, D. F. Griffiths. – New York: John Wiley, 1980. – 272 p.
5. Girault V. Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations: Theory and Algorithms / V. Girault, P-A. Rivart. – Berlin: Springer-Verlag, 1980. – 375 p. DOI: 10.1007/978-3-642-61623 5.
6. Versteeg H. K. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method / H. K. Versteeg, M. Malalasekera. – London: Paerson education Ltd., 1995. – 511 p.
7. Vilsmeier R. Finite volumes for complex applications II: problems and perspectives / R. Vilsmeier, F. Benkhaldoun, D. Hänel. – Middlesex: Hermes Science Publications, 1999. – 887 p.
8. Chen S. Lattice Boltzmann method for fluid flows / S. Chen, G. Doolen // *Annual Review of Fluid Mechanics*. – 1998. – Vol. 30. – P. 329–364. DOI: 10.1146/annurev.fluid.30.1.329.
9. Jahanshaloo L. An overview of boundary implementation in lattice Boltzmann method for computational heat and mass transfer / L. Jahanshaloo, N. A. C. Sidik, A. Fazeli // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. – 2016. – Vol. 78, Issue 11. – P. 1–12. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2016.08.014.
10. Tan J. A parallel fluid solid coupling model using LAMMPS and Palabos based on the immersed boundary method / J. Tan, T. Sinno, S. Diamond, [Electronic resource]. – <https://arxiv.org/abs/1704.04551>.
11. Chen D. J. Immersed boundary method based Lattice Boltzmann method to simulate 2D and 3D complex geometry flows / D. J. Chen, K. H. Lin, C. A. Lin // *International Journal of Modern Physics C*. – 2007. – Vol. 18, Issue 4. – P. 585–594. DOI: 10.1142/S0129183107010826.
12. Aidun C. K. Lattice-Boltzmann Method for Complex Flows / C. K. Aidun, J. R. Clausen // *Annual Review of Fluid Mechanics*. – 2010. – Vol. 42, Issue 1. – P.439–472. DOI: 10.1146/annurev-fluid-121108-145519.
13. Нестеренко Б. Б. Математичне моделювання перистальтичних процесів на основі решітчастого рівняння Больцмана / Б. Б. Нестеренко, М. А. Новотарський // *Математичне та комп'ютерне моделювання: технічні науки*. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет, 2014. – Вип. 11. – С. 96–107.
14. Новотарський М. А. Моделювання руху рідини у тривимірній області з рухомими границями / М. А. Новотарський, Е. Б. Бронфман // *Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка : зб. наук. пр.* – К. : Век+, 2016. – № 64. – С. 100–105.
15. He X. Lattice Boltzmann Model for the Incompressible Navier-Stokes Equation / X. He, L.-S. Luo // *Journal of Statistical Physics*. – 1997. – Vol. 88, № 3–4. – P. 927–944. DOI: 10.1023/B:JOSS.0000015179.12689.e4.
16. Жученко С. П. Принципы построения математической модели перистальтики тонкой кишки / С. П. Жученко, Б. Б. Нестеренко. – К. : Ін-т математики, Вып. 87.64, 1987. – 52 с.
17. Macagno E. O. Modeling the effect of wall movement on absorption in the intestine / E. O. Macagno, J. Christensen, C. L. Lee // *Am. J. Physiol. Gastrointest Liver Physiol.* – 1982. – Vol. 243. – P. G541–G550.

Article was submitted 22.09.2017.

After revision 02.11.2017.

Новотарський М. А.¹, Стіренко С. Г.², Гордієнко Ю. Г.³

¹Д-р техн. наук, професор кафедри обчислювальної техніки, Технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

²Д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри обчислювальної техніки, Технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

³Д-р физ.-мат. наук, професор кафедри обчислювальної техніки, Технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРИВИМІРНОГО НЕСТАЦІОНАРНОГО ПОТОКУ ЧЕРЕЗ АНАСТОМОЗ ТРАВНОГО ТРАКТУ РЕШІТЧАСТИМ МЕТОДОМ БОЛЬЦМАНА

Актуальність. Останнім часом істотно зростає кількість реконструктивних операцій на травному тракті людини. Результати таких операцій мають прогнозовані негативні наслідки, що пов'язані з порушеннями гідродинамічних процесів у зоні анастомозу. Ці негативні наслідки можливо частково усунути шляхом вибору форми анастомозу на основі математичного моделювання. Відомі математичні моделі є громіздкими і не дозволяють отримувати результати в реальному масштабі часу. Запропонований в роботі підхід з використанням решітчастого методу Больцмана дозволяє вирішити цю проблему.

Метою роботи є розробка тривимірної математичної моделі області анастомозу для дослідження з достатньою точністю гідродинамічних параметрів рідини зі складною структурою в реальному масштабі часу.

Метод. Запропоновано метод побудови та аналізу математичної моделі анастомозу травного траaktu на основі решітчастого методу Больцмана. Метод відрізняється тим, що забезпечує одночасний аналіз гідродинамічних параметрів рідини та визначає характер руху дрібнозернистих включень у зоні анастомозу. Основні етапи методу: розробка технології задавання області моделювання, дискретизація тривимірної рівняння Больцмана з вибором решітки та характеру оператора колізій, який враховує складну структуру рідини; розробка технології переходу від функції розподілу густини до розподілу тиску на мезоскопічному рівні з урахуванням особливостей властивостей рідини, перехід від мезоскопічних до макроскопічних параметрів рідини.

Результати моделювання включають визначення розподілу поля швидкостей в зоні анастомозу з метою модифікації його геометрії. Проведено дослідження впливу сили тяжіння на характер руху дрібнозернистих включень. Визначено кількісну характеристику затримки частинок в області анастомозу в залежності від динамічної в'язкості рідини.

Висновки. Розглянута в даній роботі тривимірний математична модель базується на застосуванні решітчастого методу Больцмана при обчисленні гідродинамічних параметрів руху рідини в області дослідження. Особливість моделі полягає в урахуванні складного характеру рідини, яка включає дрібнозернисті включення. Модель дозволяє визначати характер поведінки цих включень та поле швидкостей з достатньою точністю в реальному масштабі часу.

Ключові слова: математична модель, решітчастий метод Больцмана, моделювання анастомозу.

Новотарский М. А.¹, Стиренко С. Г.², Гордиенко Ю. Г.³

¹Д-р техн. наук, профессор кафедры вычислительной техники, Технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

²Д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной техники, Технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

³Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры вычислительной техники, Технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ АНАСТОМОЗ ПИЩЕВАРИТЕЛЬНОГО ТРАКТА РЕШЕТЧАТЫМ МЕТОДОМ БОЛЬЦМАНА

Актуальность. В последнее время существенно возросло количество реконструктивных операций на пищеварительном тракте человека. Результаты таких операций имеют прогнозируемые негативные последствия, связанные с нарушениями гидродинамических процессов в зоне анастомоза. Эти негативные последствия возможно частично устранить путем выбора формы анастомоза на основе математического моделирования. Известные математические модели являются громоздкими и не позволяют получать результаты в реальном масштабе времени. Предложенный в работе подход с использованием решетчатого метода Больцмана позволяет решить эту проблему.

Целью работы является разработка трехмерной математической модели области анастомоза для исследования с достаточной точностью гидродинамических параметров жидкости со сложной структурой в реальном масштабе времени.

Метод. Предложен метод построения и анализа математической модели анастомоза пищеварительного тракта на основе решетчатого метода Больцмана. Метод отличается тем, что обеспечивает анализ гидродинамических параметров жидкости и одновременно определяет характер движения мелкодисперсных включений в зоне анастомоза. Основные этапы метода: разработка технологии задания области моделирования, дискретизация трехмерного уравнения Больцмана с выбором решетки и характера оператора коллизий, учитывающего сложную структуру жидкости, разработка технологии перехода от функции распределения плотности к распределению давления на мезоскопическом уровне с учетом особенностей свойств жидкости, переход от мезоскопических к макроскопическим параметрам жидкости.

Результаты моделирования включают определение распределения поля скоростей в зоне анастомоза с целью модификации его геометрии. Проведено исследование влияния силы тяжести на характер движения мелкодисперсных включений. Определены количественные характеристики задержки частиц в области анастомоза в зависимости от динамической вязкости жидкости.

Выводы. Рассмотренная в данной работе трехмерная математическая модель базируется на применении решетчатого метода Больцмана при вычислении гидродинамических параметров движения жидкости в области исследования. Особенность модели заключается в учете сложного характера жидкости, содержащей мелкодисперсные включения. Модель позволяет определять характер поведения этих включений и поле скоростей с достаточной точностью в реальном масштабе времени.

Ключевые слова: математическая модель, решетчатый метод Больцмана, моделирование анастомоза.

REFERENCES

- Nesterenko B. B., Novotarskiy M. A. Mathematical simulation for parallel asynchronous methods of boundary value problems of mathematical physics, *IMACS World Congress: 16th international conference, Lausanne, 21–25 August 2000: proceedings*. Ecole Polytechnique Federale de Louzanne, 2000, pp. 116–122.
- Rosenau Ph. Extending hydrodynamics via the regularization of the Chapman-Enskog expansion, *Physical Review A*, 1989, Vol. 40, Issue 12, pp. 7193–7196. DOI: 10.1103/PhysRevA.40.7193.
- Temam R. Navier-stokes equations: theory and numerical analysis. Amsterdam, North-Holland, 1984, 408 p.
- Mitchell A. R., Griffiths D. F. The finite difference method in partial differential equations. New York, John Wiley, 1980, 272 p.
- Girault V., Rivart P.-A. Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations: Theory and Algorithms. Berlin, Springer-Verlag, 1980, 375 p. DOI: 10.1007/978-3-642-61623-5.
- Versteeg H. K., Malalasekera M. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. London, Paerson education Ltd., 1995, 511 p.
- Vilmsmeier R., Benkhaldoun F., Hänel D. Finite volumes for complex applications II: problems and perspectives. Middlesex, Hermes Science Publications, 1999, 887 p.
- Chen S., Doolen G. Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1998, Vol. 30, pp. 329–364. DOI: 10.1146/annurev.fluid.30.1.329.
- Jahanshaloo L., Sidik N. A. C., Fazeli A. An overview of boundary implementation in lattice Boltzmann method for computational heat and mass transfer, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2016, Vol. 78, Issue 11, pp. 1–12. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2016.08.014.
- Tan J., Sinno T., Diamond S. A parallel fluid solid coupling model using LAMMPS and Palabos based on the immersed boundary method [Electronic resource]. <https://arxiv.org/abs/1704.04551>.
- Chen D. J., Lin K. H., Lin C. A. Immersed boundary method based Lattice Boltzmann method to simulate 2D and 3D complex geometry flows, *International Journal of Modern Physics C*, 2007, Vol. 18, Issue 4, pp. 585–594. DOI: 10.1142/S0129183107010826.
- Aidun C. K., Clausen J. R. Lattice-Boltzmann Method for Complex Flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2010, Vol. 42, Issue 1, pp. 439–472. DOI: 10.1146/annurev-fluid-121108-145519.
- Nesterenko B. B., Novotarskiy M. A. Mathematical modeling of peristaltic processes on the basis of lattice Boltzmann equation, *Mathematical and Computer Modeling: Technical Sciences*. Kamyanets-Podilsky, Kamianets-Podilsky National University, 2014, Issue 11, pp. 96–107.
- Novotarskiy M. A., Bronfman E. B. Simulating fluid motion in a three-dimensional area with moving boundaries, *Bulletin of NTUU "KPI": Informatics, Management and Computing: Collection of scientific works*. Kyiv, Vek +, 2016, Issue. 64, pp. 100–105.
- He X., Luo L.-S. Lattice Boltzmann Model for the Incompressible Navier-Stokes Equation, *Journal of Statistical Physics*, 1997, Vol. 88, Issue 3, 4, pp. 927–944. DOI: 10.1023/B:JOSS.0000015179.12689.e4.
- Zhuchenko S. P., Nesterenko B. B. Principles of constructing a mathematical model of peristalsis of the small intestine. Kyiv, In-t mathematics, Issue 87.64, 1987, 52 p.
- Macagno E. O., Christensen J., Lee C. L. Modeling the effect of wall movement on absorption in the intestine, *Am. J. Physiol. Gastrointest Liver Physiol*, 1982, Vol. 243, pp. G541–G550.

НЕЙРОИНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

УДК 004.93

Каврин Д. А.¹, Субботин С. А.²

¹Аспирант кафедры программных средств Запорожского национального технического университета, Запорожье, Украина

²Д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой программных средств Запорожского национального технического университета, Запорожье, Украина

МЕТОДЫ КОЛИЧЕСТВЕННОГО РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ НЕСБАЛАНСИРОВАННОСТИ КЛАССОВ

Актуальность. Решена задача восстановления баланса классов в несбалансированных выборках для повышения эффективности диагностических и распознающих моделей.

Цель работы – модификация существующего метода восстановления баланса классов и сравнительный анализ показателей его производительности с некоторыми современными методами.

Метод. Предложен метод предварительной обработки несбалансированной выборки, который базируется на объединении стратегии undersampling и технологии кластерного анализа. Метод позволил восстановить баланс классов и сократить объем выборки, при этом были сохранены важные топологические свойства выборки, высокий показатель точности и приемлемое время работы.

Результаты. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, которое было использовано при проведении вычислительных экспериментов по исследованию свойств метода и сравнительному анализу с другими методами восстановления баланса классов.

Выводы. Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность, предложенного метода и реализующего его программного обеспечения. Метод позволил уменьшить мажоритарный класс до размеров миноритарного класса, соответственно уменьшив обучающую выборку (выборка считается несбалансированной, если размер миноритарного класса составляет менее 10% от размера исходной выборки), при этом продемонстрировал самые лучшие среди исследуемых методов показатели точности модели и сравнимую скорость формирования выборки. Это позволяет рекомендовать их для применения на практике при решении задач формирования обучающих выборок в условиях несбалансированности классов для диагностических и распознающих моделей.

Ключевые слова: выборка, классификатор, метрика качества, мажоритарный класс, миноритарный класс, экземпляр.

НОМЕНКЛАТУРА

C_{ma}^i – i -й центр масс кластера мажоритарного класса выборки;

C_j^q – j -й признак центра масс q -го кластера;

K – число классов в выборке;

k – число ближайших соседей;

m – отношение числа кластеров мажоритарного класса к числу экземпляров миноритарного класса;

N – число входных признаков характеризующих экземпляры выборки;

Q_{ma} – число кластеров мажоритарного класса в исходной выборке;

q – номер текущего кластера;

S – число экземпляров в исходной выборке;

S' – число экземпляров в сбалансированной выборке;

S_{ma} – число экземпляров мажоритарного класса в исходной выборке;

S_{ma}^q – число экземпляров q -го кластера мажоритарного класса;

S_{mi} – число экземпляров миноритарного класса в исходной выборке;

s – номер текущего экземпляра;

X – исходная выборка;

X' – сбалансированная выборка;

X'_{ma} – множество прецедентов о зависимости мажоритарного класса в сбалансированной выборке;

X_{mi} – множество прецедентов о зависимости миноритарного класса;

x – набор признаков в исходной выборке;
 x' – набор признаков в сбалансированной выборке;
 x^s – s -й экземпляр выборки;
 y – выходной признак (класс) в исходной выборке;
 y' – выходной признак (класс) в сбалансированной выборке;
 y^s – выходной признак s -го экземпляра выборки;
 CBU – cluster based undersampling.

ВВЕДЕНИЕ

Для построения диагностических и распознающих моделей по экспериментально полученным наблюдениям (прецедентам) необходимо из набора имеющихся наблюдений большого объема выделить обучающую выборку, обладающую меньшим объемом, но отражающую основные свойства исходной совокупности наблюдений.

Объектом исследования являлись методы автоматического формирования выборок для построения диагностических и распознающих моделей по прецедентам.

Обучающая выборка является одним из важнейших компонентов диагностических и распознающих моделей. От объема выборки и представительности ее данных будет зависеть производительность построенной модели, ее точность и скорость. Большинство стандартных алгоритмов классификации предполагают равномерное распределение данных в обучающих выборках, однако, в реальной жизни это достаточно редкое явление [1]. Поэтому актуальным является применение различных подходов для восстановления равномерного распределения данных в обучающих выборках. Одним из таких подходов, являются методы восстановления баланса классов в несбалансированных выборках.

Предметом исследования являлись методы формирования сбалансированных выборок.

Достаточно распространенным явлением является ситуация, когда в выборке экземпляров одного класса значительно больше (мажоритарный класс) чем экземпляров другого класса (миноритарный класс) [1]. В таких условиях большинство методов машинного обучения приводят к получению моделей, которые неправильно определяют редкие экземпляры миноритарного класса из-за подавления экземплярами мажоритарного класса экземпляров миноритарного класса при обучении модели. Для примера рассмотрим бинарную выборку, в которой 99% миноритарных экземпляров и 1% мажоритарных. Если после построения модели на основе такой выборки модель отнесет все экземпляры к мажоритарному классу, то ошибка классификации составит всего 1%, т. е. при очень высокой точности классификатор не сможет правильно определить экземпляры миноритарного класса. Однако именно миноритарный класс может иметь первостепенную важность в таких прикладных задачах, как медицинская диагностика, кредитный скоринг, выявление мошенничества с кредитными картами, защита компьютерных сетей [2, 3]. Поэтому актуальной является проблема формирования обучающих выборок для построения моделей при несбалансированных классах в исходной выборке.

Известно множество методов решения проблемы несбалансированности классов [1], которые можно раз-

делить на два основных вида: уровня данных и уровня методов [3].

Уровень методов предполагает создание новых или модификацию существующих классификаторов при построении модели для каждого нового набора данных или новой задачи, что может потребовать дополнительных ресурсов и затрат.

В отличие от уровня методов, уровень данных не требует модификации методов классификации, достаточно простой и может использоваться с любыми типами классификаторов. Методы уровня данных основаны на предварительной обработке данных с помощью сэмпинга [4], стратегии которого делятся на два типа: undersampling (удаляют экземпляры мажоритарного класса) и oversampling (добавляют (синтезируют) экземпляры миноритарного класса). При этом методы на основе сэмпинга достаточно эффективно решают проблему несбалансированности классов и оптимизируют производительность используемых классификаторов [4].

На практике стратегия undersampling работает более эффективно, чем стратегия oversampling. Это связано с тем, что стратегия oversampling увеличивает размер выборки, что может повысить вероятность переобучения [5] и время работы классификатора. В свою очередь, при применении стратегии undersampling существует вероятность потери важной информации.

Для сохранения репрезентативности выборки в ряде работ предлагается использовать стратегию удаления экземпляров мажоритарного класса с применением кластерного анализа CBU [1, 5, 6]. При этом экземпляры мажоритарного класса сначала разбиваются на кластеры, а затем из каждого кластера по определенным правилам выбирается необходимое количество экземпляров. Такой подход уменьшает риск удаления значимых экземпляров, что позволяет увеличить производительность классификаторов.

Цель работы – усовершенствование метода восстановления баланса классов CBU и сравнительный анализ показателей его производительности с другими методами.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть задана несбалансированная выборка $X = \langle x, y \rangle$ – набор S прецедентов о зависимости

$y(x), x = \{x^s\}, y = \{y^s\}, s = 1, 2, \dots, S$, характеризующихся набором N входных признаков $\{x_j^s, j = 1, 2, \dots, N$, и выходным признаком y . Каждый s -й прецедент представим как $\langle x^s, y^s \rangle, x^s = \{x_j^s\}, y^s \in \{1, 2, \dots, K\}, K > 1$.

Тогда задача формирования сбалансированной выборки для построения модели зависимости $y'(x)$ состоит в создании на основе исходной несбалансированной по классам выборки $X = \langle x, y \rangle$ такой подвыборки $X' = \langle x', y' \rangle$, чтобы выполнялось одно из следующих условий: для добавления экземпляров миноритарного класса (oversampling):

$$x' \in \{x^s\}, y' = \{y^s \mid x^s \in x'\}, S' \geq S, f(\langle x', y' \rangle, \langle x, y \rangle) \rightarrow opt;$$

для удаления экземпляров мажоритарного класса (undersampling):

$$x' \in \{x^s\}, y' = \{y^s \mid x^s \in x'\}, S' \leq S, f(\langle x', y' \rangle, \langle x, y \rangle) \rightarrow opt.$$

Т.е. необходимо в несбалансированной выборке изменить распределение классов таким образом, чтобы получить сбалансированный набор данных.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Для того, чтобы в несбалансированной выборке изменить распределение классов так, чтобы получить сбалансированный набор данных, применяют различные стратегии сэмпинга.

Стратегии сэмпинга применяются на этапе предварительной обработки данных. Они достаточно эффективны и просты в использовании, не требуют модификации методов классификации и могут использоваться с любыми классификаторами. Поэтому данные технологии широко используются для решения проблем несбалансированности классов.

Рассмотрим наиболее широко используемые стратегии сэмпинга разных типов с возможностью контроля количества удаляемых (добавляемых) экземпляров.

Случайное удаление экземпляров мажоритарного класса (random undersampling) – наиболее простая стратегия, в которой случайным образом удаляются экземпляры мажоритарного класса для достижения необходимого соотношения классов. Уровень соотношения классов подбирается эмпирическим путем. Достоинствами стратегии являются высокая скорость работы, уменьшение размера выборки и простота реализации, а недостатками – высокая вероятность потери значимых данных.

Удаление экземпляров мажоритарного класса с применением кластерного анализа (CBU – cluster based undersampling) – стратегия удаления экземпляров мажоритарного класса с применением методов кластерного анализа. На первом этапе множество экземпляров мажоритарного класса разбивается на число кластеров, равное числу экземпляров миноритарного класса. На следующем этапе выбирается по одному экземпляру из каждого кластера, и удаляются все остальные экземпляры мажоритарного класса [5]. Достоинствами стратегии являются уменьшение обучающей выборки до размера $2S_{mi}$ (т.е. если доля миноритарного класса составляет 1%, размер обработанной выборки будет 2% от размера исходной выборки), сохранение важных топологических свойств выборки, а недостатком – низкая скорость работы.

Дублирование экземпляров миноритарного класса (oversampling) – это стратегия, в которой для достижения необходимого соотношения классов, дублируются экземпляры миноритарного класса. Достоинствами стратегии являются высокая скорость работы и простота реализации, а недостатками – возможность переобучения модели и увеличение размера выборки.

Стратегия искусственного увеличения экземпляров миноритарного класса (SMOTE – Synthetic Minority Over-sampling Technique) [7] – одна из популярных стратегий сэмпинга, которая базируется на технологии

oversampling. Данная стратегия предполагает синтез искусственных экземпляров путем создания одного или нескольких ближайших соседей для экземпляров миноритарного класса, в зависимости от необходимого соотношения классов. Достоинствами стратегии являются высокая скорость работы и простота, а недостатками – возможное переобучения построенной модели, увеличение размера формируемой выборки.

Адаптивная технология искусственного увеличения экземпляров миноритарного класса (ASMO – Adaptive Synthetic Minority Oversampling) [8] – стратегия, являющаяся модификацией SMOTE, в которой поиск ближайших соседей производится для экземпляров мажоритарного класса, что позволяет лучше разделить классы. Достоинствами стратегии являются высокая скорость работы и простота реализации, а недостатками – возможность переобучения модели и увеличение размера формируемой выборки.

Существенное влияние на качество построенных моделей кроме стратегий формирования выборок также имеют метрики (способы оценивания) качества моделей.

Для оценки качества моделей с дискретным выходом традиционно используется ошибка [9]:

$$E = \sum_{s=1}^S \{ |y^s \neq f(x^s)| \} \rightarrow \min.$$

Это достаточно простая и эффективная метрика, которая широко используется на практике. Однако в условиях несбалансированности классов функция ошибки не является подходящей метрикой, поскольку миноритарный класс очень слабо влияет на ошибку по сравнению с мажоритарным классом. Например, в ситуации, когда миноритарный класс представлен только 1% выборки, простая стратегия может предсказывать мажоритарный класс для всех экземпляров. При этом ошибка будет составлять всего 1%. Однако это измерения не имеет смысла для приложений, в который задача обучения состоит именно в определении миноритарного класса. Поэтому для несбалансированных выборок целесообразно использование метрик, в основе которых лежит понятие матрицы ошибок [10]. Это способ группировки экземпляров в зависимости от комбинации истинного ответа и ответа алгоритма обучения.

В случае с бинарной выборкой, экземпляры можно разделить на четыре категории (табл. 1). Экземпляры класса, представляющего больший интерес, называют позитивными, экземпляры другого класса негативными.

С помощью матрицы ошибок (табл. 1) можно получить различные метрики [3]. Если актуальной задачей является изучение экземпляров миноритарного класса, его представляют как позитивный. В этом случае, интерес будут представлять такие характеристики, как точность и полнота. Точность (precision) показывает, сколь-

Таблица 1 – Матрица ошибок

	$y = 1$	$y = 0$
$f(x) = 1$	True Positive (TP)	False Positive (FP)
$f(x) = 0$	False negative (FN)	True Negative (TN)

ко из предсказанных позитивных объектов, оказались действительно позитивными:

$$P = \frac{TP}{TP + FP}.$$

Полнота (recall) показывает, сколько объектов из общего числа реальных позитивных объектов, было верно предсказано как позитивный класс

$$R = \frac{TP}{TP + FN}.$$

Чем выше значения этих характеристик, тем качественней классификатор. Однако, на практике, невозможно одновременно достигнуть максимальных значений точности и полноты, поэтому приходится выбирать какая характеристика важнее для конкретной задачи, либо искать баланс между этими величинами. Дать оценку одновременно по точности и полноте позволяет характеристика гармоническое среднее (*F-measure*) [11]:

$$F = \frac{2PR}{P + R}.$$

В настоящей работе для оценки изучаемых методов восстановления баланса классов предлагается использовать *F-measure*, поскольку данная метрика позволяет явно выделить для анализа интересующий позитивный класс, в нашем случае миноритарный.

Для сравнения методов формирования выборок необходимо задать конкретный тип классификаторов. Метод *k*-ближайших соседей (*kNN* – *k* Nearest Neighbor) [12] является широко используемым, но при этом достаточно простым и эффективным методом. В его основе лежит гипотеза о компактности классов [13], которая предполагает, что тестируемый экземпляр будет относиться к тому же классу, что и экземпляры из его ближайшего окружения.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Метод удаления экземпляров мажоритарного класса с применением кластерного анализа СВU продемонстрировал высокую производительность в условиях несбалансированности классов, уменьшая размер обучающей выборки, что позволяет в дальнейшем снизить время работы построенной модели. Однако время формирования обучающей выборки данным методом оказывается значительно больше, чем для других рассмотренных методов. Поэтому, для уменьшения времени формирования обучающей выборки предлагается усовершенствовать данный метод следующим образом.

1. Задать коэффициент желаемого соотношения числа кластеров мажоритарного класса к числу экземпляров миноритарного класса *m*. Рекомендуется задавать $1 < m \leq 10$, так как при значениях $m > 10$ производительность классификаторов достаточно быстро падает, и рассчитывать на достаточную точность классификации не приходится.

2. Разбить множество экземпляров мажоритарного класса на $Q_{ma} = \frac{S_{mi}}{m}$ кластеров. Таким образом, разделив множество экземпляров мажоритарного класса на

компактные области в пространстве признаков. Для этого можно использовать простейший метод кластеризации *k*-средних (*k-means*) [14].

3. Определить координаты центров масс полученных кластеров:

$$C_j^q = \frac{1}{S_{ma}^q} \sum_{s=1}^{S_{ma}^q} \{x_j^s | y^s = q\}, j = 1, 2, \dots, N, q = 1, 2, \dots, Q_{ma}.$$

4. Для восстановления баланса классов продублировать центр каждого кластера *m* раз

$$X'_{ma} = \bigcup_{i=1}^m C_{ma}^i,$$

внося незначительные коррективы в координаты центров кластеров по формуле:

$$C_j^q = C_j^q (1 + 0,1 \text{rand} - 0,1 \text{rand}),$$

где *rand* – функция, возвращающая случайное число в

диапазоне $\left[0; \left(\max_{s=1, \dots, S} \{x_j^s\} - \min_{s=1, \dots, S} \{x_j^s\}\right) / S^2\right]$.

5. Удалить из выборки все экземпляры мажоритарного класса, и объединить множество центров кластеров мажоритарного класса с множеством экземпляров миноритарного класса $X' = X'_{ma} \cup X_{mi}$. Полученный набор данных с внесенными коррективами рассматривать как результирующую выборку для построения моделей.

Достоинством предложенной модификации метода СВU является то, что она значительно снижает время обработки выборки, при этом сохраняя основные особенности данных. Недостатком предложенной модификации метода СВU является то, что при увеличении коэффициента *m*, увеличивается вероятность потери важных экземпляров мажоритарного класса.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для исследования свойств рассмотренных методов они были программно реализованы как часть «Автоматизированной системы отбора оптимального метода восстановления баланса классов при формировании обучающей выборки» [15], в которую был интегрирован дополнительный модуль СВU. Модуль СВU представляет собой функцию, которая разбивает множество экземпляров мажоритарного класса исходящей выборки на заданное число кластеров, определяет центры масс полученных кластеров, формирует сбалансированную выборку из множества экземпляров миноритарного класса и множества центров кластеров мажоритарного класса, при необходимости, продублированных случайным образом для балансировки их числа с числом экземпляров миноритарным класса.

Модифицированное программное обеспечение использовалось при проведении вычислительных экспериментов, которые включали два этапа: на первом этапе проводился сравнительный анализ существующих методов восстановления баланса классов, на втором

етапе проводились дослідження модифікованого методу СБУ і порівняння його продуктивності з базовим методом СБУ.

Дослідження проводились на синтетических бінарних вибірках, що дозволило регулювати співвідношення класів. На всіх етапах синтезувалася бінарна вибірка із 10 000 екземплярів, маючих по два признака, приймавших значення із множенства $\{0, 1\}$. Далі, для тестування стратегій, вибірка була розділена методом стратифікації [16] на навчающую вибірку (90% від вихідної вибірки) і тестовую (10% від вихідної вибірки).

Рішальні правила строились по принципу більшинства голосів. Поэтому для однозначности выбора в работе использовались методы с нечетным числом ближайших соседей ($k = 9, 25, 49$).

Для сравнительного анализа методов восстановления баланса классов для каждого метода рассчитывалось значение метрики F -measure для различных параметров выборки и классификатора: доля миноритарного класса в выборке (25%, 10%, 4%, 1%), число ближайших соседей классификатора kNN (3, 49). Затем строилась зависимость метрики F -measure от доли миноритарного класса, и сравнивались ее значения для различных подходов.

Далее были предприняты шаги для уменьшения времени работы метода СБУ, модификация которого состояла в сокращении числа кластеров, предполагая, что это приведет к уменьшению времени формирования выборки при незначительном уменьшении точности полученной модели.

Значение F -measure рассчитывалось для различных параметров выборки и классификатора kNN: доля миноритарного класса в выборке (10%, 1%), число ближайших соседей классификатора kNN (3, 49). Строилась зависимость F -measure от числа кластеров в мажоритарном классе.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты исследований предложенной модификации метода СБУ в сравнении с известными методами представлены на рис. 1 и в табл. 2.

Из рис. 1а и рис. 1б видно, что при различных настройках kNN классификатора, метод СБУ сформировал самую представительную обучающую выборку.

Из табл. 2 следует, что время работы СБУ значительно превысило время работы остальных методов. Таким образом, при работе с большими выборками, время работы метода может нивелировать преимущества метода, либо стать причиной отказа от подобного подхода.

На рис. 2 изображены графики зависимости F -measure от числа кластеров мажоритарного класса. В табл. 3 представлена зависимость времени формирования выборки от m .

Как видно из рис. 2а и рис. 2б, при уменьшении числа кластеров мажоритарного класса качество построенной модели довольно быстро ухудшается. Одновременно уменьшается и время формирования обучающей выборки (табл. 3). Такая ситуация дает исследователю возможность находить компромисс между производительностью и скоростью построения модели, исходя из предъявленных требований.

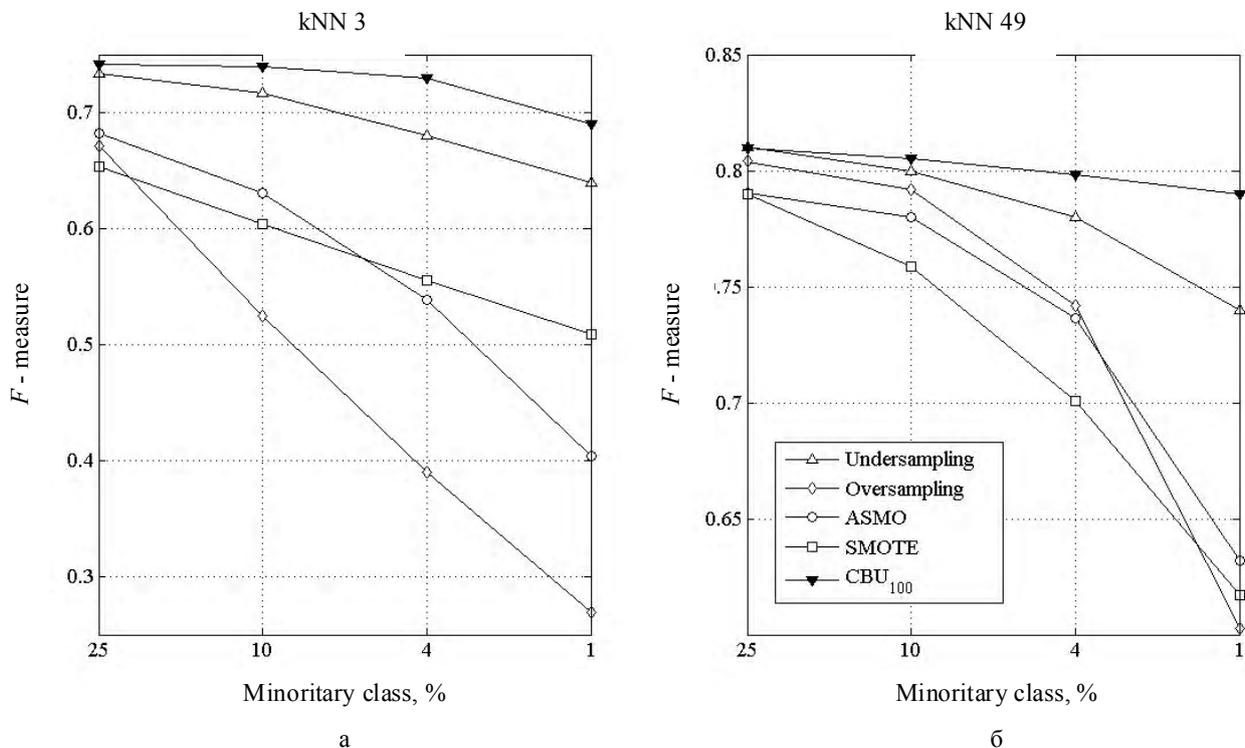


Рисунок 1 – Графики зависимостей F -measure от процента миноритарного класса:
 а – kNN=3, б – kNN=49

Таблиця 2 – Зависимость времени формирования выборки (с) от доли миноритарного класса

Методы сэмплинга	Доля миноритарного класса в выборке, %			
	25	10	4	1
Undersampling	0,00801	0,00212	0,00206	0,00204
Oversampling	0,00103	0,00087	0,00082	0,00081
ASMO	0,13606	0,10825	0,08979	0,09459
SMOTE	0,06319	0,02020	0,01242	0,01150
CBU 100	50,89648	13,17416	2,34512	2,33082

Таблиця 3 – Зависимость времени формирования выборки (с) от m

Доля миноритарного класса, %	Соотношение m			
	1:1	1:10	1:100	1:1000
1	1,5964	0,2231	0,0063	0,0063
10	50,2719	3,1516	0,1852	0,0063

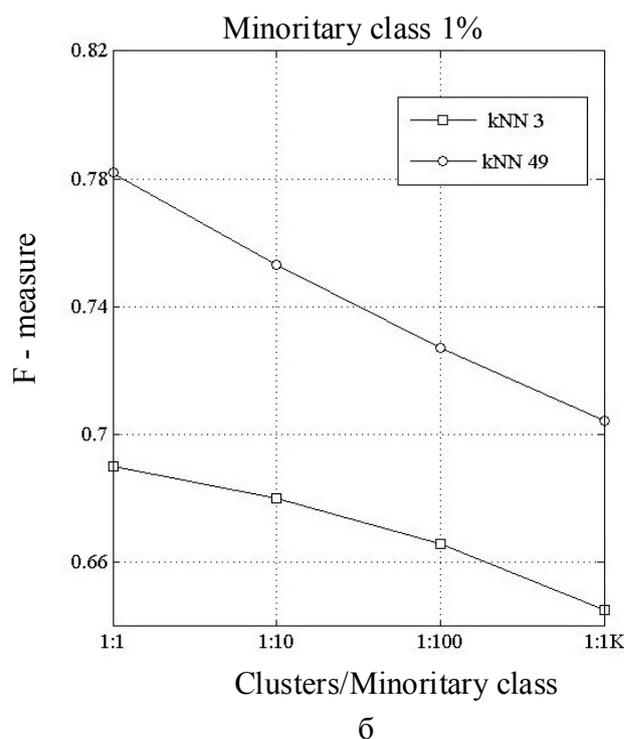
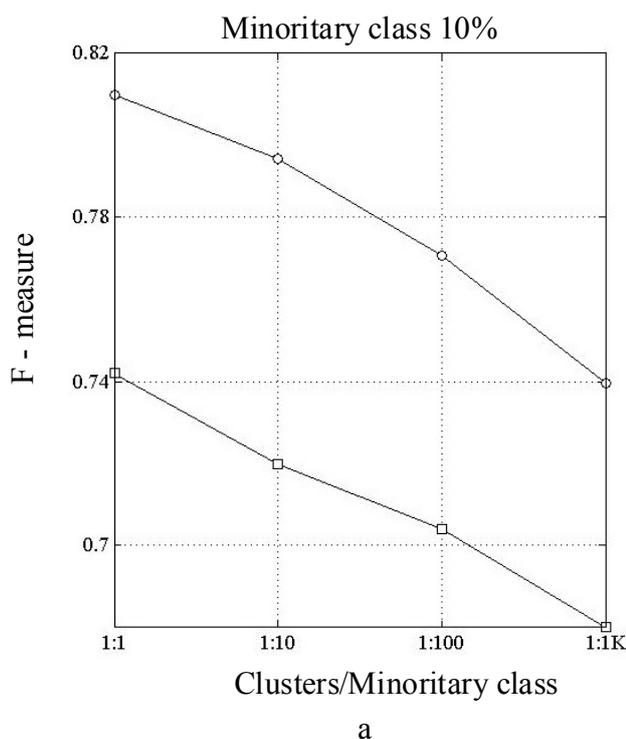


Рисунок 2 – Графики зависимостей F-measure от количества кластеров мажоритарного класса: а – миноритарный класс 10%, б – миноритарный класс 1%

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Использование предложенной модификации метода CBU значительно уменьшило время формирования обучающей выборки при стабильной поддержке приемлемого значения показателя качества классификации. Однако, при уменьшении числа кластеров, увеличивается количество удаленных значимых экземпляров, что приводит к снижению качества обучающей выборки. Фактически миноритарный и мажоритарный классы меняются местами, когда для восстановления баланса необходимо уже синтезировать экземпляры мажоритарного класса, либо удалять экземпляры миноритарного класса. Естественно, такое положение вещей не может длиться бесконечно, в конечном итоге выборка может оказаться пустой. Поэтому в каждом конкретном случае важно найти предельные значения параметров метода, при которых модель будет демонстрировать требуемые показатели точности, скорости, объема и т. д.

Исходя из проделанных исследований, данный метод можно рекомендовать при количестве кластеров в соотношении не более 1:100 (1 кластер мажоритарного

класса на 100 экземпляров миноритарного класса), т.к. при дальнейшем уменьшении числа кластеров производительность классификации резко падает.

В ходе исследования было замечено, что метод работает лучше других, если классы перемешаны (т.е. не выполняется условие компактности), по всей видимости, это связано с удалением экземпляров мажоритарного класса, которые могут рассматриваться как шум (экземпляры сильно удаленные от своего класса).

Таким образом, предложенный метод позволяет найти компромисс между временем создания выборки и ее репрезентативностью, а соответственно и точностью построенной распознающей модели.

ВЫВОДЫ

С целью повышения скорости построения и точности работы, диагностических и распознающих моделей по прецедентам решена задача восстановления баланса классов в несбалансированных обучающих выборках.

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что модифицирован метод CBU, который уменьшает число экземпляров мажоритарного класса путем

разбиения их на кластеры и затем удаляя определенное число экземпляров из каждого кластера. Это позволяет восстановить баланс классов в несбалансированных выборках, используя такие преимущества базового метода undersampling, как высокая скорость работы и существенное уменьшение размера обучающей выборки. При этом модифицированный метод обеспечивает ускорение процесса построения моделей и повышает их адекватность, обеспечивая топологическую репрезентативность выборки данных.

Практическая значимость полученных результатов состоит в том, что разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, а также другие методы формирования выборок (ASMO, CBU, Condensed Nearest Neighbor Rule, Neighborhood cleaning rule, One-side sampling, Oversampling, Random undersampling, SMOTE, Tomek Links), которое экспериментально исследовано при решении задач сэмпинга в условиях несбалансированности классов. Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность разработанного математического обеспечения. Результаты проведенных экспериментов позволяют рекомендовать использование разработанного метода и его программной реализации для решения задач технического и биомедицинского диагностирования, а также прогнозирование в различных областях.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в том, чтобы исследовать и улучшить методы, учитывающие не только статистическую репрезентативность обучающей выборки, но и топологическую, что приведет к формированию малочисленных и при этом более качественных обучающих выборок. Также предполагается изучить свойства предложенного метода на более широком классе практических задач и разработать параллельную реализацию предложенного метода.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы «Методы и средства вычислительного интеллекта и параллельного компьютерного для обработки больших объемов данных в системах диагностирования» (номер гос. регистрации 0116U007419) кафедры программных средств Запорожского национального технического университета при частичной поддержке международного образовательного проекта “Internet of Things: Emerging Curriculum for Industry and Human Applications” (ALIOT, ref. number 573818-EPP-1-2016-1-UK-EPPKA2-SVNE-JP) программы «Эразмус+» Европейского Союза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. He H. Learning from Imbalanced Data / H. He, E. A. Garcia // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering. – 2009. –

- Vol. 21. – P. 1263–1284. DOI: 10.1109/TKDE.2008.239
2. Паклин Н. Б. Построение классификаторов на несбалансированных выборках на примере кредитного скоринга / Н. Б. Паклин, С. В. Уланов, С. В. Царьков // Искусственный интеллект. – 2010. – № 3. – С. 528–534.
3. Sun Y. Classification of imbalanced data: a review / Y. Sun, A. K. C. Wong, M. S. Kamel // International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence. – 2009. – Vol. 23, Issue 4. – P. 687–719. DOI: 10.1142/S0218001409007326
4. Batista G. E. A. P. A. A study of the behavior of several methods for balancing machine learning training data / G. E. A. P. A. Batista, R. C. Prati, M. C. Monard // SIGKDD Explorations. – 2004. – Vol. 6, Issue 1. – P. 20–29. DOI: 10.1145/1007730.1007735
5. Clustering-based undersampling in class-imbalanced data / [W. C. Lin, C. F. Tsai, Y. H. Hu, J. S. Jhang] // Information Sciences. – 2017. – Vol. 409–410. – P. 17–26. DOI: 10.1016/j.ins.2017.05.008
6. Yen S. J. Cluster-based under-sampling approaches for imbalanced data distributions / S. J. Yen, Y. S. Lee // Expert Systems with Applications. – 2009. – Vol. 36, Issue 3. – P. 5718–5727. DOI: 10.1016/j.eswa.2008.06.108
7. Chawla N. V. SMOTE: Synthetic minority over-sampling technique / N. V. Chawla, K. W. Bowyer, L. O. Hall, W. P. Kegelmeyer // Journal of Artificial Intelligence Research. – 2002. – Vol. 16. – P. 321–357. DOI: 10.1613/jair.953
8. Wang B. X. Imbalanced Data Set Learning with Synthetic Samples [Electronic resource] / B. X. Wang, N. Japkowicz. – Access mode: <http://www.iro.umontreal.ca/~lisa/workshop2004/program.html>
9. Субботін С. О. Інтелектуальні системи : навч. посіб. / С. О. Субботін, А. О. Олійник; під заг. ред. проф. С. О. Субботіна. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2014. – 218 с.
10. Elkan C. The foundations of cost-sensitive learning / C. Elkan // 17th international joint conference on Artificial intelligence, Seattle, 4-10 August 2001 : Proceedings. – San Francisco : Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2001. – Vol. 2. – P. 973–978.
11. Fawcett T. An Introduction to ROC Analysis / T. Fawcett // Pattern Recognition Letters. – 2006. – Vol. 27, Issue 8. – P. 861–874. DOI: 10.1016/j.patrec.2005.10.010
12. Cover T. Nearest neighbor pattern classification / T. Cover, P. Hart // IEEE Transactions on Information Theory. – 1967. – Vol. 13, Issue 1. – P. 21–27. DOI: 10.1109/TIT.1967.1053964
13. Загоруйко Н. Г. Прикладные методы анализа данных и знаний / Н. Г. Загоруйко. – Новосибирск : ИИМ, 1999. – 270 с.
14. Lloyd S. P. Least Squares Quantization in PCM / S. P. Lloyd // IEEE Transactions on Information Theory. – 1982. – Vol. 28. – P. 129–137. DOI: 10.1109/TIT.1982.1056489
15. Суботін С. О. Автоматизована система відбору оптимального методу відновлення балансу класів при формуванні навчальної вибірки / С. О. Суботін, Д. А. Каврін // Інформатика, управління та штучний інтелект. Матеріали четвертої міжнародної науковотехнічної конференції студентів, магістрів та аспірантів. – Харків: НТУ «ХП», 2017. – С. 94.
16. Кокрен У. Методи виборочного дослідження / У. Кокрен. – М. : Статистика, 1976. – 440 с.

Статья поступила в редакцию 22.12.2017.
После доработки 25.01.2018.

Каврін Д. А.¹, Субботін С. О.²

¹Аспірант кафедри програмних засобів Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна

²Д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри програмних засобів Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна

МЕТОДИ КІЛЬКІСНОГО ВИРІШЕННЯ ПРОБЛЕМИ НЕЗБАЛАНСОВАНІСТІ КЛАСІВ

Актуальність. Virішено завдання відновлення балансу класів в незбалансованих вибірках для підвищення ефективності діагностичних та розпізнавальних моделей.

Мета роботи – модифікація існуючого методу відновлення балансу класів та порівняльний аналіз показників його продуктивності з деякими сучасними методами.

Метод. Запропоновано метод попередньої обробки незбалансованої вибірки, який базується на об'єднанні стратегії undersampling та технології кластер-аналізу. Метод дозволив відновити баланс класів та зменшити об'єм вибірки, при цьому було збережено важливі топологічні властивості, високі показники точності та прийнятний час роботи.

Результати. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод, яке було використано при виконанні обчислювальних експериментів властивостей методу та порівняльному аналізу з іншими методами відновлення балансу класів.

Висновки. Проведені експерименти підтвердили працездатність запропонованого методу та програмного забезпечення, що його реалізує. Метод дозволив зменшити мажоритарний клас до розмірів міноритарного класу, зменшивши таким чином навчальну вибірку (вибірка вважається незбалансованою, коли розмір міноритарного класу становить менш ніж 10% від розміру вихідної вибірки), при цьому продемонстрував найкращі серед досліджених методів показники точності моделі та прийнятний час формування вибірки. Результати експериментів дозволяють рекомендувати їх для використання на практиці при вирішенні задач формування навчальних вибірок в умовах незбалансованості класів для діагностичних та розпізнавальних моделей.

Ключові слова: вибірка, екземпляр, метрика якості, класифікатор, кластер, мажоритарний клас, міноритарний клас

Kavrin D. A.¹, Subbotin S. A.²

¹Post-graduate student of the Department of Software Tools of Zaporizhzhya National Technical University, Zaporizhzhya, Ukraine

²Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Software Tools of Zaporizhzhya National Technical University, Zaporizhzhya, Ukraine

THE METHODS FOR QUANTITATIVE SOLVING THE CLASS IMBALANCE PROBLEM

Context. The problem of recovery the classes' balance in imbalanced samples is solved to increase the efficiency of diagnostic and recognition models.

Objective. The purpose of the work is to modify the existing method of recovery classes' balance and to conduct comparative analysis of performance indicators with some modern methods.

Method. The proposed data preprocessing method is based on combining the undersampling and cluster-analysis technologies. The method has allowed restoring the balance and reducing the sample while maintaining important topological properties of the sample, high accuracy and acceptable operating time.

Results. The software that implements in proposed method has been developed and used in the computational experiments on the study of method's properties and comparative analysis with other methods of restoring classes' balance.

Conclusions. The experiments confirmed the efficiency of the proposed method and its implemented software. The method has allowed reducing the majority class to the size of the minority class, thus reducing the training sample (the sample is considered imbalanced if the size of the minority class is less than 10% of the original sample size), while demonstrating the best indicators of model accuracy and comparable sampling speed. It can be recommended for the practical application in solving problems of imbalance data for diagnostic and recognition models.

Keywords: sample, example, quality metric, cluster, classificatory, majority class, minority class.

REFERENCES

- He H., Garcia E. A. Learning from Imbalanced Data, *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2009, Vol. 21, pp. 1263–1284. DOI: 10.1109/TKDE.2008.239
- Paklin N. B., Ulanov S. V., Car'kov S. V. Postroenie klassifikatorov na nesbalansirovannykh vyborkakh na primere kreditnogo skoringa, *Iskusstvennyj intellekt*, 2010, No. 3, pp. 528–534.
- Sun Y., Wong A. K. C., Kamel M. S. Classification of imbalanced data: a review, *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2009, Vol. 23, Issue 4, pp. 687–719. DOI: 10.1142/S0218001409007326
- Batista G. E. A. P. A., Prati R. C., Monard M. C. A study of the behavior of several methods for balancing machine learning training data, *SIGKDD Explorations*, 2004, Vol. 6, Issue 1, pp. 20–29. DOI: 10.1145/1007730.1007735
- Lin W. C., Tsai C. F., Hu Y. H., Jhang J. S. Clustering-based undersampling in class-imbalanced data, *Information Sciences*, 2017, Vol. 409–410, pp. 17–26. DOI: 10.1016/j.ins.2017.05.008
- Yen S. J., Lee Y. S. Cluster-based under-sampling approaches for imbalanced data distributions, *Expert Systems with Applications*, 2009, Vol. 36, Issue 3, pp. 5718–5727. DOI: 10.1016/j.eswa.2008.06.108
- Chawla N. V., Bowyer K. W., Hall L. O., Kegelmeyer W. P. SMOTE: Synthetic minority over-sampling technique, *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2002, Vol. 16, pp. 321–357. DOI: 10.1613/jair.953
- Wang B. X., Japkowicz N. Imbalanced Data Set Learning with Synthetic Samples [Electronic resource]. Access mode: <http://www.iro.umontreal.ca/~lisa/workshop2004/program.html>
- Subbotin S. O., Olijnik A. O. *Intelektual'ni sistemi : navch. posib. pid zag. red. prof. S. O. Subbotina*. Zaporizhzhya, ZNTU, 2014, 218 p.
- Elkan C. The foundations of cost-sensitive learning, *17th international joint conference on Artificial intelligence, Seattle, 4–10 August 2001 : Proceedings*. San Francisco, Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2001, Vol. 2, pp. 973–978.
- Fawcett T. An Introduction to ROC Analysis, *Pattern Recognition Letters*, 2006, Vol. 27, Issue 8, pp. 861–874. DOI: 10.1016/j.patrec.2005.10.010
- Cover T., Hart P. Nearest neighbor pattern classification, *IEEE Transactions on Information Theory*, 1967, Vol. 13, Issue 1, P. 21–27. DOI: 10.1109/TIT.1967.1053964
- Zagorujko N. G. *Prikladnye metody analiza dannykh i znaniij*. Novosibirsk, IIM, 1999, 270 p.
- Lloyd S. P. Least Squares Quantization in PCM, *IEEE Transactions on Information Theory*, 1982, Vol. 28, pp. 129–137. DOI: 10.1109/TIT.1982.1056489
- Subbotin S. O., Kavrin D. A. Avtomatizovana sistema vidboru optimal'nogo metodu vidnovlennja balansu klasiv pri formuvanni navchal'noi vibirki, *Informatika, upravlinnja ta shtuchnij intelekt. Materiali chetvertoї mizhnarodnoi naukovotekhnichnoi konferencii studentiv, magistriv ta aspirantiv*. Kharkiv, NTU "KhPI", 2017, P. 94.
- Kokren U. *Metody vyborochnogo issledovanija*. Moscow, Statistika, 1976, 440 p.

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

ПРОГРЕССИВНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES

УДК 004.55

Аксак Н. Г.

Канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры электронных вычислительных машин Харьковского национального университета радиозлектроники, Харьков, Украина

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ПЕРСОНАЛИЗАЦИИ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ВЕБ-ПОРТАЛА

Актуальность. Решена актуальная задача персонификации веб-портала, предоставляющего бизнес сервисы (телемедицина, консультации, удаленный мониторинг, дистанционное образование и т. д.).

Цель работы – разработка системы персонификации веб-портала, предоставляющего специализированные услуги, что позволяет учитывать предпочтения пользователей с целью улучшения качества обслуживания, ускорения информационного поиска, исключения неинтересных страниц, а также удержания клиентов.

Метод. Предложена обобщенная модель процесса персонализации Интернет-сервиса, в которой на основе сочетания агентских и нейросетевых технологий предложен метод адаптации веб-ресурса, автоматически генерирующий контент для определенных категорий Интернет-пользователей. Также предложена объектная модель документов сайта в виде графа для поиска актуальной информации, что позволило осуществить персонализацию. Использование мультиагентной структуры позволило осуществить взаимодействие компонентов разработанной модели. Метод включает совокупность следующих действий: автоматическая выработка гипотез, что дает возможность определить наличие или отсутствие целевых свойств пользователя; анализ поведения пользователя по его серфингу в Интернете, что позволяет выдавать более релевантные результаты; построение информационного портрета для сбора статистически значимой совокупности информационных характеристик с целью планирования дальнейших действий; параллельная кластеризация пользователей с использованием самоорганизующихся карт Кохонена с целью ускорения обработки больших данных. Для ускорения вычислений самоорганизующиеся карты Кохонена адаптированы под симметричные мультипроцессоры системы. Показано, что для уменьшения времени вычислений необходимо выбирать конфигурацию вычислительной системы кратную размерности входных данных.

Результаты. Разработаны программное обеспечение и веб-интерфейс, реализующие предложенные модели и метод, используемые при проведении вычислительных экспериментов по верификации модели, оценки адекватности и исследованию свойств модели и метода.

Выводы. Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность предложенных моделей и методов. Применение совокупности методов и средств может быть использовано на практике для продвижения товаров и услуг в сети, для предоставления различных сервисов или отдельных его составных частей, для развития бизнеса.

Ключевые слова: персонализация, ДСМ-метод, нейросетевая кластеризация, мультиагентная система, информационный портрет пользователя.

НОМЕНКЛАТУРА

DBSCAN – Density Based Spatial Clustering of Applications with Noise;

БД – база данных;

БЗ – база знаний;

ДСМ – метод автоматического порождения гипотез Джона Стюарта Милля;

НС – нейронная сеть;

A – множество агентов;

A_{data} – агент обработки информации;

A_{expert} – агент эксперта;

A_{user} – агент пользователя;

$B_{behavior}$ – модель анализа поведения пользователя;

B_H – модель предоставления сервиса;

B_{JSM} – модель порождения гипотез;

B_R – модель процесса персонализации Web-портала;

B_{SOM} – модель категоризации пользователей;

C – множество данных о пользователе;

C^+ – множество целевых положительных свойств пользователя;

C^- – множество целевых отрицательных свойств пользователя;

$c_n^k()$ – значение k -го входного признака $C^k()$, характеризующее n -ый экземпляр;

$D_{behavior}$ – задача анализа поведения пользователя;

D_H – множество заданий для предоставления сервиса;

D_{JSM} – задача порождения гипотез о наличии или отсутствии определенных свойств пользователя $U(i)$;

D_R – множество заданий для адаптации Web-портала;

D_{SOM} – задача ускоренной кластеризации пользователей с помощью сети Кохонена;

E – агентская среда;

G – граф веб-серфинга пользователя $U()$;

IPU множество информационных портретов пользователей;

K – количество веб-страниц в графе переходов G ;

L – количество кластеров веб-пользователей;

M – общее число посетителей Web-портала;

MAS – мультиагентная система;

N – количество целевых свойств Интернет-пользователей;

O – множество целевых свойств пользователей $U()$ Web-портала;

Op_1 – количество операций последовательного алгоритма обучения нейронной сети;

Op_p – количество операций параллельного алгоритма обучения нейронной сети на p вычислителей;

Arc – множество дуг графа Res ;

p – количество вычислителей;

R – множество категорий пользователей Web-портала;

Res – объектная модель документов Web-портала в виде графа;

RS – возврат в результаты поиска;

$rs_a()$ – показатель возврата в результаты поиска;

S – множество гипотез;

S^- – гипотезы, являющиеся причиной отсутствия целевого свойства;

S^+ – гипотезы, являющиеся причиной наличия целевого свойства;

SOM – self-organizing map;

T – время посещения страниц Web-портала;

$t_a()$ – время посещения a -ой страницы;

TR – глубина просмотра Web-портала;

$tr_a()$ – количество переходов;

U – множество Интернет-пользователей;

V – множество вершин графа G ;

τ – время генерации страниц;

$v_a()$ – a -ая вершина графа G ;

W – множество весов графа G ;

ϖ – степень релевантности отображенной информации;

$w_{ab}()$ – вес дуги, соединяющей a -ую вершину с b -ой;

X – множество вершин графа Res ;

X^t – страница, которую пользователь посетил во время t ;

\bar{X}_k – адаптированная страница;

$\Gamma^{-n}(\bar{X}_k)$ – обратное соответствие, показывающее для каких вершин графа Res вершина \bar{X}_k является конечной;

Λ – множество интерфейсов Web-портала;

λ_j – интерфейс j -го кластера;

P – отображение, являющееся решением задачи D_R ;

δ – вероятность сброса небезопасных страниц;

π_i – стационарная вероятность распределения процессов;

Υ – отображение, являющееся решением задачи D_{SOM} ;

Δ – количество вершин графа Res ;

Φ – отображение, являющееся решением задачи D_{JSM} ;

Ω – количество образов веб-интерфейсов;

Ψ – отображение, являющееся решением задачи $D_{behavior}$;

\mathfrak{R} – показатель важности страницы;

\mathfrak{X} – матричное представление входных данных;

\mathfrak{Y} – выходное множество;

\mathbb{Z} – полное множество универсум;

ВВЕДЕНИЕ

С ростом Интернета, использованием социальных сетей, мобильных устройств, подключенных и общающихся объектов, информация увеличивается экспоненциально. Обработать такую лавину информации, а также осуществлять поиск с каждым днем становится все сложнее. С одной стороны, в этом гигантском хранилище информации для нахождения необходимого ресурса обычно приходится осуществлять длительный серфинг по Интернету, с другой – очень много уделять внимания для удержания посетителей на сайте.

При разработке Web-ресурса одной из самых важных задач является сделать его максимально привлекательным для потенциальных пользователей и придать ему индивидуальность. В современном мире в условиях выросшей конкуренции веб-сайт, как представительство фирмы, является целевой рекламой, обеспечивает информационную поддержку клиентов и сотрудников фирмы. Независимо от того создается сайт для представления какой-либо фирмы или для заработка на рекламе, основной его функцией является привлечение как можно большей аудитории.

Целью данной работы являлась разработка системы персонализации сервис-ориентированного веб-портала, позволяющей учитывать предпочтения пользователей для улучшения качества обслуживания, ускорения информационного поиска, исключения неинтересных страниц, а также удержания клиентов.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется информация о пользователе $U(i)$ ($i = \overline{1, M}$) (имя браузера, номер версии, язык, платформа, встроенные расширения, адрес предыдущей страницы, часовой пояс, время посещения страницы, информация о мониторе и т.п.) $C(i) = [C^1(i), C^2(i), \dots, C^k(i)]$.

Тогда задача персонализации веб-ресурса Res при ограниченном количестве образов веб-интерфейсов Ω будет заключаться в разработке:

- модели персонализации B_R , ее составных компонентов и их взаимодействия;
- объектной модели документов Интернет-ресурса в виде графа Res ;

– метода персоналізації веб-портала, дозволяючого для кожної $R(n)$ -ої категорії користувачів ($n = \overline{1, L}$) адаптувати інформаційне наповнення сторінок $\overline{X}_k \in \overline{Res}$ і $\overline{Res} \subset Res$ ($k < \Delta$).

Критерієм ефективності розробки вважається задоволення вимогам

$k : \forall (D_i \in D_R) [(\tau < \tau^{\max}) \& (\varpi > \varpi^{\min})] \Rightarrow B_R$, где D_i – підзадача загальної задачі D_R .

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Одной из наиболее актуальных проблем обработки больших данных является кластеризация веб-пользователей на основе их общих свойств. В статье [1] представлен способ определения сходства интересов Интернет-пользователей. Веб-журналы доступа пользователей обеспечивают точную и объективную информацию о посетителях. Записи журнала содержат IP-адрес веб-пользователя, дату и время запроса, URL-адрес запрашиваемой страницы, протокол запроса, код возврата сервера с указанием статуса обработки запроса и при успешном запросе размер страницы. Из журнала веб-сервера извлекается пользовательский шаблон, состоящий из страниц, которые пользователь посетил и потраченного на это времени. Проведенные эксперименты показали, что предложенный метод кластеризации группирует веб-пользователей со схожими интересами.

В работе [2] предложено объединение веб-пользователей на основе эволюции посещения веб-страниц. Обнаруженные закономерности изменений информационных потребностей веб-пользователей используются для их группировки. Сгенерированные на основе исторических веб-сессий кластеры Web-пользователей, могут быть использованы для персонализированных веб-приложений: веб-рекламы и веб-кэширования.

Чтобы получить информацию об интересах пользователей на веб-страницах в работе [3] исследуется поведение клиента посредством изучения записей веб-журнала. Время, проведенное на веб-странице, и типы совершенных операций показывают степень заинтересованности веб-пользователя. Исследуемые данные представляют собой журналы пользователей, собранные за шесть месяцев. В работе предложена модификация алгоритма кластеризации K -means для группировки пользователей путем вычисления начальных центроидов на основе выбранного веб-контента.

Любой Интернет-портал может постоянно совершенствоваться, опираясь на информационную потребность пользователя. Для сбора и анализа данных о пользователях в работе [4] используется метод роевого интеллекта, благодаря которому выявляются «путешествия» веб-пользователей с одинаковыми интересами. Результаты кластеризации сравниваются с методами DBSCAN и K-means.

Благодаря самоорганизации, простоте и быстродействию упрощенная модель нейронной сети Кохонена предлагается использоваться в информационно-поисковой системе [5]. Для ее успешного применения необходимо решить задачи формирования содержательного образа документа и идентификацию кластера.

Проблемы обработки больших данных, связанные с их многообразием, со сложностями сбора, хранения, управления и анализа, объемом памяти и скоростью вычислений рассмотрены в [6, 7]. Описаны методики и алгоритмы, используемые для управления большими наборами данных. Показана целесообразность применения самоорганизующихся карт для анализа данных большой размерности.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В общем виде процесс персонализации Интернет-ресурса, предоставляющего сервисные услуги, описывается моделью (1), которая включает следующие компоненты [8]: Web-интерфейс, блок интеллектуальных методов, агентский блок, а также блок накопления и анализа опыта (рис. 1).

Агент пользователя» A_{user} собирает информацию о пользователе, на основе которой решается задача порождения гипотез D_{JSM} и анализируется поведение пользователя $D_{behavior}$. По выходным данным решенных задач «Агент обработки информации» A_{data} формирует информационный портрет пользователя $IPU(i)$, и передает/принимает информацию блоку накопления и анализа информации. «Агент эксперта» A_{expert} на основе полученной информации от «Агента пользователя» A_{user} и «Агента



Рисунок 1 – Обобщенная модель персонализации специализированного Веб-портала: X – матричное представление входных данных; Y – выходное множество; БД – база данных, БЗ – база знаний

обработки данных» A_{data} обращается за предоставлением услуг D_H . Под услугами будем понимать, например, анализ медицинских изображений (меланомы, опухолей, маммографии, ишемической болезни сердца и т. п.), удаленный мониторинг состояния здоровья человека и т. д. Для решения задачи категоризации пользователей D_{SOM} используется множество информационных портретов пользователя IPU . Для каждой категории веб-пользователей «Агент пользователя» A_{user} вырабатывает оптимальную стратегию, позволяющую учитывать личные предпочтения, и настраивает соответствующий контент.

Модель процесса персонализации Интернет-ресурса Res [9] выражается как преобразование входных значений R в выходные величины Λ :

$$B_R \subset R \times \Lambda. \quad (1)$$

Полное множество (универсум) $Z = X \times Y$ включает в себя $B_R \subset (R \times \Lambda)$, это означает, что существует такое подмножество $R = \{R(1), R(2), \dots, R(L)\}$, $P \subset X$ и отношений между ними Λ , на которых строится модель B_R .

Таким образом, интерфейс Интернет-ресурса, предоставляющего сервисы для пользователей, адаптируется на основе кластеров $R = \{R(1), R(2), \dots, R(L)\}$ благодаря модели B_R при конечном числе образов веб Ω . Для выходных величин Λ построено множество заданий, решение которых принадлежит множеству $D_R = D_{JSM} \cup D_{behavior} \cup D_{SOM}$.

Отображение $\Pi : R \rightarrow \Lambda$ позволяет для каждой категории $R(n)$ ($n = \overline{1, L}$) получить такое $\lambda_j \in \Lambda$ ($j = \overline{1, \Omega}$), которое является решением задачи D_R , полученное в виде графовой модели (2) иерархического представления адаптированного Интернет-ресурса

$$\overline{Res} = \langle \overline{X}, \Gamma^{-n}, \lambda_j \rangle, \quad (2)$$

где $\overline{X} = \{\overline{X}_k\}$ – множество адаптированных страниц ($k < \Delta$), сформированных в результате отображения $\overline{X}_k = \Gamma^{-k}(x_m)$ множества интересного для пользователя информационного наполнения $x_m \subset x$.

С помощью метода автоматического порождения гипотез Джона Стюарта Милля (ДСМ-метод) делаются предположения о причинах наличия или отсутствия определенных свойств Интернет-пользователя $U(i)$, ($i = 1 \div M$) во время его посещения Интернет-ресурса по собранным данным $C(i) = [C^1(i), C^2(i), \dots, C^k(i)]$.

Элементы множеств $C = [C^1, C^2, \dots, C^k]$ будем называть примитивными элементами (атомами) [10]. Поведение пользователя $U(i)$ будем называть (целевыми) свойствами $O(i) \in O$. Исследуемый объект (Интернет-пользователь) представляется в виде конечного множества примитивных элементов $C(i) = [C^1(i), C^2(i), \dots, C^k(i)] \in C$.

Такое подмножество представляется фрагментом. Пользователь может обладать (или не обладать) некоторым множеством целевых свойств. Предполагается, что как у наличия, так и у отсутствия набора целевых свойств может быть причина (не обязательно единственная), эта причина является фрагментом структуры объекта. Множество C включает объекты с известными целевыми свойствами, как положительными C^+ , так и отрицательными примерами C^- , а также объекты с неопределенными примерами. Объекты с известными целевыми свойствами образуют обучающую выборку, объекты с неопределенными примерами – тестовую. Множество O содержит все интересующие целевые свойства пользователей Интернет-ресурса, предоставляющего сервисные услуги.

Реализация ДСМ-метода представляет собой итеративную процедуру и состоит из трех основных этапов: индукции, аналогии и абдукции. Модель причинно-следственных связей, используемая ДСМ-методом для этапов индукции и аналогии, может быть представлена графом, изображенным на рис. 2.

Автоматическое порождение гипотез о возможных причинах наличия или отсутствия целевых свойств у веб-пользователей происходит на этапе индукции. Гипотезы формируются отдельно для каждого целевого свойства на основе поиска общих фрагментов у пользователей, обладающих (или не обладающих) данным свойством, и представляют собой пару – фрагмент и свойство. Для каждого целевого свойства генерируются два множества гипотез: S^+ – гипотезы, являющиеся причиной наличия целевого свойства, и S^- – гипотезы, являющиеся причиной его отсутствия.

Результатом этапа индукции являются $2N$ множеств гипотез: $\Phi : C \rightarrow S$. Отображающая функция Φ для конечного множества $C(i)$ формирует $(S_n^+ \cup S_n^-) \in S$ ($n = \overline{1, N}$), которое является решением задачи D_{JSM} полученное в виде модели порождения гипотез ДСМ-методом (3)

$$B_{JSM} \subset C \times S. \quad (3)$$

На этапе аналогии порожденные гипотезы применяются с целью определения наличия или отсутствия целевых свойств у неопределенных примеров. Классифицированные неопределенные примеры пополняют множества положительных и отрицательных объектов. Этапы индукции и аналогии повторяются до тех пор, пока множества порождаемых гипотез не перестанут изменяться. После этого выполняется этап абдукции, на котором проверяется условие каузальной полноты – объясняют ли сформированные гипотезы исходные обучающие данные [11].

В результате определяются значения параметров, описывающих пользователя, по которым можно сделать предположение, например, о социальном статусе («низкий», «средний», «высокий»). Располагая данными о часовом поясе и IP-адресе, а также сеткой распределения IP-адресов между Интернет-провайдерами, можно выдвинуть гипотезу о географическом расположении

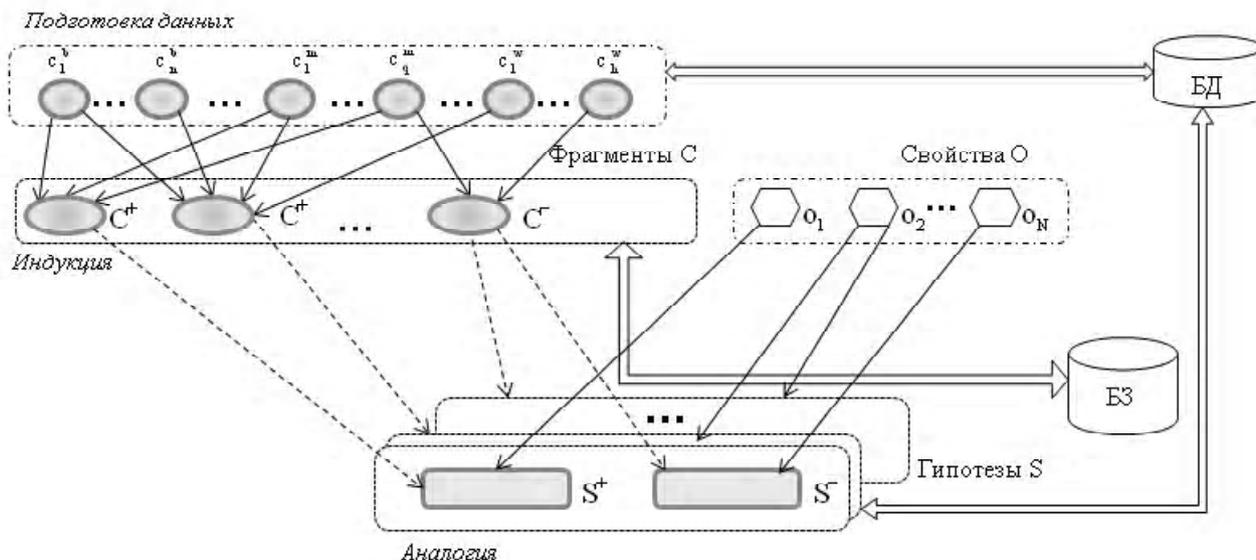


Рисунок 2 – Модель порождения гипотез ДСМ-методом

пользователя (город, область, страна). По времени соединения можно вычислить место соединения (домашнее или служебное помещение, Интернет-кафе и пр.). Анализируя статистику за продолжительный период времени, можно отделить пользователей стационарных компьютеров от мобильных, которые подключаются через разных провайдеров и из разных типов подсетей.

Также строится поведенческий граф с целью вычисления важности посещенных страниц. Каждое направленное ребро представляет переход между двумя вершинами, отражающими количество переходов в качестве веса страницы. Другими словами, граф переходов пользователей (4) является взвешенным графом с ребрами, содержащими вес веб-страницы и вершинами, в виде URL адреса страниц

$$G(i) = \langle V(i), W(i), T(i), TR(i), RS(i), \delta(i) \rangle, \quad (4)$$

где $V(i) = \{v_a(i)\}$ – множество вершин; $W(i) = \{w_{ab}(i)\}$ – множество весов; $T(i) = \{t_a(i)\}$ – время посещения; $TR(i) = \{tr_a(i)\}$ – глубина просмотра; $RS(i) = \{rs_a(i)\}$ – возврат в результаты поиска, принимает значение 0, если возврат не произошел, 1 – если возврат имел место быть; $\delta(i)$ – вероятность сброса небезопасных страниц; $(a, b = 1, \dots, K)$ – количество вершин в графе переходов.

Отображение $\Psi : G \rightarrow \mathfrak{R}$ позволяет для $\forall U(i)$ получить такое $\pi_i \in \mathfrak{R}$ (π_i – стационарная вероятность распределения процессов $X = \{X^t, t \geq 0\}$, X^t – страница, которую пользователь посетил во время t , ($t > 0$)), которое является решением задачи $D_{behavior}$, полученное в виде модели определения важности страниц: $B_{behavior} \subset G \times \mathfrak{R}$.

Иными словами, по времени посещения страницы, типу переходов и информации о поведении пользователя на выходе будет получено значение показателя важности страницы.

Таким образом, получаем информационный портрет пользователя $IPU(i) = [S(i), \mathfrak{R}(i)]$.

Отображение $\Upsilon : IPU \rightarrow R$ позволяет для множества IPU получить такое $r_i \in R$, которое является решением задачи D_{SOM} , полученное в виде модели категоризации пользователей (5):

$$B_{SOM} \subset IPU \times R. \quad (5)$$

Агентский блок представлен следующими множествами $MAS = \{A, E, Res\}$. Множество адаптивных агентов A может быть представлено в виде $A = \{A_{user}, A_{expert}, A_{data}\}$, среда E представляет собой программную платформу для выполнения агентов и предоставляет функциональность для создания/уничтожения агентов, для приема/передачи сообщений; Res – объектная модель документов в виде графа (6)

$$Res = \langle X, Arc, \Lambda \rangle, \quad (6)$$

где $X = \{X_a\}$ – множество вершин графа, представляющее страницы сайта, каждая страница $X_a = \{x\}$ представлена множеством информационных элементов: текстовые блоки, меню, ссылки, графические элементы и т. д. ($x = \{1, \dots, |x|\}$ –), Arc – множество дуг графа, при этом дуга $arc = (a, b)$ принадлежит графу только, если направление предполагается заданным от вершины a к вершине b ($a, b = 1, \dots, \Delta$ – количество вершин графа Res), $\Lambda = \{\lambda_c\}$ – множество интерфейсов веб-ресурсов Res , ($c = 1, \dots, \Omega$) – количество образов веб-интерфейсов.

Блок накопления и анализа информации включает базу данных (БД), хранящую множества $C = [C^1, C^2, \dots, C^k]$, множество Интернет-пользователей U , целевые свойства O , множество информационных портретов пользователей IPU , а также базу знаний (БЗ), содержащую общие закономерности о возможных при-

чинах наличия (отсутствия) целевых свойств и информации, являющуюся результатом накопленного опыта.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Поведенные эксперименты хорошо согласуются с предлагаемой моделью процесса персонализации. Распараллеливание осуществлено с помощью технологий OpenMP и MS MPI на языке программирования C++ в операционной системе Microsoft Windows Compute Cluster Server 2003 на четырехядерных вычислителях Intel Core 2 Quad CPU Q8200 @2.33GHz. Веб-интерфейс реализован с помощью языка гипертекстовой разметки HTML, каскадных таблиц стилей CSS и скриптового языка JavaScript. Программное обеспечение для мобильных агентов реализовано на платформе .NET Framework с использованием языка C# для операционной системы Windows и Windows Mobile. Язык JavaScript позволил получить максимально полную информацию о стране пользователя, которая применялась для автоматической локализации страницы, а также размеры дисплея, что позволило автоматически перестраивать ресурс в зависимости от них.

Кластеризация пользователей является одной из самых трудоемких подзадач при веб-персонализации, поскольку требуется обработка большого объема данных. Поэтому для ускорения вычислений самоорганизующиеся карты Кохонена были адаптированы под SMP системы. Для проведения вычислительных экспериментов использована база данных компании Маркет Репорт [12]. Было подано множество образцов $IPU = \{IPU^1, \dots, IPU^M\}$, где $IPU^j = (ipu_1^j, \dots, ipu_m^j)^T$, $j = \overline{1, M}$. Сеть состоит из одного слоя, имеет m входных нейронов, соответствующих координатам рассматриваемых образцов, и k^2 выходных нейронов, представляющих собой квадратную решетку размером $k \times k$.

Параллельная реализация на системах с общей памятью, включающих p вычислителей, основана на одновременной работе максимально возможного количества нейронов в одной группе $Group_{\max}(p, k)$. Количество операций последовательного алгоритма обучения ней-

ронной сети выражается следующим соотношением

$$Op_1 = 6 + T \left(8 + M \left(2 + 21k^2m + 3 \sum_{i=2}^{k^2} \frac{1}{i} \right) \right),$$

параллельного алгоритма соответственно выражением

$$Op_p = 6 + T \left(8 + M \left(2 + 21Group_{\max}(p, k)m + 3 \sum_{i=2}^{Group_{\max}(p, k)} \frac{1}{i} + 3 \sum_{i=2}^p \frac{1}{i} + (3m + 2)p \right) \right).$$

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты моделирования параллельной реализации сети Кохонена для 250 посетителей веб-ресурса приведены на рис. 3.

На рис. 3а темным цветом отмечены украинские посетители, светлым цветом – зарубежные пользователи. Из рисунка видно, что все пользователи разбиты на 4 кластера, причем большинство посетителей сосредоточено в одном кластере. Экспериментальный анализ показал, что для параллельной реализации кластеризации пользователей наиболее целесообразно выбирать количество ускорителей p кратное величине k^2 . Таким образом, наибольший выигрыш по времени получается в том случае, когда в зависимости от размерности входных данных выбрана соответствующая конфигурация вычислительной системы (рис. 3б, 3в).

Для разработанного веб-ресурса на основе выявленной категории пользователей с помощью самоорганизующейся сети Кохонена осуществлена адаптация информационного наполнения сайта (рис. 4).

Для пользователей, первый раз посетивших веб-ресурс, отображается стартовая страница. В зависимости от полученных данных о пользователе (страна, размер дисплея, пол, возраст и т. д.) на главную страницу выносятся различные разделы. Так, на рис. 4 а для посетителя мужского пола можно заметить, что в области, обозначенной схематически цифрой 2, есть раздел «Спорт».

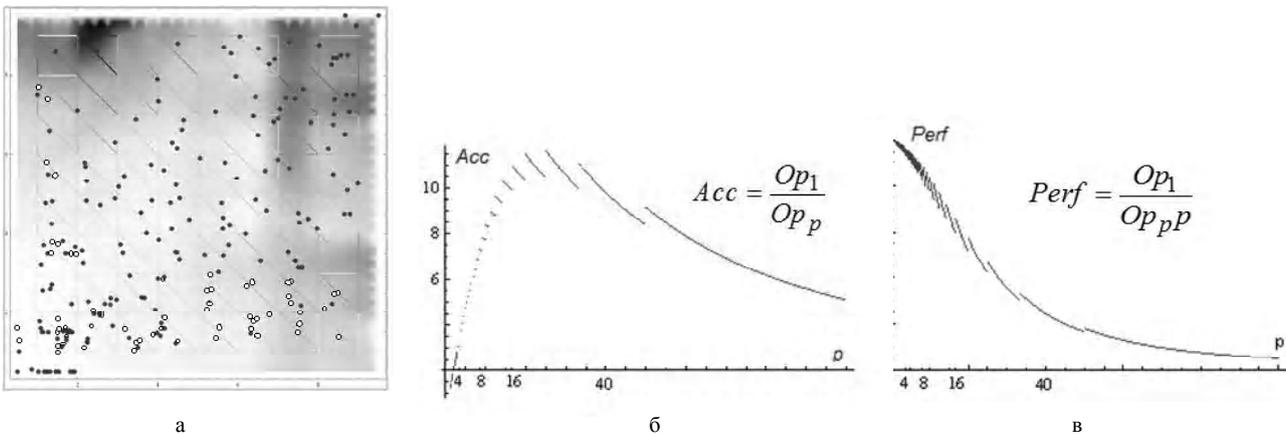


Рисунок 3 – Результаты кластеризации: а – визуализация данных на основе прямоугольных кусочно-гладких карт Кохонена; б – график ускорения; в – график эффективности; для ускорения используется величина Acc; для эффективности Perf

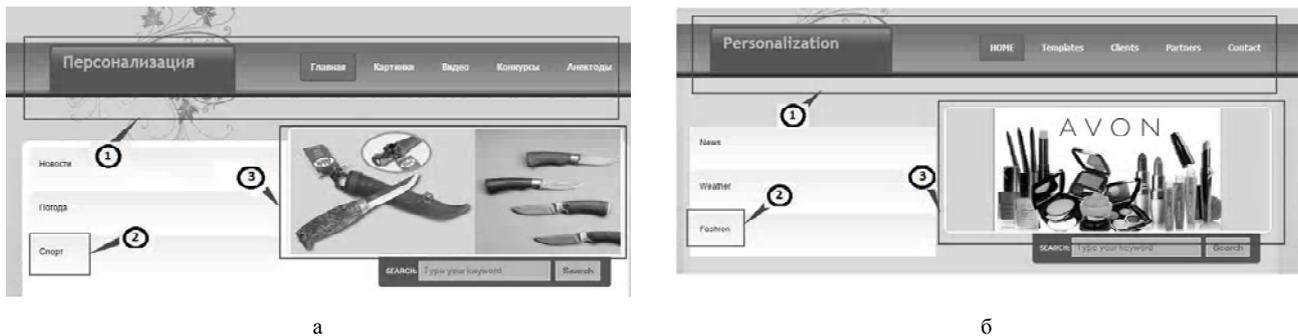


Рисунок 4 – Персоналізація: а – для молодих чоловіків, місцежителів яких Україна, пропонується реклама ножів; б – для дівчаток, проживаючих за кордоном, пропонується реклама косметики

В то же время, как показано на рис. 4б, для женской аудитории скрыт этот раздел и добавлен раздел «Мода», от выбранного пользователем цвета, подстроен фон сайта.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Предложенный на основе обобщенной модели метод позволяет решать комплексную задачу адаптации веб-портала совместно с предоставлением специализированных услуг в отличие от подходов, в которых Интернет-портал постоянно совершенствуется, опираясь на информационную потребность пользователя. Предложенный метод отличается тем, что кластеризация пользователей выполнена благодаря построенным информационным портретам на основе выдвинутых гипотез о наличии или отсутствии определенных свойств пользователя и с учетом посещения им интересных страниц, в отличие от подходов, в которых кластеризация пользователей осуществляется на основании сходства сеансов во времени посещения веб-страниц, обнаружения шаблонов поведения по историческим веб-сессиям и с использованием метода роевого интеллекта [1–5].

Эффективность использования предложенного метода при увеличении количества посетителей Интернет-портала повысится, если в конфигурации вычислительной системы увеличить количество вычислителей до величины, кратной размерности карты Кохонена. При этом целесообразно увеличить количество персональных агентов, которые смогут адаптироваться под инцидент персонализированного общения с клиентом для более длительного удержания его на сайте.

ВЫВОДЫ

В работе решена актуальная задача персонификации веб-портала, предоставляющего бизнес услуги.

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что получила дальнейшее развитие обобщенная модель адаптации специализированного веб-портала, которая в отличие от существующих, описывает взаимодействие веб-интерфейса, блока интеллектуальных методов, агентского блока, блока накопления и анализа опыта, благодаря сочетанию интеллектуального анализа данных для решения задач предоставления сервиса, адаптации самоорганизующихся карт Кохонена под симметричные мультипроцессоры для параллельной категоризации большого количества Интернет-пользователей, динамического распределения ролей между агента-

ми для управления различными инцидентами в зависимости от предоставляемого сервиса, что позволяет улучшить качество обслуживания, ускорить информационный поиск, исключить неинтересные страницы, а также дольше удерживать клиентов за счет учета предпочтений пользователей. Впервые предложена объектная модель документов Веб-портала в виде графа, в которой в качестве узлов выступают страницы и их составные элементы, каждый из которых является потомком и/или предком другого элемента, а дуги – переходы между ними, благодаря чему можно определить путь до элементов, содержащих интересующую пользователя информацию, что позволило персонализировать контент сайта. Также в работе впервые предложен метод персонализации Интернет-сервиса, в котором выявление причинно-следственных закономерностей обусловило возможность выработки гипотез о наличии или отсутствии определенных свойств пользователя; на основе собранной о нем информации, по его серфингу в Интернете построен информационный портрет пользователя, благодаря которому осуществлена ускоренная кластеризация пользователей, что позволило настраивать контент, осуществлять консультации в режиме реального времени, предоставлять актуальную информацию по различным аспектам предлагаемого сервиса.

Практическая значимость полученных результатов заключается в том, что разработано программное обеспечение и веб-интерфейс, реализующие предложенные модели и метод, используемые при проведении вычислительных экспериментов по верификации модели, оценки адекватности и исследованию свойств моделей и метода. Разработанный веб-ресурс позволяет настраивать информационное наполнение (навигацию, поисковую поддержку, персонализацию веб-приложений, веб-рекламу и т.д.) в зависимости от состояния внешней среды и от индивидуальных предпочтений пользователя, а также позволяет рекомендовать предложенные модели и метод для построения систем, направленных на продвижение товаров и услуг в сети, предоставление различных сервисов или отдельных его составных частей, для развития бизнеса. В результате собранной и проанализированной информации о пользовательских предпочтениях сформированы кластеры пользователей со схожими свойствами, благодаря чему осуществлена персонализация Web-пространства.

Перспективи дальніших досліджень заключаються в тому, щоб прискорити обробку персональних даних користувачів великого обсягу з використанням розподіленої файлової системи Hadoop, а також здійснити персоналізацію веб-ресурсу для кожного користувача з урахуванням його уподобань.

БЛАГОДАРНОСТІ

Отримані результати відповідають проблематиці державної теми «Еволюційні гібридні системи висхідного інтелекту з змінною структурою для інтелектуального аналізу даних», розділ «Еволюційні гібридні методи і моделі інтелектуальної обробки інформації з змінною структурою в умовах неопределенності» (№ ДР 011U000458).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Xiao J. Clustering of web users using session-based similarity measures / J. Xiao, Y. Zhang // *Computer Networks and Mobile Computing*, 2001. Proceedings. 2001 International Conference on. – IEEE, 2001. – P. 223–228. DOI: 10.1109/ICCNMC.2001.962600
- Chen L. COWES: Web user clustering based on evolutionary web sessions / L. Chen, S. S. Bhowmick, W. Nejd // *Data & Knowledge Engineering*. – 2009. – Vol. 68, No. 10. – P. 867–885. DOI: 10.1016/j.datak.2009.05.002
- Selvakumar K. Enhanced K-Means Clustering Algorithm for Evolving User Groups / K. Selvakumar, L. S. Ramesh, A. Kannan // *Indian Journal of Science and Technology*. – 2015. – Vol. 8, No. 24. – P. 1. DOI: 10.17485/ijst/2015/v8i24/80192
- Ganesan S. Evolving interest based user groups using PSO algorithm / S. Ganesan, A. I. U. Sivaneri, S. K. Selvaraju // *Recent Trends in Information Technology (ICRTIT)*, 2014 International Conference on. – IEEE, 2014. – P. 1–6. DOI: 10.1109/ICRTIT.2014.6996196
- Андреева К. А. Применение нейронной сети Кохонена для классификации web-страниц информационно-поисковой системой сайтов / К. А. Андреева, Р. С. Шайдунов, Е. П. Моргунов // *Актуальные проблемы авиации и космонавтики*. – 2015. – Т. 1, № 11 – С. 380–381.
- Zerhari B. 'Big data clustering: Algorithms and challenge' / B. Zerhari, A. A. Lahcen, S. Mouline // *Proc. of Int. Conf. on Big Data, Cloud and Applications (BDCA'15)*. – 2015.
- Kurasova O. Strategies for big data clustering / O. Kurasova et al. // *2014 IEEE 26th International Conference on Tools with Artificial Intelligence*. – IEEE, 2014. – С. 740–747. DOI: 10.1109/ICTAI.2014.115
- Axak N. Development of multi-agent system of neural network diagnostics and remote monitoring of patient / N. Axak // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2016. – 4/9 (82) – P. 4–11. DOI: <http://dx.doi.org/10.15587/1729-4061.2016.75690>
- Axak N. Decision support system for intelligent site / N. Axak, S. Korgut, P. Komoda // *Elektronika (LIV)*. – 2013. – No. 8. – P. 52–59.
- Аншаков О. М. ДСМ-метод: теоретико-множественное объяснение / О. М. Аншаков // *НТИ. Сер. 2*. – 2012. – № 9.
- Финн В. К. Индуктивные методы Д. С. Милля в системах искусственного интеллекта. Часть I / В. К. Финн // *Искусственный интеллект и принятие решений*. – 2010. – № 3. – С. 3–21.
- Shklovets A. V. Visualization of high-dimensional data using two-dimensional self-organizing piecewise-smooth Kohonen maps / A. V. Shklovets, N. G. Axak // *Optical Memory and Neural Networks*. – 2012. – Vol. 21, No. 4. – P. 227–232. DOI: 10.3103/S1060992X12040066.

Статья поступила в редакцию 25.04.2017.
После доработки 20.06.2017.

Аксак Н. Г.

Канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры электронных вычислительных машин Харьковского национального университета радиотехники, Харьков, Украина

РОЗРОБКА СИСТЕМИ ПЕРСОНАЛІЗАЦІЇ СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО ВЕБ-ПОРТАЛУ

Актуальність. Вирішено актуальне завдання персоналізації веб-порталу, який надає бізнес-сервіси (телемедицина, консультації, віддалений моніторинг, дистанційна освіта і т.д.).

Мета роботи – розробка системи персоналізації веб-порталу, який надає спеціалізовані послуги, що дозволяє враховувати переваги користувачів з метою поліпшення якості обслуговування, прискорення інформаційного пошуку, виключення нецікавих сторінок, а також утримання клієнтів.

Метод. Запропоновано узагальнену модель процесу персоналізації Інтернет-сервісу, в якій на основі поєднання агентських і нейронних технологій запропонований метод адаптації веб-ресурсу, що автоматично генерує контент для певних категорій Інтернет-користувачів. Також запропонована об'єктна модель документів сайту у вигляді графа для пошуку актуальної інформації, що дозволило здійснити персоналізацію. Використання мультиагентної структури дозволило здійснити взаємодію компонентів розробленої моделі. Метод включає сукупність наступних дій: автоматичне вироблення гіпотез, що дає можливість визначити наявність або відсутність цільових властивостей користувача; аналіз поведінки користувача на його серфінгу в Інтернеті, що дозволяє видавати більш релевантні результати; побудова інформаційного портрета для збору статистично значущої сукупності інформаційних характеристик з метою планування подальших дій; паралельна кластеризація користувачів з використанням самоорганізуючих карт Кохонена з метою прискорення обробки великих даних. Для прискорення обчислень самоорганізуючі карти Кохонена адаптовані під симетричні мультипроцесорні системи. Показано, що для зменшення часу обчислень необхідно вибирати конфігурацію обчислювальної системи кратну розмірності вхідних даних.

Результати. Розроблено програмне забезпечення та веб-інтерфейс, що реалізують запропоновані моделі і метод, що використовуються при проведенні обчислювальних експериментів по верифікації моделі, оцінці адекватності, дослідженню властивостей моделі та методу.

Висновки. Проведені експерименти підтвердили працездатність запропонованих моделей та методів. Застосування сукупності методів і засобів може бути використано на практиці для просування товарів і послуг в мережі, для надання різних сервісів або окремих його складових частин, для розвитку бізнесу.

Ключові слова: персоналізація, ДСМ-метод, нейронна кластеризація, мультиагентна система, інформаційний портрет користувача.

Axak N. G.

PhD, Associate professor, Professor of Department of Electronic Computers, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine

DEVELOPMENT OF PERSONALIZATION SYSTEM OF SPECIALIZED WEB PORTAL

Context. The actual task of personifying a Web portal providing business services (telemedicine, consultations, remote monitoring, distance education, etc.) has been solved.

Objective - development of a personalization system for a web portal that provides specialized services, which allows to take into account preferences of users for the improvement of quality of service, an acceleration of information search, an exception of uninteresting pages, and a customer retention.

Method. The generalized process personalization model of Internet service is offered. The method of adaptation of the Web-resource based on the combination of agent and neural network technologies is proposed in a model which automatically generates content for certain categories of Internet users. The document object model of site in a graph form to search of relevant information was proposed that allows the site personalization. The use of multi-agent structure allowed to realize interaction of the components of the developed model. The method includes the following actions: automatic generation of hypotheses, which determines the presence or absence of target properties of the user; analysis of the user's behavior on his surfing the Internet that allows to give more relevant results; construction of information portrait for collection statistically significant set of information characteristics for the purpose of planning of further actions; parallel clustering of users with use of the self-organizing Kohonen maps for the purpose of an acceleration of processing big data. The self-organizing Kohonen maps are adapted to symmetric multiprocessing system for accelerating computations. Thus, the configuration of the computing system shall be a multiple of the dimension of the input data for reduction of computation time.

Results. For the proposed models and method, software and a web interface are developed. They are used to realization computing experiments to verification of the models, valuation of the adequacy and study the properties of the model and method.

Conclusions. The conducted experiments have confirmed the proposed models and methods. The use of a set of methods and tools can be used in practice to promote goods and services in the network, to provide various services or individual parts of it, for business development.

Keywords: personalization, JSM-method, neural network clustering, multi-agent system, informative portrait of user.

REFERENCES

1. Xiao J., Zhang Y. Clustering of web users using session-based similarity measures, *Computer Networks and Mobile Computing, 2001. Proceedings. 2001 International Conference on. IEEE, 2001*, pp. 223-228. DOI: 10.1109/ICCNMC.2001.962600.
2. Chen L., Bhowmick S. S., Nejd W. COWES: Web user clustering based on evolutionary web sessions, *Data & Knowledge Engineering*, 2009, Vol. 68, No. 10, pp. 867-885. DOI: 10.1016/j.datak.2009.05.002.
3. Selvakumar K., Ramesh L. S., Kannan A. Enhanced K-Means Clustering Algorithm for Evolving User Groups, *Indian Journal of Science and Technology*, 2015, Vol. 8, No. 24, P. 1. DOI: 10.17485/ijst/2015/v8i24/80192.
4. Ganesan S., Sivaneri A. I. U., Selvaraju S. K. Evolving interest based user groups using PSO algorithm, *Recent Trends in Information Technology (ICRTIT), 2014 International Conference on, IEEE, 2014*, pp. 1-6. DOI: 10.1109/ICRTIT.2014.6996196.
5. Andreeva K. A., Shajdurov R. S., Morgunov E. P. Primenenie nejronnoj seti Kohonena dlja klassifikacii web-stranic informacionno-poiskovoj sistemoj sajtoj, *Aktual'nye problemy aviacii i kosmonavтики*, 2015, Vol. 1, No. 11, pp. 380-381.
6. Zerhari B., Lahcen A. A., Mouline S. Big data clustering: Algorithms and challenge, *Proc. of Int. Conf. on Big Data, Cloud and Applications (BDCA'15)*, 2015.
7. Kurasova O. et al. Strategies for big data clustering, *2014 IEEE 26th International Conference on Tools with Artificial Intelligence, IEEE, 2014*, pp. 740-747.
8. Axak N. Development of multi-agent system of neural network diagnostics and remote monitoring of patient, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2016, 4/9 (82), pp. 4-11.
9. Axak N., Korgut S., Komoda P. Decision support system for intelligent site, *Elektronika (LIV)*, No. 8/2013, pp. 52-59.
10. Anshakov O. M. DSM-metod: teoretiko-mnozhestvennoe ob#jasnenie, *NTI. Ser. 2*. 2012, № 9.
11. Finn V. K. Induktivnye metody D.S. Millja v sistemah iskusstvennogo intellekta. Chast' I, *Iskusstvennyj intellekt i prinjatje reshenij*, 2010, No. 3, pp. 3-21.
12. Shklovets A. V., Axak N. G. Visualization of high-dimensional data using two-dimensional self-organizing piecewise-smooth Kohonen maps, *Optical Memory and Neural Networks*, 2012, Vol. 21, No. 4, pp. 227-232. DOI: 10.3103/S1060992X12040066.

ОБОБЩЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МИКРОПРОГРАММНОГО АВТОМАТА НА СЧЕТЧИКЕ

Актуальность. Решена задача разработки структурных модификаций микропрограммного автомата на счетчике, которые могут способствовать снижению аппаратных затрат в логической схеме микропрограммного автомата по сравнению с известными структурами.

Цель работы – обобщение структурных особенностей микропрограммного автомата на счетчике с использованием математической модели на основе промежуточной алгебры переходов.

Метод. Проанализирована известная математическая модель микропрограммного автомата на счетчике, основанная на представлении функции переходов в виде двух частичных функций. Использование в структуре автомата инкрементного счетчика выражается в данной модели промежуточной алгеброй переходов, сигнатура которой образована единственной функцией инкремента. При этом аргументом функции является код текущего состояния автомата, интерпретируемый как целое число без знака. Для рассмотренной математической модели сделан ряд обобщений в части количества промежуточных алгебр переходов, их сигнатур и носителей. Проанализированы изменения в математической модели и структуре автомата на счетчике, являющиеся следствием сделанных обобщений.

Результаты. На основании сделанных обобщений получены обобщенная структурная схема и математическая модель микропрограммного автомата с неканоническим способом реализации функции переходов. Проведены экспериментальные исследования эффективности разработанной обобщенной структуры МПА по критерию аппаратных затрат.

Выводы. Полученные в данной работе результаты могут быть использованы при разработке новых структур и формальных методов синтеза микропрограммных автоматов с неканонической реализацией функции переходов, ориентированных на оптимизацию аппаратных затрат в логической схеме автомата.

Ключевые слова: микропрограммный автомат на счетчике, математическая модель, промежуточная алгебра переходов, аппаратные затраты.

НОМЕНКЛАТУРА

МПА – микропрограммный автомат;
 КС – комбинационная схема;
 МХ – мультиплексор;
 РП – регистр памяти;
 СФМО – схема формирования микроопераций;
 ГСА – граф-схема алгоритма;
 ЛПС – линейная последовательность состояний;
 ПК – прямой код;
 ДК – дополнительный код;
 T – структурный (двоичный) код текущего состояния;
 T_i – разряд структурного кода текущего состояния;
 R – разрядность кода состояния;
 X – множество входных сигналов;
 Y – множество микроопераций, формируемых автоматом;
 δ – абстрактная функция переходов;
 d – структурная функция переходов (структурный код состояния перехода);
 D_i – разряд структурного кода состояния перехода;
 δ_i – частичная абстрактная функция переходов;
 d_i – частичная структурная функция переходов;
 G_δ – абстрактная алгебра переходов;
 G_d – структурная алгебра переходов;
 G_{δ_i} – абстрактная подалгебра переходов;
 G_{d_i} – структурная подалгебра переходов;
 G_I – промежуточная алгебра переходов;

A – множество состояний автомата;
 a_i – состояние автомата;
 $K_I(a_i)$ – промежуточный код состояния a_i ;
 A_{δ_i} – множество состояний, входящих в носитель подалгебры G_{δ_i} ;
 $K_I(A_{\delta_i})$ – множество промежуточных кодов состояний из множества A_{δ_i} ;
 O_{Inc} – операция инкремента;
 O_{Dec} – операция декремента;
 N_I – количество промежуточных алгебр переходов;
 $K_S(a_i)$ – структурный (двоичный) код состояния a_i ;
 x_i – входной сигнал автомата;
 $K_I(x_i)$ – промежуточный код входного сигнала x_i ;
 X_{δ_i} – множество входных сигналов, входящих в носитель подалгебры G_{δ_i} ;
 $K_I(X_{\delta_i})$ – множество промежуточных кодов входных сигналов из множества X_{δ_i} ;
 L_1 – блок логического сдвига на один разряд влево;
 Σ – сумматор;
 Z – сигнал управления мультиплексором;
 Z – структурный блок, формирующий сигнал Z (Z -подсхема).
 M – количество состояний автомата;
 B – количество переходов автомата;

N – количество микроопераций, формируемых автоматом;

E – эффективность МПА по критерию аппаратурных затрат;

k_1 – коэффициент минимизации аппаратурных затрат;

k_2 – доля автоматных переходов, реализуемых операционным способом;

k_3 – коэффициент эффективности использования блочной памяти ПЛИС FPGA.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из центральных узлов современных вычислительных систем является устройство управления, координирующее работу всех блоков системы [1]. Одним из способов реализации устройства управления является МПА, логическая схема которого характеризуется относительно высоким быстродействием при значительных аппаратурных затратах [2]. При этом актуальной научной задачей является разработка новых структур МПА, обладающих меньшими затратами аппаратуры по сравнению с известными структурами [2–4].

Одной из структурных разновидностей МПА является микропрограммный автомат на счетчике (С-автомат) [3]. В нем часть микропрограммных переходов реализуется каноническим способом по системе булевых уравнений, часть – с помощью инкрементного счетчика. Поскольку аппаратурные затраты в схеме счетчика не зависят от числа реализуемых с его помощью автоматных переходов, выигрыш в аппаратурных затратах в логической схеме МПА со счетчиком возрастает с увеличением доли таких переходов.

В настоящей работе для микропрограммного автомата на счетчике предлагается ряд обобщений, приводящих к различным структурным модификациям. Целью работы является формализация данных обобщений на уровне математических и структурных моделей.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основной научной задачей, решаемой в данной работе, является разработка новых модификаций формальной математической модели автомата на счетчике, при-

водящих к соответствующим модификациям структуры автомата. Модификации математической модели представлены в виде обобщений, логически следующих из структурных особенностей автомата. Данную задачу следует рассматривать как часть более общей научно-практической задачи разработки новых структур и методов синтеза микропрограммных автоматов, способствующих уменьшению аппаратурных затрат в логической схеме автомата.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Структурная схема автомата на счетчике приведена на рис. 1 [5]. Здесь комбинационная схема $КС_{d_1}$ представляет собой R -разрядный инкрементор, где R – разрядность структурного (двоичного) кода состояния автомата. На вход инкрементора подается код текущего состояния T , на выходе формируется т.н. частичная структурная функция переходов, обозначенная символом d_1 . Термин «частичная» подразумевает, что с помощью инкрементора реализуется лишь часть переходов автомата, причем, согласно [3], выигрыш в аппаратурных затратах при использовании С-автомата по сравнению с каноническим МПА [2] оказывается тем выше, чем большая доля переходов реализуется данным способом. Под термином «структурная» следует понимать представление аргументов и значений функции в виде векторов структурного (двоичного) алфавита.

Вторая часть переходов реализуется блоком $КС_{d_2}$, который синтезируется по системе булевых уравнений аналогично схеме формирования переходов в каноническом МПА [2] и формирует частичную структурную функцию переходов d_2 на основании кода T и множества структурных входных сигналов $X = \{x_1, \dots, x_L\}$.

Выходы блоков $КС_{d_1}$ и $КС_{d_2}$ поступают в R -разрядный мультиплексор MX , формирующий структурную функцию перехода d , соответствующую коду состояния перехода автомата. Управление мультиплексором осуществляется блоком $КС_{inc}$ в соответствии со значениями сигналов T и X . Сигнал Inc принимает нулевое значе-

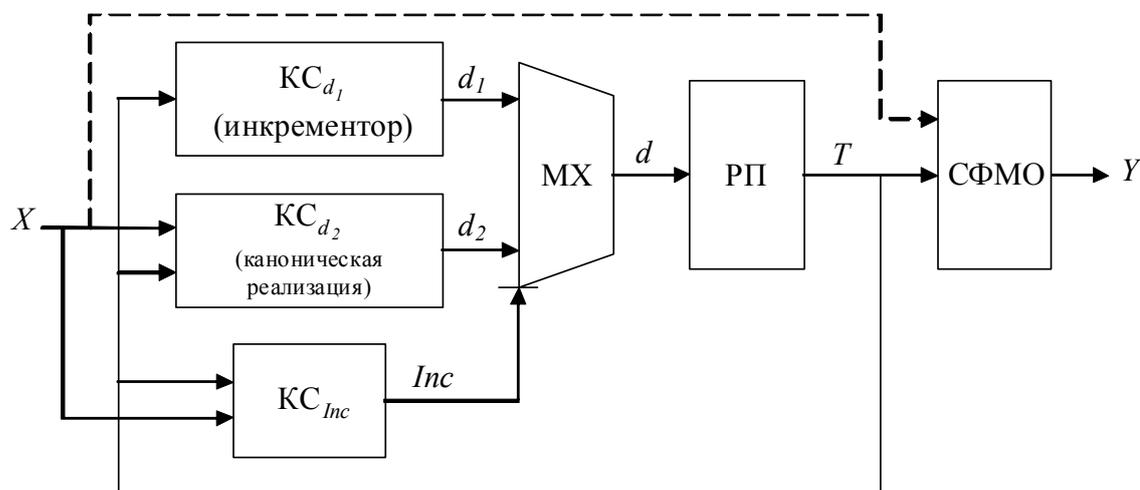


Рисунок 1 – Структурная схема автомата на счетчике

ние при переходах, реализуемых функцией d_1 , и единичное значение при переходах, реализуемых функцией d_2 .

Также в структуру входят регистр памяти и схема формирования микроопераций, назначение и архитектура которых аналогичны канонической структуре МПА [2]. Наличие связи, показанной пунктиром, позволяет считать данную структуру автоматом Мили, отсутствие – автоматом Мура.

В работе [5] предложена математическая модель автомата на счетчике, основанная на представлении функции переходов автомата в виде двух частичных функций и представляемая следующей системой изоморфизмов алгебр:

$$\begin{cases} G_{\delta} \leftrightarrow G_d; \\ G_{\delta_1} \leftrightarrow G_I \leftrightarrow G_{d_1}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь каждая алгебра представляет собой совокупность сигнатуры и носителя [6, 7]. Структура алгебр подробно рассмотрена в [5]. Сигнатура каждой алгебры образована соответствующей функцией, носитель – множествами ее аргументов и значений.

Изоморфизм $G_{\delta} \leftrightarrow G_d$ устанавливает взаимно-однозначное соответствие между абстрактным автоматом (задаваемым, например, в форме ГСА, [2]) и структурным C -автоматом. Это выражается в том, что каждому состоянию и входному сигналу автомата ставится в соответствие уникальный структурный код, а каждому переходу в абстрактном автомате – единственный переход в структурном автомате. В C -автомате существование данного изоморфизма не зависит от способа разбиения функции переходов автомата на частичные функции [5].

Второй изоморфизм в системе (1) включает в себя три изоморфизма: $G_{\delta_1} \leftrightarrow G_{d_1}$, $G_{\delta_1} \leftrightarrow G_I$ и $G_I \leftrightarrow G_{d_1}$. Подалгебры G_{δ_1} и G_{d_1} соответствуют той части переходов автомата, которая реализуется с помощью инкрементора. Возможность использования инкрементора обеспечивается существованием изоморфизмов данных подалгебр с промежуточной алгеброй переходов G_I , сигнатура которой образована функцией инкремента, а носитель представляет собой подмножество натуральных чисел. Это вызвано тем, что в используемая в C -автомате операция инкремента O_{Inc} определена для скалярных величин. Согласно [3], в процессе синтеза C -автомата на этапе формирования линейных последовательностей состояний каждое состояние $a_i \in A$, входящее в носитель подалгебры G_{δ_1} , получает уникальный «скалярный» (промежуточный) код $K_I(a_i)$ из множества натуральных чисел. «Скалярные» коды назначаются всем состояниям, переходы в которые или переходы из которых выполняются с помощью операции инкремента. Таким образом, результатом кодирования состояний, присутствующих в носителе подалгебры G_{δ_1} , является множество скалярных кодов $K_I(A_{\delta_1})$. Состояния, отсутствующие в носителе G_{δ_1} , «скалярных» кодов не получают.

Таким образом, носитель алгебры переходов G_I содержит множество $K_I(A_{\delta_1})$, сигнатура – операцию O_{Inc} :

$$G_I = \langle \{K_I(A_{\delta_1})\}, \{O_{Inc}\} \rangle. \quad (2)$$

В данном выражении операция O_{Inc} есть множество кортежей вида

$$\langle K_I(a_i), K_I(a_j) \rangle, \quad (3)$$

где $K_I(a_i), K_I(a_j) \in K_I(A_{\delta_1})$. Поскольку множество входных сигналов X не является аргументом операции O_{Inc} , оно отсутствует в носителе алгебры G_I , а его элементы – в кортеже (3).

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Сделаем для автомата на счетчике ряд обобщений.

Обобщение 1. В сигнатуре промежуточной алгебры переходов может использоваться операция, отличная от операции инкремента.

В процессе синтеза C -автомата при кодировании состояний в исходной ГСА выделяют т.н. линейные последовательности состояний (ЛПС), в пределах которых переходы выполняются с помощью операции инкремента [4]. Кодирование состояний в пределах ЛПС выполняется в естественном порядке – так, чтобы десятичная интерпретация кода каждого следующего состояния была на единицу больше, чем у предыдущего состояния.

Заметим, что ничто не мешает в пределах ЛПС выполнить кодирование состояний в порядке убывания десятичных значений кодов состояний, что позволит реализовывать соответствующие переходы с помощью операции декремента. При этом в выражении (2) операция инкремента O_{Inc} будет заменена операцией декремента O_{Dec} , а в структуре на рис. 1 блок KC_{d_1} будет представлять собой R -разрядный декрементор. Такой автомат может быть назван D -автоматом, а методика его синтеза подобна C -автомату.

В более общем случае можно утверждать, что в сигнатуре промежуточной алгебры переходов может использоваться любая операция над кодами состояний (не только инкремент или декремент). Операция может быть определена как на множестве промежуточных кодов состояний (сложение или вычитание с константой, умножение или деление на константу, возведение в квадрат, извлечение корня и т.п.), так и на множестве структурных (двоичных) кодов состояний (конъюнкция или дизъюнкция с константой, логический или циклический сдвиг, инверсия всех или отдельных битов и т.п.) Допустимо выполнение таких операций над частью двоичных разрядов кода состояния. Таким образом, никаких принципиальных ограничений на выбор операции, используемой в сигнатуре промежуточной алгебры, не существует.

Как было отмечено, эффективность C -автомата по аппаратным затратам обусловлена тем, что затраты аппаратуры в инкременторе не зависят (при фиксированной разрядности структурного кода состояния) от числа автоматных переходов, реализуемых данным блоком. Выдвинем подобное требование к любой операции, используемой в сигнатуре промежуточной алгебры переходов. Как и в случае C -автомата, эффективность

по аппаратурным затратам будет тем выше, чем большее число переходов реализуется посредством данной операции.

Обобщение 2. Алгебраический синтез автомата допускает использование нескольких промежуточных алгебр.

Пусть микропрограммный автомат Мура задан ГСА Γ_1 (рис. 2).

Выделим в Γ_1 две ЛПС: $\langle a_0, a_1, a_2, a_3 \rangle$ и $\langle a_0, a_4, a_5 \rangle$. Зададим состояниям промежуточные коды из множества натуральных чисел следующим образом: $K_I(a_0) = 2, K_I(a_1) = 3, K_I(a_2) = 4, K_I(a_3) = 5, K_I(a_4) = 1, K_I(a_5) = 0$. Можно заметить, что при данных значениях промежуточных кодов состояния переходы в пределах первой ЛПС могут быть выполнены с помощью операции инкремента, в пределах второй ЛПС – с помощью операции декремента. Переход из состояния a_5 с кодом 0 в состояние a_0 с кодом 2 не может быть выполнен с помощью одной из этих операций и должен быть реализован каноническим способом по системе булевых уравнений.

Таким образом, можно говорить о трех частичных функциях переходов: функция δ_1 определяет переходы внутри первой ЛПС, δ_2 – внутри второй ЛПС, δ_3 определяет «канонический» переход $a_5 \rightarrow a_0$. Подобное разбиение позволяет сформировать две промежуточных алгебры переходов, первая из которых определяется выражением (1), вторая – выражением (1), в котором O_{Inc} заменена на O_{Dec} . Соответственно, математическая модель полученного автомата, по аналогии с (1), представляется выражением (4).

$$\begin{cases} G_{\delta} \leftrightarrow G_d; \\ G_{\delta_1} \leftrightarrow G_{I_1} \leftrightarrow G_{d_1}; \\ G_{\delta_2} \leftrightarrow G_{I_2} \leftrightarrow G_{d_2}. \end{cases} \quad (4)$$

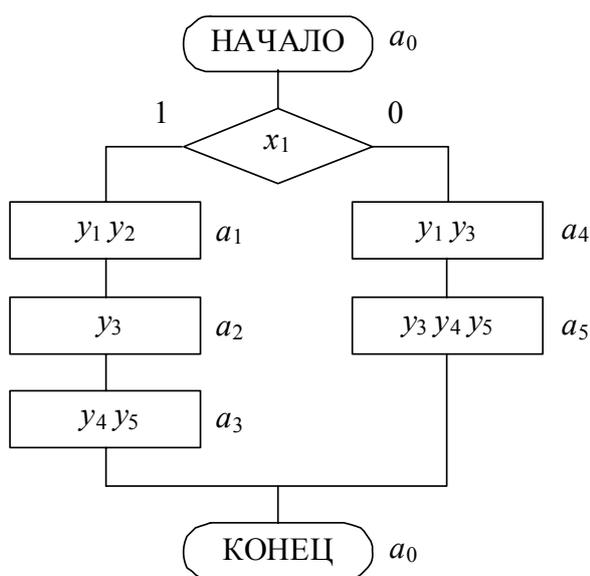


Рисунок 2 – Граф-схема алгоритма Γ_1

В общем случае количество промежуточных алгебр может быть больше двух (в предельном случае – равно количеству переходов автомата). При этом система (4) примет следующий вид:

$$\begin{cases} G_{\delta} \leftrightarrow G_d; \\ G_{\delta_1} \leftrightarrow G_{I_1} \leftrightarrow G_{d_1}; \\ \dots \\ G_{\delta_{N_I}} \leftrightarrow G_{I_{N_I}} \leftrightarrow G_{d_{N_I}}. \end{cases} \quad (5)$$

Отметим, что целесообразность использования нескольких промежуточных алгебр определяется, помимо выигрыша в аппаратурных затратах, сложностью синтеза автомата, связанной с поиском необходимого разбиения функции переходов на частичные функции, выбором операций и специальным кодированием состояний.

Обобщение 3. В промежуточных алгебрах допустимы различные интерпретации структурных кодов состояний.

В структурной алгебре переходов G_d код состояния есть битовый вектор, уникальный в рамках используемого множества структурных кодов состояний. В вычислительной технике битовый вектор рассматривается не только как уникальный набор битов, но и допускает различную числовую (скалярную) интерпретацию [8]. Такими интерпретациями могут быть: число с фиксированной запятой (без знака, в прямом, обратном или дополнительном кодах), число с плавающей запятой (нормализованное, денормализованное, различной точности), число в двоично-десятичном формате (упакованное, неупакованное) и другие.

При фиксированном количестве двоичных разрядов каждый из данных форматов соответствует некоторому множеству чисел, над которым может быть определено множество операций различной аности. При этом любая операция может быть реализована схемным путем в большинстве известных элементных базисов, зачастую допуская различные архитектурные варианты реализации, характеризующиеся затратами аппаратуры, быстродействием, регулярностью, универсальностью и т.д.

Один и тот же автоматный переход, рассматриваемый как преобразование одного структурного (двоичного) вектора в другой, может быть реализован при различных интерпретациях структурных кодов состояний. Пусть, например, для состояния a_i известен структурный код $K_S(a_i) = 11101011_2$. Данный код может интерпретироваться как целое без знака, равное 235_{10} , либо как целое в прямом коде, равное -107_{10} , либо как целое в дополнительном коде, равное -21_{10} .

Пусть в автомате выполняется переход из состояния a_i в состояние a_j , при котором требуется преобразовать код состояния $K_S(a_i) = 11101011_2 = 235_{10} = -107_{10} = -21_{10}$ в код $K_S(a_j) = 00010100_2 = 20_{10} = +20_{10} = +20_{10}$. Понятно, что в зависимости от числового формата кодов состояний будут использованы различные операции. Так, в беззнаковом десятичном формате такой опера-

ций будет сложение с константой 41_{10} , в прямом коде – сложение с константой $+127_{10}$, в дополнительном коде – сложение с константой $+41_{10}$. При этом каждая из этих операций дает в результате нужный битовый вектор $K_S(a_i) = 11101011_2$.

Более того, при использовании некоторого числового формата одно и то же преобразование двоичных векторов может быть выполнено с помощью различных операций. Так, преобразование кода $K_S(a_i) = -21_{10}$ в код $K_S(a_j) = +20_{10}$ может быть выполнено с помощью операций « $K_S(a_i) + 41_{10}$ », « $(K_S(a_i) + 1) \cdot (-1)$ », « $K_S(a_i) \cdot (-1) + 1$ ». Все эти операции, фактически, выполняют преобразование двоичного вектора 11101011 в вектор 00010100 .

Заметим, что в рассматриваемом примере наиболее быстрым и экономным способом преобразования $K_S(a_i) = 11101011_2$ в $K_S(a_j) = 00010100_2$ является операция поразрядной инверсии. Однако целесообразность использования той или иной операции зависит от того, какое суммарное количество автоматных переходов может быть реализовано с помощью данной операции в проектируемом МПА.

Обобщение 4. Входные сигналы автомата могут выступать в качестве аргументов операции, образующей сигнатуру промежуточной алгебры переходов.

В соответствии с обобщением 3, в промежуточной алгебре переходов структурный код состояния интерпретируется как некоторая скалярная или векторная величина. Вместе с тем свою интерпретацию могут иметь и структурные коды входных сигналов, причем интерпретации кодов состояний и входных сигналов могут как совпадать, так и быть различными.

Пусть некоторая ГСА Γ_2 , отмеченная состояниями автомата Мили, содержит фрагмент, изображенный на рис. 3. Данный фрагмент содержит два условных перехода из состояния a_1 , которым в каноническом МПА соответствуют два различных термина в системе булевых уравнений функции переходов.

В автомате на счетчике любой из этих переходов (но не оба сразу) может быть реализован с помощью операции инкремента, другой – каноническим способом. Способ реализации того или иного перехода определяет блок KC_{Inc} , реализующий функцию

$$Inc = Inc(T, X). \tag{6}$$

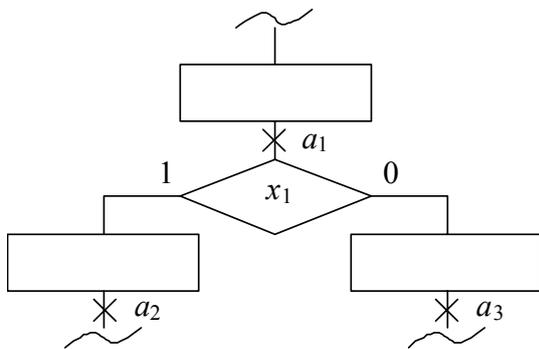


Рисунок 3 – Фрагмент ГСА Γ_2

Как и в каноническом МПА, в системе уравнений блока KC_{Inc} каждому переходу соответствует уникальный булев терм, включающий прямое или инверсное значение переменной x_j . В то же время на вход инкрементора сигналы X не поступают, поскольку не являются аргументами операции инкремента.

По аналогии с С-автоматом дадим кодам состояний скалярную интерпретацию в формате целых чисел без знака, получив таким образом множество промежуточных кодов состояний $K_I(a_i)$. Реализуем оба перехода из состояния a_1 с помощью одной операции O_1 , представляемой в виде интервальной функции (7).

$$O_1 = \begin{cases} K_I(a_i) \cdot 2, & x_1 = 1; \\ K_I(a_i) \cdot 2 + 1, & x_1 = 0. \end{cases} \tag{7}$$

Интерпретируем логическое значение переменной x_1 как скалярную величину в том же формате, что и промежуточные коды состояний. Таким образом, промежуточными кодами переменной x_1 могут быть коды $K_I(x_1) = 0_{10}$ или $K_I(x_1) = 1_{10}$. Это позволяет преобразовать выражение (7) к неинтервальному виду:

$$O_1 = K_I(a_i) \cdot 2 + K_I(x_1). \tag{8}$$

Пусть $K_I(a_1) = 5$. Тогда могут быть определены промежуточные коды состояний переходов $K_I(a_2)$ и $K_I(a_3)$: при $x_1 = 1$ получаем $K_I(a_2) = K_I(a_1) \cdot 2 + K_I(x_1) = 5 \cdot 2 + 1 = 11_{10}$, при $x_1 = 0$ получаем $K_I(a_3) = K_I(a_1) \cdot 2 + K_I(x_1) = 5 \cdot 2 + 0 = 10_{10}$. Результаты использования выражения (8) должны учитываться при кодировании остальных состояний ГСА.

Логическая схема блока KC_{O_1} , реализующая операцию O_1 , может быть такой, как на рис. 4. В ней блок « L_1 » реализует операцию логического сдвига R -разрядного структурного кода состояния на один разряд влево, что для беззнаковых целых чисел эквивалентно умножению на 2. Сумматор (блок « Σ ») организован таким образом,

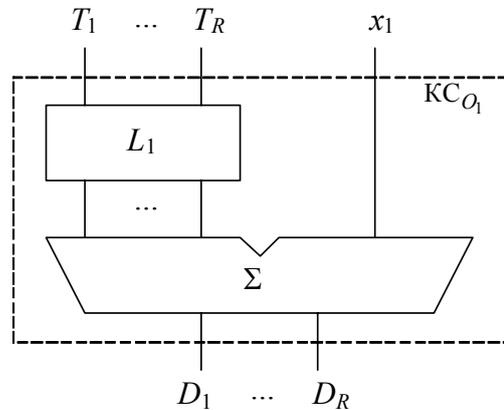


Рисунок 4 – Функциональная схема, соответствующая операции O_1

что значение сигнала x_1 прибавляется к младшему разряду кода текущего состояния.

Особенностью блока KC_{O_1} является то, что на его вход, помимо кода состояния T , подается входной сигнал x_1 , используемый в операции O_1 в качестве слагаемого и непосредственно влияющий на ее результат. Таким образом, в отличие от операции инкремента, O_1 является операцией условного перехода и должна выполняться автоматом при переходе из состояния a_1 независимо от текущего значения x_1 .

При использовании операций, подобных O_1 , в структуре автомата должен использоваться блок, управляющий мультиплексором подобно блоку KC_{Inc} в автомате на счетчике. Поскольку в нашем примере операция O_1 сопоставляется не отдельному автоматному переходу, а всем переходам из состояния a_1 , блок управления мультиплексором (назовем его Z -подсхемой) инициирует ее выполнение лишь по коду состояния a_1 , что в системе булевых уравнений Z -подсхемы соответствует единственному терму, образованному переменными T_1, \dots, T_R и не содержащему переменных из множества X . Если бы переходы из состояния a_1 (рис. 3) реализовывались двумя различными операциями, каждой из них соответствовал в системе уравнений Z -подсхемы соответствовал бы отдельный терм, образованный переменными T_1, \dots, T_R, x_1 . Таким образом, применение условных операций, использующих входные сигналы в качестве аргументов, может способствовать упрощению схемы управления мультиплексором. Однако при этом следует учитывать аппаратные затраты в схеме, реализующей условную операцию, которые могут нивелировать выигрыш в Z -подсхеме.

Как было отмечено при изложении обобщения 1, выигрыш в аппаратных затратах от использования операций оказывается тем выше, чем больше переходов реализует каждая операция. В отношении условных операций переходов, подобных O_1 , следует ожидать, что количество переходов, реализуемых такой операцией в рамках заданной ГСА, будет относительно небольшим (по сравнению с той же операцией инкремента). Однако, поскольку (исходя из обобщения 2) использование условных операций не исключает одновременного использования операций, не использующих входные сигналы в качестве аргументов, целесообразность подхода, определяемого обобщением 4, может следовать только из результирующих характеристик логической схемы автомата.

Способы использования входных сигналов в операциях переходов могут быть различными. Все способы интерпретации структурных кодов состояний (см. обобщение 3) в той или иной степени применимы и к структурным входным сигналам. В общем случае выбор способа интерпретации входных сигналов не является очевидным.

Если входные сигналы являются аргументами операции из сигнатуры промежуточной алгебры переходов, выражение (2), задающее данную алгебру, принимает следующий вид:

$$G_I = \langle \{K_I(A_{\delta_1}), K_I(X_{\delta_1})\}, \{O_1\} \rangle, \quad (9)$$

где операция O_1 формально представлена множеством векторов вида (10).

$$\langle K_I(a_i), K_I(a_j), K_I(x_k) \rangle, \quad (10)$$

в которых где $K_I(a_i), K_I(a_j) \in K_I(A_{\delta_1}), K_I(x_k) \in K_I(X_{\delta_1})$.

Обобщение 5. Количество промежуточных алгебр может совпадать с количеством частичных функций переходов.

В примере, приведенном для обобщения 2 (ГСА G_1 , рис. 2) переход из состояния a_5 в состояние a_0 при выбранных значениях промежуточных кодов состояний ($K_I(a_5) = 0, K_I(a_0) = 2$) не может быть выполнен с помощью операций инкремента или декремента, вследствие чего должен быть реализован каноническим способом по системе булевых уравнений.

Однако ничто не мешает для реализации данного перехода использовать третью операцию, результатом которой над аргументом 0 является значение 2. Согласно обобщению 2, данное преобразование может быть выполнено с помощью различных операций: сложение с константой 2, инверсия второго справа двоичного разряда и т.п. При этом в математическую модель автомата добавится третья промежуточная алгебра переходов, носитель которой образован промежуточными кодами состояний a_0 и a_5 , а сигнатура содержит выбранную операцию.

В результате все переходы автомата будут реализованы операционным способом, и не один переход не будет реализован каноническим способом по системе булевых уравнений. Хотя реализация единственного перехода с помощью отдельной операции с точки зрения аппаратных затрат обычно менее оптимальна, чем его каноническая реализация, ничто не мешает использовать данную операцию для реализации других переходов автомата. В общем случае допустимы ситуации, когда в автомате, содержащем сотни переходов, все без исключения переходы реализуются с помощью нескольких операций, каждая из которых обеспечивает реализацию нескольких десятков переходов. Поскольку затраты аппаратуры в логической схеме каждой из операций не зависят от количества реализуемых переходов, следует ожидать существенной экономии аппаратных затрат по сравнению с каноническим автоматом. Безусловно, данный подход требует разработки специальных методов синтеза МПА, включающих такие этапы, как выбор множества операций, разбиение функции переходов на частичные функции, кодирование состояний, схемная реализация операций и другие.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Сделанные обобщения позволяют построить обобщенную структуру микропрограммного автомата, использующего неканонические способы преобразования кодов состояний (рис. 5).

В данной структуре блоки $KC_{d_1}, \dots, KC_{d_{N_I}}$ соответствуют операциям, образующим сигнатуры N_I промежуточных алгебр.

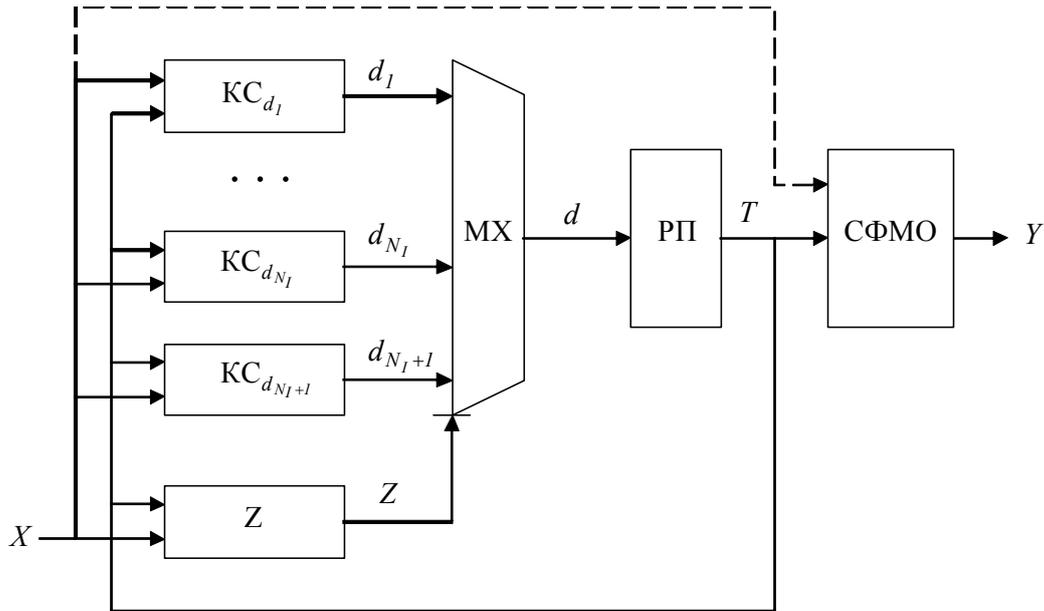


Рисунок 5 – Обобщенная структурная схема микропрограммируемого автомата, использующего неканонические способы преобразования кодов состояний

жуточных алгебр переходов. Согласно обобщению 1, каждый из этих блоков может имплементировать любую операцию, которая входит в сигнатуру промежуточной алгебры переходов. При этом аппаратные затраты в таком блоке не должны зависеть от количества переходов, реализуемых данным блоком. Блок $KC_{d_{N_I+1}}$ не отождествляется с промежуточной алгеброй переходов и реализует подмножество переходов автомата каноническим способом по системе булевых уравнений. Согласно обобщению 4, каждый из блоков $KC_{d_1}, \dots, KC_{d_{N_I}}$ может использовать входные сигналы автомата в качестве аргументов операции, реализуемой данным блоком.

Отметим, что в соответствии с обобщением 3 в каждой промежуточной алгебре переходов может использоваться свой способ интерпретации структурных кодов состояний, определяющий внутреннюю схемную реализацию соответствующего блока KC_{d_i} . Следует, однако, отметить, что, если несколько блоков используют одну и ту же интерпретацию структурных кодов состояний, существует возможность совместной реализации блоков, при которой один и тот же функциональный узел (например, сумматор) используется обоими блоками одновременно (метод обобщенных операторов, [9]). Данный подход может способствовать уменьшению аппаратных затрат в схеме автомата, а на структурном уровне приводит к представлению двух совместно реализуемых блоков KC_{d_i} и KC_{d_j} в виде одного блока с двумя выходами, каждый из которых соответствует своей частичной структурной функции переходов.

На основании обобщения 5 блок $KC_{d_{N_I+1}}$, реализующий часть переходов автомата каноническим способом, в частном случае может отсутствовать. Но поскольку на структурном уровне внутренняя архитектура блоков не детализируется, данный блок никак не выделяется среди других блоков KC_{d_i} .

Z-подсхема подобна блоку *Inc* в автомате на счетчике и формирует код Z, поступающий на управляющие входы мультиплексора. В результате, в каждом такте работы структурная функция перехода d принимает одно из значений d_1, \dots, d_{N_I+1} , представляющее собой структурный код состояния перехода.

В остальном данный автомат подобен автомату на счетчике. Наличие связи, показанной пунктиром, позволяет считать данную структуру автоматом Мили, отсутствие связи – автоматом Мура. Математическая модель данного автомата в части функции переходов задается выражением (5), в котором каждая промежуточная алгебра переходов формально представляется аналогично выражению (9).

Для МПА, изображенного на рис. 5, проведены экспериментальные исследования эффективности по критерию аппаратных затрат в сравнении с МПА с канонической структурой. Методология исследований изложена в [10] и тезисно определяется следующими положениями:

- эффективность структуры определяется отношением численно выраженной величины аппаратных затрат в эквивалентном каноническом МПА к величине аппаратных затрат исследуемой структуре МПА;
- экспериментальные исследования проведены с помощью VHDL-моделирования; в качестве среды моделирования использован САПР Xilinx Webpack v. 9.2;
- в качестве элементного базиса выбраны ПЛИС FPGA компании Xilinx; в качестве единицы измерения аппаратных затрат – таблицы поиска (LUT-элементы), являющиеся регулярными функциональными узлами данного класса ПЛИС;
- затраты аппаратуры в логической схеме МПА есть сумма затрат в каждом блоке структуры;
- для блоков, которые могут быть синтезированы в базисе запоминающих устройств, допускается реализация в базисе блочной памяти ПЛИС FPGA;

– аппаратурные затраты в блоке СФМО для обеих структур приняты одинаковыми.

Исследования проведены отдельно для автоматов Мура и Мили. Для каждого типа автоматов рассмотрены четыре класса сложности, определяемые значениями параметров M , R и B : автоматы малой сложности ($M=100$, $R=7$, $B=200$), средней сложности ($M=500$, $R=9$, $B=1000$), большой сложности ($M=1000$, $R=10$, $B=2000$) и сверхбольшой сложности ($M=2000$, $R=11$, $B=4000$).

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В табл. 1 приведены результаты исследований, отражающих зависимость эффективности МПА Мура со структурой, изображенной на рис. 5, от ряда параметров автомата [10].

Содержимое таблицы представляет собой выборку наборов значений параметров, при которых значение эффективности оказывается не ниже 1,10, что соответствует превышению аппаратурных затрат в каноническом МПА на 10% по сравнению с затратами в исследуемой структуре. Таким образом, для всех наборов значений параметров, приведенных в табл. 1, структура МПА, изображенная на рис. 5, по критерию аппаратурных затрат является эффективной, т.е. более предпочтительной, чем каноническая структура.

Анализ табл. 1 позволяет сделать следующие выводы:

– с увеличением сложности автомата возрастает количество микроопераций, при которых исследуемая структура остается эффективной (столбец N);

– в автоматах более высокой сложности допустимо использование большего количества операций переходов (столбец N_I);

– исследуемая структура остается эффективной в том случае, если после использования известных методов минимизации результирующие затраты аппаратуры в структурных блоках, синтезируемых по системе булевых уравнений, составляют около 90% от исходных (столбец k_1);

– обязательным условием эффективности исследуемой структуры является возможность операционной реализации не менее 90% автоматных переходов (столбец k_2);

– для исследуемой структуры относительная стоимость базиса блочной памяти ПЛИС FPGA по отношению к базису LUT-элементов составляет 0,1 (столбец k_3), что говорит о целесообразности использования данного базиса при синтезе блоков с малым числом входных сигналов, которые могут быть реализованы в базисе запоминающих устройств.

Сделанные выводы позволяют оценить область эффективного применения структуры МПА, изображенной на рис. 5, а также могут быть учтены при разработке формализованных методов синтеза данной структуры.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Сделанные в работе обобщения для автомата на счетчике могут быть использованы при разработке новых структур и методов синтеза микропрограммных автоматов, направленных на оптимизацию аппаратурных затрат. Каждое из сделанных обобщений является самостоятельным и не связано с другими, вследствие чего проектируемый автомат может базироваться на одном или нескольких обобщениях. В общем случае логический синтез автомата сводится к формированию системы изоморфизмов (5), структурный синтез – к построению логической схемы автомата со структурой, изображенной на рис. 5.

Отметим, что результаты, полученные в данной работе (обобщения и модификации математической и структурной моделей), относятся к функции переходов автомата и не затрагивают функцию выходов, реализуемую схемой формирования микроопераций СФМО.

7 БЛАГОДАРНОСТИ

Исследования выполнены в соответствии с приоритетным направлением развития науки и техники в Украине до 2020 года «Информационные и коммуникационные технологии» и содержат некоторые результаты НИР «Методологические аспекты синтеза микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов» (номер государственной регистрации 0117U004098), финансируемой за счет средств исполнителей.

ВЫВОДЫ

В настоящей работе для микропрограммного автомата на счетчике сделан ряд обобщений в отношении

Таблица 1 – Результаты экспериментальных исследований МПА Мура

Сложность МПА	Параметры					E
	N	N_I	k_1	k_2	k_3	
Малая	50	4	0,8	0,95	0,1	1,16
	30	4	0,9	0,95	0,1	1,12
	30	4	0,9	1	1	1,11
	30	4	0,8	0,95	0,1	1,10
Средняя	30	8	0,9	0,95	0,1	1,20
	100	8	0,9	0,95	0,1	1,16
	100	8	0,9	0,9	0,1	1,10
	90	16	0,9	0,97	0,1	1,10
Большая	100	16	0,9	0,95	0,1	1,13
	200	16	0,5	0,95	0,1	1,12
	100	8	0,8	0,9	0,1	1,10
	100	32	0,8	0,97	0,1	1,10
Сверх-большая	200	16	0,8	0,95	0,1	1,15
	100	32	0,8	0,95	0,1	1,10
	100	16	0,8	0,91	0,1	1,10
	300	8	0,85	0,9	0,1	1,10

возможных модификаций его математической модели и структуры. Показано, что в общем случае для преобразования кодов состояний могут использоваться несколько различных операций, каждая из которых предполагает собственную интерпретацию структурных кодов состояний и входных сигналов. Допускается реализация всех переходов автомата операционным способом, а также реализация части переходов реализуется каноническим способом по системе булевых уравнений.

В процессе исследований получены обобщенная математическая модель и структурная схема микропрограммного автомата с неканонической реализацией переходов. Данные результаты могут стать основой для разработки новых структур микропрограммных автоматов и формализованных методов их синтеза, ориентированных на уменьшение аппаратных затрат в логической схеме автомата.

Проведенные экспериментальные исследования предложенной обобщенной структуры МПА показали, что ее эффективность по критерию аппаратных затрат в сравнении с каноническим МПА находится в диапазоне 1,10–1,20. Данный факт позволяет обозначить область эффективного использования данной структуры в виде наборов или диапазонов значений некоторых параметров микропрограммного автомата.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов / В. М. Глушков. – М. : Физматгиз, 1962. – 476 с.
2. Баранов С. И. Синтез микропрограммных автоматов / С. И. Баранов. – Л. : Энергия, 1979. – 232 с.
3. Баркалов А. А. Синтез устройств управления на программируемых логических устройствах / А. А. Баркалов. – Донецк, ДонНТУ, 2002. – 262 с.
4. DeMicheli G. Synthesis and Optimization of Digital Circuits / G. DeMicheli. – NY. : McGraw-Hill, 1994. – 576 p.
5. Бабаков Р. М. Промежуточная алгебра переходов в микропрограммном автомате // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2016. – № 1. – С. 64–73.
6. Мальцев А. И. Алгебраические системы / А. И. Мальцев. – М. : Наука, 1970. – 392 с.
7. Плоткин Б. И. Элементы алгебраической теории автоматов : учеб. пособие для вузов / Б. И. Плоткин, Л. Я. Гринглаз, А. А. Гварамия. – М. : Высш. шк., 1994. – 191 с.
8. Поспелов Д. А. Арифметические основы вычислительных машин дискретного действия. Учебное пособие для вузов / Д. А. Поспелов. – М. : Высш. школа, 1970. – 308 с.
9. Майоров С. А. Структура электронных вычислительных машин / С. А. Майоров, Г. И. Новиков. – Л. : Машиностроение, 1979. – 384 с.
10. Babakov R. Research of Efficiency of Microprogram Final-State Machine with Datapath of Transitions / Roman Babakov, Alexander Barkalov, Larysa Titarenko // Proceedings of 14th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)”. – February 21–25, 2017. – Polyna, Ukraine. – P. 203–206.

Статья поступила в редакцию 02.08.2017.
После доработки 25.09.2017.

Бабаков Р. М.

Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прикладной механики та комп'ютерних технологій Донецького національного університету, м. Вінниця, Україна

УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ МІКРОПРОГРАМНОГО АВТОМАТА НА ЛІЧИЛЬНИКУ

Актуальність. Вирішено задачу розробки структурних модифікацій мікропрограмного автомата на лічильнику, які можуть сприяти зниженню апаратних витрат в логічній схемі мікропрограмного автомата у порівнянні з відомими структурами.

Мета роботи – узагальнення структурних особливостей мікропрограмного автомата на лічильнику з використанням математичної моделі на основі проміжної алгебри переходів.

Метод. Проаналізовано відому математичну модель мікропрограмного автомата на лічильнику, засновану на представленні функції переходів у вигляді двох часткових функцій. Використання в структурі автомата інкрементного лічильника виражається в даній моделі проміжною алгеброю переходів, сигнатура якої утворена єдиною функцією інкременту. При цьому аргументом функції є код поточного стану автомата, який інтерпретується як ціле число без знака. Для розглянутої математичної моделі зроблений ряд узагальнень в частині кількості проміжних алгебр переходів, їх сигнатур та носіїв. Проаналізовані зміни в математичній моделі та структурі автомата на лічильнику, які є наслідком зроблених узагальнень.

Результати. На підставі зроблених узагальнень отримані узагальнені структурна схема та математична модель мікропрограмного автомата з неканонічним способом реалізації функції переходів. Проведені експериментальні дослідження ефективності розробленої узагальненої структури МПА за критерієм апаратних витрат.

Висновки. Отримані в даній роботі результати можуть бути використані при розробці нових структур і формальних методів синтезу мікропрограмних автоматів з неканонічною реалізацією функції переходів, орієнтованих на оптимізацію апаратних витрат в логічній схемі автомата.

Ключові слова: мікропрограмний автомат на лічильнику, математична модель, проміжна алгебра переходів, апаратні витрати.

Babakov R. M.

PhD, Associate professor of the Department of Applied Mechanics and Computer Technologies of the Donetsk national university, Vinnitsya, Ukraine

GENERALIZING OF THE MATHEMATICAL MODEL OF MICROPROGRAM FINITE STATE MACHINE ON COUNTER

Context. The problem of developing of structural modifications of the microprogram finite state machine on the counter has been solved, which can help reduce hardware expenses in the logical circuit of the microprogram finite state machine in comparison with the known structures.

Objective. The goal of the work is to generalize the structural features of the microprogram finite state machine on the counter using a mathematical model based on the intermediate algebra of transitions.

Method. The known mathematical model of a microprogram finite state machine on a counter, based on the representation of the transition function in the form of two partial functions, is analyzed. The use of an incremental counter in the structure of the finite state

machine is expressed in this model by an intermediate algebra of transitions whose signature is formed by a single incremental function. In this case, the argument of the function is the code of the current state of the finite state machine, interpreted as an unsigned integer. For the considered mathematical model, a number of generalizations are made regarding the number of intermediate algebras of transitions, their signatures and carriers. Changes in the mathematical model and the structure of the finite-state machine on the counter, which are a consequence of the generalizations made, are analyzed.

Results. On the basis of the generalizations made, a generalized structural scheme and a mathematical model of a microprogram finite-state machine with a noncanonical way of realizing the transition function are obtained. Experimental research of the effectiveness of the developed generalized structure of MPA on the criterion of hardware costs has been carried out.

Conclusions. The results obtained in this paper can be used in the development of new structures and formal methods for the synthesis of microprogram finite state machines with noncanonical realization of the transition function, oriented to optimizing the hardware expenses in the logical circuit of the automaton.

Keywords: microprogram finite state machine on counter, mathematical model, intermediate algebra of transitions, hardware expenses.

REFERENCES

1. Glushkov V. M. Sintez tsifrovih avtomatov. Moscow, Fizmatgiz, 1962, 476 p.
2. Baranov S.I. Sintez mikroprogramnih avtomatov. Leningrad, Energiya, 1979, 232 p.
3. Barkalov A. A., Palagin A. V. Sintez mikroprogrammnih ustroystv upravleniya. Kiev, Institut kibernetiki NAN Ukraini, 1997, 135 p.
4. Barkalov A.A. Sintez ustroystv upravleniya na programmuemih logicheskikh ustroystvah. Donetsk, DonNTU, 2002, 262 p.
5. Babakov R. M. Promezhutochnaya algebra perehodov v mikroprogrammnom avtomate, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2016, No. 1, pp. 64–73.
6. Maltsev A.I. Algebraicheskie sistemi. Moscow, Nauka, 1970, 392 p.
7. Plotkin B. I., Gringlaz L. Ya., Gvaramiya A. A. Elementi algebraicheskoy teorii avtomatov: Ucheb. posobie dlya vuzov. Moscow, Vish. Shk., 1994, 191 p.
8. Pospelov D. A. Arifmeticheskie osnovi vichislitelnih mashin diskretnogo deistviya. Uchebnoe posobie dlya vtuzov. Moscow, Vish. shkola, 1970, 308 p.
9. Majorov S. A., Novikov G. I. Struktura elektronnih vichislitelnih mashin. Leningrad, Mashinostroenie, 1979, 384 p.
10. Babakov R., Barkalov A.I., Titarenko L. Research of Efficiency of Microprogram Final-State Machine with Datapath of Transitions, *Proceedings of 14th International Conference "The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)*, February 21–25, 2017. Polyana, Ukraine, pp. 203–206.

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ КЛЮЧА МЕТОДУ АВТЕНТИФІКАЦІЇ WPA/WPA2 ДЛЯ СИСТЕМИ-ПРИМАНКИ МЕРЕЖІ СТАНДАРТУ IEEE 802.11

Актуальність. Відкритим є питання правильності конфігурування систем-приманок, особливо це стосується систем-приманок, які імітують бездротові мережі, оскільки їх клієнти є мобільними, а контрольована зона часто не є обмеженою. Неправильна конфігурація системи-приманки може стати безкорисним навантаженням у середині автоматизованої системи, особливо це стосується систем-приманок для бездротової мережі стандарту IEEE 802.11. Система-приманка із низьким чи відсутнім рівнем захисту може викликати підозру у досвідченого зловмисника, у гіршому ж випадку вона стане легкою здобиччю порушників метою яких є лише доступ до ресурсу Інтернет. З іншого боку, використання системи-приманки із максимальним рівнем захисту також не має сенсу, оскільки така модель стане неприступною фортецею для зловмисника.

Найбільш захищеними вважаються точки доступу на яких використовується метод автентифікації WPA/WPA2, застосування якого, імовірно, дасть впевненість зловмиснику у тому, що він атакує легітимну систему.

Метою роботи є розробка діагностичної моделі для системи-приманок бездротових мереж стандарту IEEE 802.11 для умовного захисту якої використовується метод автентифікації WPA/WPA2. Така модель допоможе оцінити поточну конфігурацію точки доступу на імовірність використання відомих вразливостей методу автентифікації WPA/WPA2 з боку зловмисників потрібного рівня підготовленості.

Метод. Запропоновано метод оцінки кваліфікованості зловмисника та його технічної оснащеності шляхом підбору параметрів ключа WPA/WPA2 для системи-приманки у бездротовій мережі стандарту IEEE 802.11. Реалізація даного методу дозволить досягти зменшення навантаження на систему-приманку, що передусім створить ілюзію автентичності для зловмисника. Запропоновано метод розподіленої атаки грубої сили на метод автентифікації WPA/WPA2, який забезпечує діагностику стійкості ключа системи-приманки у мережі Wi-Fi. Проведено порівняння апаратної віртуалізації з віртуалізацією на рівні операційної системи за однакових умов у рамках атаки грубої сили на механізм автентифікації WPA/WPA2.

Результати. Отримано оптимальні умови для проведення розподіленої атаки грубої сили у віртуальному середовищі, що дає змогу відносно швидко оцінити рівень захищеності системи-приманки.

Висновки. Запропоновано метод оцінки стійкості ключа для методу автентифікації WPA/WPA2 мережі стандарту IEEE 802.11 для взаємодії зі зловмисником потрібного рівня кваліфікації і наявного у нього технічного забезпечення. Подальший розвиток отримав метод оцінки захищеності бездротових мереж стандарту IEEE 802.11 за допомогою методу аналізу ієрархій. Запропоновано середовище для проведення оцінки умовної захищеності системи-приманки із умовами застосування масштабованості даної технології; метод генерування словників для проведення оцінки захищеності систем-приманок, який дозволить уникнути повторення ключів і, тим самим, пришвидшить отримання результатів.

Ключові слова: IEEE 802.11, Wi-Fi, система-приманка, оцінка захищеності, метод аналізу ієрархій.

НОМЕНКЛАТУРА

Wi-Fi – загальноживана назва для стандарту IEEE 802.11 передачі цифрових потоків даних по радіоканалу;
WPA – (англ. Wi-Fi Protected Access) – протокол безпеки для захисту бездротових мереж;

АС – автоматизована система;

МОІ – метод оцінки ієрархій (англ. Analytic Hierarchy Process, АНП);

СП – система-приманка;

PSK – (англ. Pre-Shared key) – ключ, який є попередньо розділений між двома вузлами за допомогою певного безпечного каналу;

AES – (англ. Advanced Encryption Standard) – також відомий під назвою Rijndael – симетричний алгоритм блочного шифрування;

SOHO – (англ. Small office / home office) – назва сегменту ринку, який відноситься до категорії (1 – 10 працівників);

SSID – (англ. Service Set Identifier) – унікальне найменування бездротової мережі, що відрізняє одну мережу стандарту IEEE 802.11 від іншої.

PKCS – стандарт криптографії з відкритим ключем;

PBKDF2 – (англ. Password-Based Key Derivation Function) – стандарт форматування ключа на основі паролю;

HMAC – (скорочення від англ. hash-based message authentication code) – код перевірки автентичності повідомлень, який використовує хеш функцію;

SHA1 – (англ. Secure Hash Algorithm 1) – алгоритм криптографічного хешування, описаний в RFC 3174;

D – позначення загального словника для атаки грубої сили;

d – позначення поточного словника;

l – позначення набору комбінацій у словнику;

S – швидкість перебору ключів за одиницю часу;

t_{BF} – час перебору словника методом грубої сили;

N – вагова матриця методу аналізу ієрархій.

ВСТУП

Бездротові комп'ютерні мережі стандарту IEEE 802.11 є найцікавішим для зловмисників, оскільки для передавання даних використовують радіохвилі, які розповсюджуються за законами фізики, а контролювати поведінку радіохвиль є дуже затратним рішенням. Це означає, що контрольована зона в даному випадку є не вагомою з точки зору захисту.

Серйозну проблему створює те, що користувачі бездротових мереж є мобільними. Вони можуть з'являтися і зникати, змінювати місце розташування і не є прив'язаними до фіксованих точок входу. Для під'єднання лишень потрібно перебувати у зоні покриття конкретної бездротової мережі.

У інформаційній безпеці, окрім протистояння «атака-захист» практикується і «атака-контратака». У парі «напад-захист» практикується покрокова стратегія, а саме – зловмисник користується певною вразливістю у захисті до поки вона не буде виявлена і закрита, після чого він знаходить нову вразливість, і так до нескінченності. У випадку стратегії «атака-контратака» сторона захисту грає на випередження, вивчаючи дії та можливості зловмисника. Реалізація такої ідеї лежить в основі використання віртуальних приманок. Мета їх функціонування – піддатись атаці або несанкціонованому дослідженню зі сторони зловмисників, що згодом дозволить вивчити їх стратегію та визначити перелік засобів, за допомогою яких можуть бути нанесені удари по стратегічних об'єктах мережі.

Та не правильна конфігурація системи-приманки (СП) може стати безкорисним навантаженням у середині автоматизованої системи (АС), особливо це стосується СП для бездротової мережі стандарту IEEE 802.11. СП із низьким чи відсутнім рівнем захисту може викликати підозру у досвідченого зловмисника, у гіршому ж випадку вона стане легкою здобиччю порушників, метою яких є лише доступ до ресурсу Інтернет. З іншого боку, використання СП із максимальним рівнем захисту також не має сенсу, оскільки така модель стане не приступною фортецею для зловмисника.

Метою даної роботи є розроблення методу оцінки стійкості ключа для методу автентифікації WPA/WPA2 СП для бездротової мережі стандарту IEEE 802.11, порівняти стратегії тестування ключа та обґрунтувати вибір середовища для роботи даного методу.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Очікуваним результатом даного дослідження є отримання шкали складності P_k ключа WPA/WPA2 для СП бездротової мережі стандарту IEEE 802.11 для кінцевого користувача на основі критеріїв a_{ij} матриці N , добутої методом аналізу ієрархій. Результатом правильної конфігурації СП виступають дані тесту t_{BF} , що прогнозує час перебору ключа за допомогою атаки грубої сили. Тест проводиться на основі даних зі словника D , а саме поточного словника d_i , результатом якого є набір $l_i - l_{i-1}$ унікальних ключів $l = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$, та швидкості перебору ключів S , яка заміряється із певної еталонної системи. Порівнюючи даний метод за допомогою методів повної віртуалізації та віртуалізації на рівні операційної системи, буде вибрано середовище для проведення розподіленої атаки грубої сили, що дозволить знайти оптимальний метод оцінки умовної захищеності СП.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Оцінка захищеності комп'ютерних систем та мереж вимагає великої уваги, особливо ця оцінка набуває

цінності, якщо підкріплюється фактичними даними і цифрами [1]. Найбільшої уваги потребують бездротові мережі, оскільки в них важко запровадити контрольовану зону. В роботі [2] запропоновано метод оцінки захищеності бездротових мереж, який базується на методі оцінки ієрархій (MOI, англ. Analytic Hierarchy Process, АНР). Та зі збільшенням кількості елементів у системі збільшується і похибка в оцінці захищеності комп'ютерних мереж. Вплив великої кількості факторів (об'єкти, атрибути і т. д), описаних в роботі [3], не дозволяє отримати точності в результатах. Зрештою, є імовірним виникнення нової вразливості в програмному чи апаратному забезпеченні яке використовуються в АС. Тому, задля досягнення точності в оцінці захищеності необхідно розділяти компоненти у комплексних системах. До прикладу, в бездротових мережах Wi-Fi існує деяка кількість методів захисту, деякі з них можуть використовуватись в комбінації між собою. Кожен з методів має свій час і складність подолання.

Схожу проблему можна спостерігати і у системах, які імітують роботу автентичних систем. Вони функціонують задля відвернення уваги від справжніх систем, а метою їх роботи є збір і обробка інформації про методи та засоби порушників. Види, особливості функціонування, переваги та недоліки, а також методи інтегрування таких систем в АС, описано в роботі [4]. В роботі [5] описується систематизація методів та засобів аналізу СП в процесі зламу комп'ютерних систем чи мереж і пропонується рекомендації щодо організації розслідування зламу, вибору засобів та аналізу подій.

Кожна комп'ютерна система володіє певними характеристиками і в кожній є свої вразливості і, відповідно, методи захисту. Не є виключенням і бездротові мережі стандарту IEEE 802.11 [6]. Застосування систем приманок в мережах Wi-Fi також має певні особливості і дуже часто СП у бездротових мережах вважаються інструментом зловмисника. В роботах [7-8] пропонується кардинально інший підхід до реалізації приманок у бездротових мережах, а саме застосування незалежних сенсорів у мережах стандарту IEEE 802.11 для ідентифікації вторгнень і забезпечення взаємодії зловмисника із СП.

Не вирішеним є питання створення системи, яка би оцінювала СП на складність подолання її захисту, що би дозволило гнучко підбирати конфігурацію відносно вартості інформації в системі, яка захищається, і очікувань щодо кваліфікованості зловмисника. Така постановка задачі вимагає аналізу вимог щодо системи, яка оцінює, а саме середовища розгортання та методів взаємодії із СП [9].

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Як відомо, метод автентифікації WPA2 на сьогодні є найстійкішим до атак, та, все ж існують методи його подолання. Існує дві модифікації даного методу WPA2 Personal та WPA2 Enterprise. Різниця між WPA2 Personal та WPA2 Enterprise полягає у тому, що ключі шифрування алгоритму AES зберігаються у різних місцях. WPA2 Personal використовується здебільшого у Small or Home Office (SOHO) мережах. Ключ у механізмі WPA2 Personal є однаковим для всіх користувачів. Для корпоративних застосувань використовується динамічний ключ, індиві-

дуальний для кожного користувача. За генерацію пар логін-пароль у WPA2 Enterprise відповідає спеціальний сервер, здебільшого RADIUS.

Протокол WPA2-PSK (Pre-Shared key) дозволяє мобільним пристроям обмінюватись даними з точками доступу за допомогою методу шифрування AES. У криптографії PSK – це ключ, який попередньо ідентифікується між двома вузлами за допомогою певного безпечного каналу, перш ніж він буде використаний. PSK отримується з ключа, використовуючи стандарт формування ключа на основі паролю PBKDF2 із алгоритмом хешування SHA1 як псевдовипадковою функцією. PSK є 32 байтним (256 бітним), часто відображається у вигляді 64 шістнадцяткових символів.

Стандарт PBKDF2 у свою чергу описується стандартом PKCS#5. У цьому випадку пароль повинен бути довжиною від 8 до 63 символів. Символи конвертуються у машинний код за допомогою таблиці кодування ASCII, а отже у паролі можуть використовуватись лише ці символи.

У PBKDF2 бінарний пароль використовується як ключ до функції HMAC. В якості солі використовується ім'я точки доступу (SSID). Сіль із значенням лічильника використовується для початкового входу в функцію HMAC. Після цього попередні вихідні дані використовуються як вхідні допоки не відбудеться повторення 4096 HMAC. На жаль, він повертає дані у форматі 256 біт, в той час як SHA1 всього лиш повертає 160 біт.

Вихідні дані функції PBKDF2 і є PSK. PSK використовується безпосередньо як і Pairwise Master Key (PMK) у чотиристоронньому процесі рукописання (1):

$$PSK = PBKDF2(HMAC - SHA1 | Passphrase | SSID | 4096 | 256) . (1)$$

Паролі, які використовують рядові споживачі сучасного обладнання Wi-Fi зазвичай є не складними. Це може бути комбінація цифр від одиниці до дев'яти, літер на клавіатурі які розташовані поряд, чи дата народження. Сьогодні існує велика кількість згенерованих словників із не складними фразами, які використовуються рядовими користувачами. Такі словники можна знайти у відкритому доступі в мережі Інтернет, а також у спеціальних операційних системах, таких як Black Arch, ArchStrike, Kali Linux та ін.

Загальна кількість символів, яка може бути використана при створенні ключа дорівнює 95 (табл. 1).

На основі проаналізованих популярних словників, автором формулюються найбільш доцільні комбінації наборів на основі таблиці 1 (табл. 2).

Для того, щоб отримати доступ до мережі зловмиснику необхідно перехопити пакет рукописання і запустити процес дешифрування. Операція дешифрування паролю відбувається за допомогою центрального або графічного процесорів.

Після того, як відбувся перебір за словником і в ньому пароль не було знайдено, очевидно, що потрібно використати наступний словник. Якщо це словник, у якому не збільшується довжина ключа, але збільшується кількість символів з яких будуть генеруватись ключі, то логічно виключати ті комбінації, які вже були присутні у попередніх словниках (2):

$$D = \sum_{i=1}^n d_i = l_i - l_{i-1}, (2)$$

де D – загальний словник, d – поточний словник, l – набір ключів у словнику (3):

$$l_i = \{k_1, k_2 \dots k_n\}, (3)$$

де k – ключ.

Існує імовірність, що в базовому словнику ключа не буде знайдено. У цьому випадку повинен бути згенерований новий словник. Після базового словника логічно, що наступним має бути словник, у якому забезпечено мінімальну довжину ключів і найменший набір символів з таблиці 1. Це може бути словник, який складається лише з цифр. Як видно з (2), ті ключі, які вже було використано в базовому словнику, не повинні перевикористовуватись.

Якщо було опрацьовано словник, у якому 10^8 варіантів ключів, згенерованих з мінімального набору символів, ключ не буде знайдено, тоді наступний словник буде згенеровано із кількістю ключів 10^9 і з тим же мінімальним набором символів (тобто, це символи від 00000000, до 99999999). Для цього потрібно розгорну-

Таблиця 1 – Символи доступні для задання ключа у методі автентифікації WPA/WPA2

№	Набір символів	Кількість символів у наборі	Може використовуватись у словнику, як атомарна одиниця
1	[0-9]	10	+
2	[a-z]	26	+
3	[A-Z]	26	+
4	Спеціальні символи (`~!@#\$%^&*()+.=\ <>[]'".,?:;{})	32	+
5	Пробіл	1	-

Таблиця 2 – Комбінація символів на основі таблиці 1

№	Комбінація символів	Кількість символів у наборі
1	[0-9] + [a-z]	36
2	[0-9] + [A-Z]	36
3	[a-Z] + [A-Z]	52
4	[0-9] + [a-Z] + [A-Z]	62
5	[0-9] + [a-Z] + [A-Z] + спеціальні символи	94
6	[0-9] + [a-Z] + [A-Z] + спеціальні символи + пробіл	95

то в 10 разів більше обчислювальних ресурсів для пошуку ключів із тою ж швидкістю. В іншому випадку, замість збільшення розміру ключа можна збільшувати кількість символів у наборі, тобто змінювати варіанти з таблиці 1.

Час, за який буде витрачено на підбір ключа за словником можна визначити за формулою (4):

$$t_{BF} = \frac{C_d}{S}, \quad (4)$$

де C_d – кількість ключів у словнику, а S – швидкість перебору, отримана за допомогою інструменту aircrack-ng із застосуванням прапорця – S .

Для того, щоб обійти захист технології Wi-Fi із методом автентифікації WPA2, окрім необхідних знань зловмисник повинен володіти певною обчислювальною потужністю. Проведення лобової атаки на пароль здійснюється за рахунок центрального процесора (ЦП), або графічного процесора (ГП). Швидкість роботи ГП у проведенні лобової атаки є значно вищою, але не кожен комп'ютер оснащується дискретною графічною картою. Для пришивлення лобової атаки, дана задача може виконуватись розподілено в кластері комп'ютерів.

Рівень захищеності приманки, яка імітує певну систему, не повинен бути значно вищим за рівень та можливості зловмисника, який очікується до взаємодії. Тобто, чим складніший ключ, тим потужнішою обчислювальною технікою потрібно володіти.

Введемо поняття обчислювальної одиниці, якою будемо вважати певний ресурс, який повинен виконати операцію перебору одного словника d_i .

Як вже було згадано, для лобової атаки можна використовувати розподілені системи. Сьогодні задля оптимізації використання обчислювальних ресурсів використовуються різні типи комп'ютерної віртуалізації. Серед них повна, часткова, пара-віртуалізація і віртуалізація на рівні ОС. Розглянемо такі два типи віртуалізації, як повна віртуалізація і віртуалізація на рівні операційної системи, яка ще також називається контейнеризацією.

Згідно з дослідженнями компанії IBM технологія віртуалізації KVM на операційній системі SUSE Linux Enterprise 11 збільшує споживання ресурсів в загальному на 15%. Також при використанні віртуалізації додаткові витрати у споживанні процесорного часу становлять на 3–4% більше, аніж без застосування віртуалізації.

У технології контейнеризації гіпервізор не використовується, що зменшує навантаження на апаратне забез-

печення. Усі контейнери функціонують на базі лише серверного ядра. Для кожного контейнера створюється своє окреме, ізольоване середовище.

Як вже було згадано вище, будь-яка технологія ізоляції приносить додаткові витрати. У випадку контейнеризації ці витрати складають від 0,1%–1%, за рахунок того, що використовуються прості перетворення. Наприклад ізоляція PID процесів виконується за допомогою додавання 4-байтного ідентифікатора, який позначає, якому контейнеру належить процес.

На рис. 1 наведено принципову відмінність між контейнеризацією та віртуалізацією.

Для перевірки умовної захищеності системи приманки велике значення має швидкість обробки даних, а отже перевага буде віддаватися технології, яка справляється із задачами перебору за словником швидше.

Задля оцінки складності подолання захисту методу автентифікації WPA/WPA2 зробимо його оцінку за рахунок коефіцієнтів методу аналізу ієрархій на основі таких критеріїв, як довжина ключа та кількість можливих символів у словнику. Даний метод дозволяє отримати співвідношення шкал від парних порівнянь із невеликим відхиленням [10–12]. В якості коефіцієнтів використовується фактичне вимірювання або суб'єктивна думка. На виході отримується співвідношення ваг та індекс узгодженості.

У стандартному виконанні методу аналізу ієрархій здійснюється оцінка будь-якої групи характеристик за допомогою шкали коефіцієнтів від 1 до 9. Кожна із характеристик порівнюється між собою, і виводиться матриця ваги кожного з елементів по відношенню одне до одного (5):

$$N = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{12}^{-1} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n}^{-1} & a_{2n}^{-1} & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

З матриці N знаходяться суми коефіцієнтів для кожного стовпця (6), для подальшої нормалізації матриці N (7):

$$S_i = \sum_{i=1}^n a_i = a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in}. \quad (6)$$



а



б

Рисунок 1 – Схематичне зображення відмінності між контейнеризацією та віртуалізацією:
 а – віртуалізація; б – контейнеризація

$$|N| = \begin{vmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ S_1 & S_2 & \dots & S_n \\ a_{12}^{-1} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n}^{-1} & a_{2n}^{-1} & \dots & 1 \\ S_1 & S_2 & \dots & S_n \end{vmatrix} \quad (7)$$

Просумувавши коефіцієнти кожного рядка нормалізованої матриці і розділивши суму на кількість коефіцієнтів рядка за допомогою (8), можна отримати вагу кожного з оцінюваних елементів:

$$x = \begin{bmatrix} \sum \frac{row_1}{n} \\ \sum \frac{row_k}{n} \\ \dots \\ \sum \frac{row_k}{n} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Сума усіх ваг повинна бути рівною 100%, а отже, щоб отримати відсоткове значення складності ключа певної довжини, потрібно додати його вагу до суми попередніх.

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

У виведенні базового словника для лобової атаки було використано ресурс операційної системи Kali Linux. Kali Linux – це операційна система сімейства Linux, яка базується на дистрибутиві Debian, є безкоштовною і знаходиться у вільному доступі. Прямим призначенням даної операційної системи є тестування на проникнення. Але окрім тестувань власних систем не виключено, що такі операційні системи можуть використовуватися зловмисниками для атак.

Автором було проаналізовано словники, які поставляються з операційною системою Kali Linux, і знаходяться у директорії /usr/share/wordlists. Дані словники фільтруються таким чином, щоб з них виключались усі слова-комбінації які менші за 8 символів, і ті, які не складаються із символів системи кодування ASCII цілком. Дані словники інтегруються в один, з якого виключаються не унікальні слова-комбінації (Лістинг 1).

Лістинг 1. Виведення базового словника для проведення лобової атаки на пакет рукописання методу автентифікації WPA/WPA2 у операційній системі Kali Linux

```
cat dirbuster/*.txt fern-wifi/* rockyou.txt fasttrack.txt metasploit/*.lst metasploit/*.txt | grep ..... | grep -P -v "[^[:ascii:]]" | sort -unique
```

Звичайно ж кожне тестування залежить від типу апаратного забезпечення, конфігурації програмного забезпечення. Автором було досліджено швидкість обчислення ключа для методу автентифікації WPA2 з попередньо перехопленого пакету «рукостискання».

Дослід проводився у контейнері віртуальної машини CoreOS, якій було виділено 1 Гб оперативної пам'яті і одне ядро процесора Intel Core i5-4590 з тактовою частотою 3,3 ГГц.

Попередньо було здійснено тестування за допомогою команди aircrack-ng -S, яка дозволяє здійснити замір швидкості лобової атаки у співвідношенні ключів за секунду.

5 РЕЗУЛЬТАТИ

Після виконання команди з лістингу 1 і підрахувавши кількість ключів, отримуємо значення $C_d = 9801317$.

Замір швидкості лобової атаки на двох різних системах віртуалізації і контейнеризації було проведено по 10 разів, результати представлено у табл. 3 та на рис. 2.

Використаємо формулу (5) і обчислимо середню швидкість для віртуалізації:

$$\bar{S}_V = \frac{922+956+954+955+927+911+949+947+933+912}{10} = 936,6$$

Використаємо формулу (5) і обчислимо середню швидкість для контейнеризації:

$$\bar{S}_C = \frac{1053+1038+1038+1041+1031+1032+1038+1038+1054+1036}{10} = 1039,9$$

Володіючи даними про кількість ключів у базовому словнику і швидкість з якою опрацьовуються ключі можемо скористатись формулою (4) і знайти приблизний час за який буде здійснено перебір усього базового словника:

$$t_{BF} = \frac{9801317}{1039,9} \approx 9425 \text{ сек.}$$

Якщо ж у базовому словнику ключ не буде знайдено, то пошук ключа буде розпочато із восьмисимвольного словника. Як вже було згадано вище, WPA2 дозволяє задати ключ довжиною від 8 до 63 символів, що еквівалентно 56 варіантам довжини ключа. Це означає, що кількість варіантів буде збільшено в десятеро при переході на наступний словник, а отже й потужності буде затребувано в десятеро більше.

Щоб застосувати метод аналізу ієрархій для даного дослідження, потрібно оцінити характеристики по відношенню одне до одного за шкалою від 1 до 9. Оскільки складність словника збільшується лінійно, тобто, щоразу у десять разів, то на відрізьку від 1 до 9 ціною переходу від одного словника до іншого буде додавання до попереднього значення коефіцієнт 0,145454545 (рис. 3).

Таблиця 3 – Заміри швидкості перебору ключів за словником

Спроба	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Тип віртуалізації										
Повна віртуалізація (ключів/секунду)	922	956	954	955	927	911	949	947	933	912
Контейнеризація (ключів/секунду)	1053	1038	1038	1041	1031	1032	1038	1038	1054	1036

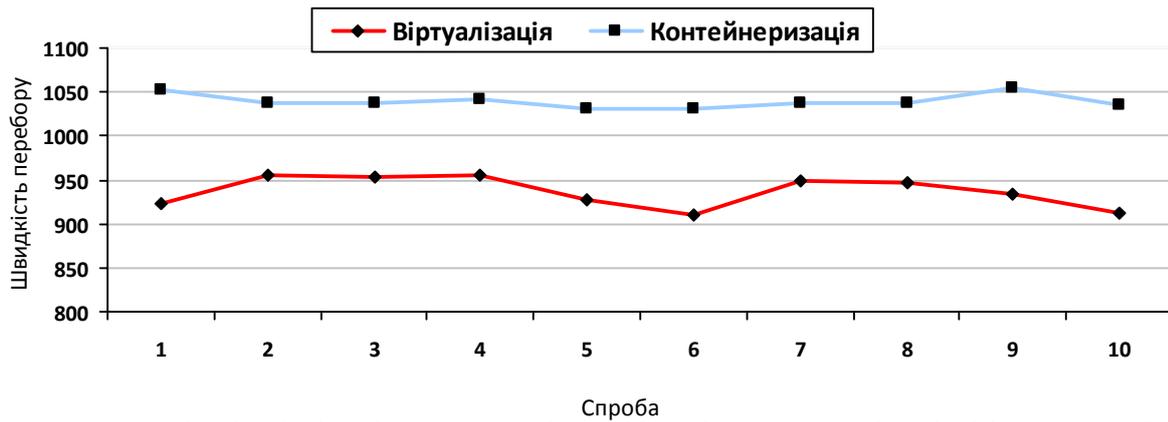


Рисунок 2 – Візуалізація порівняння швидкості перебору ключів за допомогою віртуалізації і контейнеризації

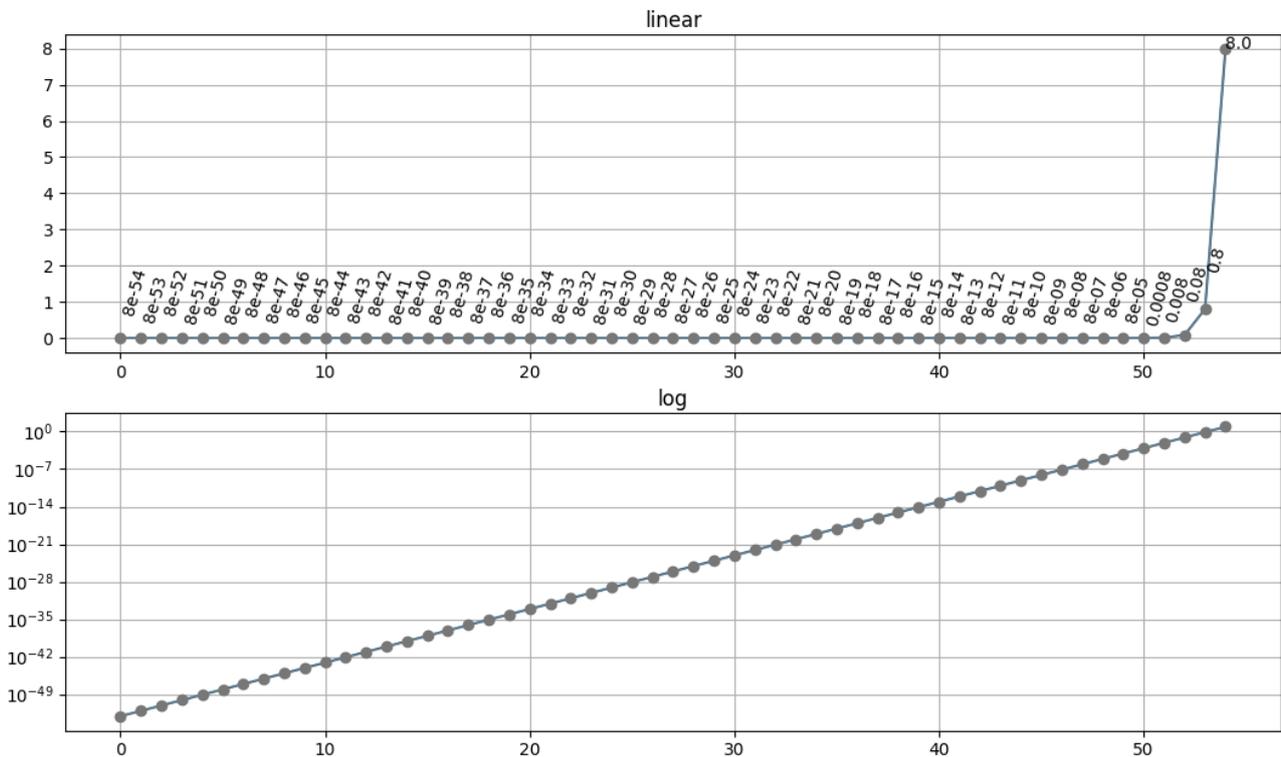


Рисунок 3 – Лінійне та логарифмічне представлення зміни складності словника у методі аналізу ієрархій

Використаємо формулу (6) для знаходження вагової матриці:

$$N = \begin{vmatrix} 1 & 1,145454545 & \dots & 8,854545454 & 9 \\ 0,873015873 & 1 & \dots & 8,709090909 & 8,854545454 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0,112936345 & 0,114822547 & \dots & 1 & 1,145454545 \\ 0,111111111 & 0,112936345 & \dots & 0,873015873 & 1 \end{vmatrix}$$

Використаємо формулу (7) для знаходження суми коефіцієнтів для кожного рядка матриці N :

$$S = \begin{vmatrix} 280 \\ 271,873 \\ \vdots \\ 16,70776 \\ 15,67342 \end{vmatrix}$$

Використаємо формулу (8) для знаходження нормалізованої матриці N :

$$|N| = \begin{vmatrix} \frac{1}{280} & \frac{1,145454545}{271,873} & \dots & \frac{8,854545454}{16,70776} & \frac{9}{15,67342} \\ \frac{0,873015873}{280} & \frac{1}{271,873} & \dots & \frac{8,709090909}{16,70776} & \frac{8,854545454}{15,67342} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{0,112936345}{280} & \frac{0,114822547}{271,873} & \dots & \frac{1}{16,70776} & \frac{1,145454545}{15,67342} \\ \frac{0,111111111}{280} & \frac{0,112936345}{271,873} & \dots & \frac{0,873015873}{16,70776} & \frac{1}{15,67342} \end{vmatrix}$$

Застосуємо формулу (9) для отримання ваги кожного з оцінюваних елементів. Для отримання значень у відсотках матрицю x помножимо на 100.

$$x = \begin{pmatrix} 0,003011 \\ 0,003127 \\ \vdots \\ 0,051451 \\ 0,053967 \end{pmatrix} \cdot 100\% = \begin{pmatrix} 0,3011 \\ 0,3127 \\ \vdots \\ 5,1451 \\ 5,3967 \end{pmatrix}$$

Тобто, вага словника із ключами довжиною у 8 символів складає 0,3011%, вага словника із ключами довжиною в 9 символів складає 0,3128%, вага словника із ключами довжиною в 63 символи складає 5,1451%, а вага словника із ключами довжиною в 64 символи складає 5,3967%.

Як вже було зазначено, довжина ключа не є єдиним критерієм оцінки його складності. Набір символів присутніх у словнику є також важливим критерієм. На основі таблиць 1 та 2 можемо зробити висновки про те, які комбінації символів у словниках є логічними для використання. Максимальна кількість символів, які можуть бути використані в паролі становить 95, тобто 95 символів складає 100%. Відповідно до цього отримуємо таблицю 4.

6 ОБГОВОРЕННЯ

Як можемо бачити, один контейнер опрацює базовий словник приблизно за дві з половиною години, коли віртуальній машині для цієї ж операції знадобиться приблизно три години. А отже, можемо зробити висновок, що контейнеризація є кращим варіантом для проведення розподіленої лобової атаки на ключ методу автентифікації WPA/WPA2 технології бездротового зв'язку Wi-Fi. З використанням контейнеризації продуктивність зростає приблизно на 11%.

Задля правильної оцінки умовної захищеності системи-приманки важливо, щоб система, яка проводить таку оцінку, якомога точніше відтворювала поведінку зловмисника. Звичайно ж, ні в якій системі не можливо врахувати людський фактор, та все ж певне наближення є можливим.

Особа яка атакує певну систему в будь-який момент може вирішити, що подальше продовження атаки є не доцільним, через час, який йде на дешифрування ключа, чи коштів, які вже вкладені в обчислювальну потужність.

Найпростішим варіантом з якого починають зловмисники – це використовувати ключі, що найбільше використовуються користувачами. До такими ключами може бути інформація, яка несе в собі якусь логіку, наприклад, дані про саму ж точку доступу, її власника чи місце, де вона знаходиться. Тому очевидно, що атаку варто починати зі словника, який містить в собі таку інформацію.

Якщо у базовому словнику ключа не буде знайдено, то для обробки буде взятий найпростіший словник, зге-

нерований лише з цифр від 0 до 9, довжина ключів в якому не перевищуватиме 8 символів. Процес підбору словника буде виконуватись до моменту, поки ключ не буде знайдений. Відповідно, чим складніший словник – тим більший ресурс буде виділено для пошуку ключа, і тим вищою буде оцінка захищеності умовного захисту системи-приманки. Найскладнішим буде словник, ключі якого генеруються з 95 різних символів таблиці ASCII, а довжина його складає 63 символи.

Власники бездротового обладнання Wi-Fi нечасто встановлюють складні паролі на доступ до мережі, і цим користуються зловмисники. Тому логічно, що атака не буде розпочата зі словника, у якому ключі є довжиною 63 символи. Складність ключа певної довжини буде дорівнювати сумі коефіцієнта його ваги з усіма попередніми. Відповідно до цього можемо вивести шкалу складності подолання методу автентифікації WPA2 для розміру ключа. Виключенням з правил може бути випадок, якщо зловмисник знає довжину ключа.

Перед тим, як обирати наступний словник, система оцінки повинна зробити вибір того критерію, який повинен бути змінений у наступному словнику – довжина ключів чи кількість символів, з яких можуть бути згенеровані ключі. Автором пропонується робити пріоритетним словник, у якому середнім значенням від суми відсоткових співвідношень кількості символів і довжини ключа у наступних словниках є менше з двох варіантів (10):

$$P_k = \begin{cases} \frac{x_{k+1} + w_i}{2}, & x_{k+1} + w_i < x_k + w_{i+1} \\ \frac{x_k + w_{i+1}}{2}, & x_{k+1} + w_i > x_k + w_{i+1}. \end{cases} \quad (10)$$

Словник, на якому закінчується атака, і буде вважатись точкою для оцінки рівня кваліфікації і технічного оснащення зловмисника.

Даний підхід допоможе якнайшвидше провести оцінку рівня захищеності системи-приманки для бездротових мереж в яких використовуються методи автентифікації WPA/WPA2.

ВИСНОВКИ

Наукова новизна отриманих результатів полягає в тому, що вперше запропоновано метод оцінки стійкості ключа для методу автентифікації WPA/WPA2 мережі стандарту IEEE 802.11 для взаємодії зі зловмисником потрібного рівня кваліфікації і наявного у нього технічного забезпечення. Отримав подальший розвиток метод оцінки захищеності бездротових мереж стандарту IEEE 802.11 за допомогою методу аналізу ієрархій, оскільки було запропоновано метод оцінки не технології в цілому, а метод детальної оцінки методу автентифікації WPA2.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що запропоновано середовище для проведення оцінки умовної захищеності системи приманки із умо-

Таблиця 4 – Відсоткове співвідношення кількості символів у словниках

Кількість символів	95	94	62	52	36	32	26	10
Відсоткове представлення (w)	100	98,95	65,26	54,17	37,89	33,68	27,36	10,5

вами застосування масштабованості даної технології. Запропоновано метод генерування словників для проведення оцінки захищеності систем-приманок у бездротових мережах Wi-Fi, на яких використовується метод автентифікації WPA2, який дозволить уникнути повторення ключів і, тим самим, пришвидшить отримання результатів.

Перспективи подальших досліджень полягають в тому, що необхідним є створення детального механізму оцінки для інших методів автентифікації та механізмів захисту систем-приманок технології Wi-Fi.

ПОДЯКИ

Роботу виконано в рамках держбюджетної науково-дослідної теми Національного університету «Львівська політехніка» «Розвиток теоретичних засад створення комплексних систем безпеки автоматизованих і комунікаційних систем» (номер державної реєстрації 0115U006722).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Lijuan Z. A Network Security Evaluation Method based on FUZZY and RST / Z. Lijuan, W. Qingxin // 2010 2nd International Conference on Education Technology and Computer (ICETC). 22–24 June 2010 : proceedings. – Shanghai, China : IEEE, 2010, P. 40–44.
2. Runfu Z. Security for Wireless Network Based on Fuzzy-AHP with Variable Weight / Z. Runfu, H. Lianfen, X. Mingbo // 2010 Second International Conference on Networks Security, Wireless Communications and Trusted Computing, 24–25 April 2010 : proceedings. – Wuhan, Hubei, China : IEEE, 2010. Vol. 2. – P. 490–493.

3. Ying-Chiang C. Hybrid Network Defense Model Based on Fuzzy Evaluation / C. Ying-Chiang, P. Jen-Yi // The Scientific World Journal, 2014. – Vol. 2014. – P. 1-12.
4. Goel R. Wireless HoneyPot: Framework, Architectures and Tools / R. Goel, A. Sardana, R. C. Joshi // International Journal of Network Security, 2013. – Vol. 15, No. 5. – P. 373–383.
5. Методи та засоби аналізу систем-приманок в процесі зламу / [В. Б. Дудикевич, А. З. Піскозуб, Н. П. Тимошик и др.] // Науково-технічний журнал «Захист інформації». – 2009. – № 1. – С. 27–31.
6. Ajah I. A. Evaluation of Enhanced Security Solutions in 802.11-Based Networks / I. A. Ajah // International Journal of Network Security & Its Applications (IJNSA). – 2014. – Vol. 6, No. 4. – P. 29–42.
7. Banakh R. External elements of honeypot for wireless network / R. Banakh, A. Piskozub, Y. Stefinko // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science: Proceedings of the XIIIth International Conference TCSET'2016. 23–26 February 2016 : proceedings. – Lviv-Slavsko, Ukraine : Lviv Publishing House of Lviv Polytechnic, 2016. – P. 480–482.
8. Banakh. R. Wi-Fi HoneyPot as a service. Conception of business model / R. Banakh // Engineer of XXI century : VI inter university conference of students, PHD students and young scientists, 02 December 2016 : proceedings. – Bielsko-Biala, Poland : dr inż. Jacek Rysiński, 2016. – P. 59–64.
9. Morabito R. Hypervisors vs. Lightweight Virtualization: a Performance Comparison / R. Morabito, J. Kjällman, M. Komu // 2015 IEEE International Conference on Cloud Engineering: First International Workshop on Container Technologies and Container Clouds, 19 March 2015: proceedings. – Tempe, Arizona : IC2E, 2015. – P. 386–393.

Стаття надійшла до редакції 20.04.2017.

Після доробки 23.05.2017.

Банак Р. И.

Аспирант кафедры защиты информации Национального университета «Львовская политехника», Львов, Украина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КЛЮЧА МЕТОДА АУТЕНТИФИКАЦИИ WPA/WPA2 ДЛЯ СИСТЕМЫ-ПРИМАНКИ СЕТИ СТАНДАРТА IEEE 802.11

Актуальность. Открытым есть вопрос правильности конфигурации систем-приманок, особенно это касается систем-приманок, имитирующих беспроводные сети, поскольку их клиенты мобильны, а контролируемая зона часто не ограничена. Неправильная конфигурация системы-приманки может стать бескорыстной нагрузкой в середине автоматизированной системы, особенно это касается системы-приманки для беспроводных сетей стандарта IEEE 802.11. Система-приманка с низким или отсутствующим уровнем защиты может вызвать подозрение у опытного злоумышленника, в худшем же случае она станет легкой добычей нарушителей, целью которых является лишь доступ к ресурсу Интернет. С другой стороны, использование системы-приманки с максимальным уровнем защиты также не имеет смысла, поскольку такая модель станет недоступной крепостью для злоумышленника.

Наиболее защищенными считаются точки доступа на которых используется метод аутентификации WPA/WPA2, применение которого вероятно даст уверенность злоумышленнику в том, что он атакует легитимную систему.

Целью работы является разработка диагностической модели для систем-приманок беспроводных сетей стандарта IEEE 802.11, для условной защиты которой используется метод аутентификации WPA/WPA2. Такая модель поможет оценить текущую конфигурацию точки доступа на вероятность использования известных уязвимостей метода аутентификации WPA/WPA со стороны злоумышленников нужного уровня подготовленности.

Метод. Предложен метод оценки квалифицированности злоумышленника и его технической оснащенности путем подбора параметров ключа WPA/WPA2 для системы-приманки в беспроводной сети стандарта IEEE 802.11. Реализация данного метода позволит достичь уменьшения нагрузки на систему-приманку, прежде всего создаст иллюзию подлинности для злоумышленника. Предложен метод распределенной атаки грубой силы на метод аутентификации WPA/WPA2, который обеспечивает диагностику устойчивости ключа системы-приманки в сети Wi-Fi. Проведено сравнение аппаратной виртуализации с виртуализацией на уровне операционной системы при одинаковых условиях в рамках атаки грубой силы на механизм аутентификации WPA/WPA2.

Результаты. Получены оптимальные условия для проведения распределенной атаки грубой силы в виртуальной среде, что позволяет относительно быстро оценить уровень защищенности системы-приманки.

Выводы. Предложен метод оценки устойчивости ключа для метода аутентификации WPA/WPA2 сети стандарта IEEE 802.11 для взаимодействия со злоумышленником нужного уровня квалификации и имеющегося у него технического обеспечения. Дальнейшее развитие получил метод оценки защищенности беспроводных сетей стандарта IEEE 802.11 с помощью метода анализа иерархий. Предложено среду для проведения оценки условной защищенности системы-приманки с условиями применения масштабируемости данной технологии; метод генерирования словарей для проведения оценки защищенности систем-приманок, который позволит избежать повторения ключей и, тем самым, ускорит получение результатов.

Ключевые слова: IEEE 802.11, Wi-Fi, система-приманка, оценка защищенности, метод анализа иерархий.

Banakh R. I.

Post-graduate Student of Information Security Department, Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine

AUTHENTICATION METHOD WPA/WPA2 KEY PARAMETERS' DEFINITION FOR IEEE 802.11 BASED HONEYPOT

Context. An issue of correct configuration of honeypots is still opened, especially it is about honeypots that simulate wireless networks as their clients are mobile and zone of control is not limited. Wrong configuration of honeypot may become its usage disinterested inside automated system especially it is applicable to honeypots for IEEE 802.11 wireless networks. Honeypot with open (no authentication) method or with low security may be suspicious for experienced attacker otherwise, it become easy prey for attackers whose goal is just access to Internet. On the other hand, usage of honeypot with strong security level make no sense as well, as this model will become unconquerable for attackers.

Most protected access points use authentication method WPA2, usage of which may assure attacker that he/she attacks legitimate system.

Objective. The goal of the researching work is to develop diagnostic model for honeypots in IEEE 802.11 wireless networks, which is conditionally secured by authentication method WPA/WPA2. Proposed model can help to assess possibility to leverage known WPA vulnerabilities by attacker on access point with given configuration.

Method. An evaluation method of attacker's qualification and its technical set of equipment in way of WPA/WPA2 encryption key selection for wireless honeypot is offered. Implementation of this method allows to reach load reduction on honeypot what will provide an illusion of system authenticity for attacker. Method of distributed brute force attack on authentication method WPA/WPA2 that provides diagnostic of Wi-Fi honeypot for encryption key resistance is offered. A Comparison between hardware virtualization and OS-level virtualization is provided under the identical conditions in scope of WPA2 handshake brute force task.

Results. Optimal conditions for providing brute force attack in virtual environment are obtained, what can give possibility to quickly assess security level honeypot. This information can be used to understand how qualified attacker should be.

Conclusions. A method of key perseverance assessment for authentication method WPA/WPA2 in IEEE 802.11 wireless network is proposed, for interaction with attacker with needed qualification level and computing resources. A method of IEEE 802.11 wireless networks security assessment using Analytics Hierarchy Process got further development. The scalable environment for honeypots assessment providing is offered. The method of wordlist generation and rotation that are delivered to assessment system is proposed, what can help to exclude key reduplication what in its turn will help to speedup of assessment results.

Keywords: IEEE 802.11, Wi-Fi, honeypot, security assessment, analytic hierarchy process.

REFERENCES

1. Lijuan Z., Qingxin W. *A Network Security Evaluation Method based on FUZZY and RST, 2010 2nd International Conference on Education Technology and Computer (ICETC), 22–24 June 2010 : proceedings.* Shanghai, China, IEEE, 2010, pp. 40–44.
2. Runfu Z., Lianfen H., Mingbo X. Security for Wireless Network Based on Fuzzy-AHP with Variable Weight, *2010 Second International Conference on Networks Security, Wireless Communications and Trusted Computing, 24–25 April 2010 : proceedings.* Wuhan, Hubei, China, IEEE, 2010, Vol. 2, pp. 490–493.
3. Ying-Chiang C., Jen-Yi P. Hybrid Network Defense Model Based on Fuzzy Evaluation, *The Scientific World Journal*, 2014, Vol. 2014, pp. 1–12.
4. Goel R., Sardana A., Joshi R. C. Wireless Honeypot: Framework, Architectures and Tools, *International Journal of Network Security*, 2013, Vol. 15, No. 5, pp. 373–383.
5. Dudykevych V. B., Piskozub A. Z., Tymoshyk N. P., Tymoshyk R. P., Dutkevych T. V. Metody ta zasoby analizu system-prymanok v procesi zlamu, *Naukovo-tehnichnyui zhurnal «Zahyst informatsii»*, 2009, No. 1, pp. 27–31.
6. Ajah I. A. Evaluation of Enhanced Security Solutions in 802.11-Based Networks, *International Journal of Network Security & Its Applications (IJNSA)*, 2014, Vol. 6, No. 4, pp. 29–42.
7. Banakh R., Piskozub A., Stefinko Y. External elements of honeypot for wireless network, *Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science, Proceedings of the XIIIth International Conference TCSET'2016. 23–26 February 2016 : proceedings.* Lviv-Slavsko, Ukraine, Lviv Publishing House of Lviv Polytechnic, 2016, pp. 480–482.
8. Banakh R. Wi-Fi Honeypot as a service. *Conception of business model, Engineer of XXI century : VI inter university conference of students, PHD students and young scientists, 02 December 2016 : proceedings.* Bielsko-Biala, Poland : dr inż. Jacek Rysiński, 2016, pp. 59–64.
9. Morabito R., Kjällman J., Komu M. Hypervisors vs. Lightweight Virtualization: a Performance Comparison, *2015 IEEE International Conference on Cloud Engineering: First International Workshop on Container Technologies and Container Clouds, 19 March 2015: proceedings.* Tempe, Arizona, IC2E, 2015, pp. 386–393.

EVALUATION METHODS OF IMAGE SEGMENTATION QUALITY

Context. The basic methods of quantitative evaluation of image segmentation quality are explored. They are used to select segmentation algorithms for specific image classes. The object of the study is cytological and histological images that are used in diagnosing the pathological processes in oncology. The subject of the study is quantitative methods for segmentation algorithms' quality evaluation.

Objective. The purpose of the work is to introduce the Gromov-Fr échet metric and develop a metric-based method for quantitative evaluation of segmentation quality for image segmentation algorithms' comparison.

Method. The quantitative evaluation criteria, which are based on comparison with etalon image and without the comparison with etalon image, are analyzed. The algorithms for measuring the distances between images based on the Fr échet, Hausdorff, and Gromov-Hausdorff metrics are analyzed.

To calculate the distance between the contours of images, the Gromov-Fréchet distance was introduced. The condition of identity, symmetry and triangle is proved, and it is shown that the Gromov-Fr échet distance is a metric.

The metric-based method of quantitative evaluation of segmentation quality is developed. It is based on the use of the Gromov-Hausdorff and Gromov-Fr échet metrics. The method is based on the algorithms for non-convex-into-convex polygon transformation, weighted chord algorithm, and algorithms for calculating the Fréchet and Hausdorff distances. To calculate the Hausdorff distance between convex regions, the Atalah's algorithm was used. The Thierry and Manillo algorithm was used to find the discrete Fréchet distance. These algorithms have the lowest computational complexity among their class of algorithms.

Results. The Gromov-Fr échet metric was introduced and the metric-based method of quantitative evaluation of segmentation quality was developed.

Conclusions. The conducted experiments on the basis of cytological images confirmed the performance of software for evaluation the distances between images. The developed method showed a high accuracy of estimation the distances between images. The developed software module was used in intelligence systems for diagnosing the breast precancerous and cancerous conditions. The software can be used in various software systems of computer vision. Promising areas for further research are search for new metrics to evaluate the distances between images.

Keywords: segmentation, quantitative segmentation evaluation, Fréchet metric, Hausdorff metric, Gromov-Hausdorff metric, Gromov-Fr échet metric, polygon, cytological images.

NOMENCLATURE

AMS – automated microscopy system;

AR – area relation;

FOM – figure of merit;

NR FOM – number relation figure of merit;

AUMA – absolute ultimate measurement accuracy;

RUMA – relative ultimate measurement accuracy;

FOC – figure of certainty;

FRAG– fragmentation;

CSP – correctly selected pixels;

PDE – pixel distance error;

I – a predefined image;

I^e – an expert (etalon) image;

I^{A_j} – an image, segmented by algorithm A_j ;

A_j – a segmentation algorithm;

$d(I^e, I^{A_j}) = d_j$ – a distance between etalon image I^e

and segmented image I^{A_j} by algorithm A_j ;

$d(x, y)$ – an Euclidean distance between points x and y ;

d_H – a Hausdorff distance;

$d_2(V_2, W_2)$ – a distance between contours;

d_F – a Fréchet distance;

d_{GH} – a Gromov-Hausdorff distance;

d_{GF} – a Gromov-Fr échet distance;

A, B – compact sets;

f, g – continuous curves;

α, β – arbitrary continuous non-decreasing function;

(X, d) – metric space X with metric d ;

γ_i – parameterized curves in metric spaces,

f, g – isometric embeddings into a space;

Z – a set of isometric transformations;

P, Q, P_i, Q_j – polygons;

C_{P_i} – a contour (external boundary) of convex polygon

P_i ;

O_{P_i} – an internal boundary of convex polygon P_i ;

$d_1(V_1, W_1)$ – a distance between regions;

D – a combined distance;

φ, λ – weighted coefficients;

V – initial set of polygon vertices;

n – a number of vertices in polygon;

m – a number of vertices corresponding to condition

$\alpha_i < 180^\circ$;

B – a set of polygon vertices after convex regions formation;

α_i – interior angles of the polygon;

O – algorithm computational complexity.

INTRODUCTION

Image processing and analysis have been widely used in computed tomography, magnetic resonance tomography,

X-ray imaging (digital radiography), histology and cytology, etc. [1]. For diagnostics in oncology, automated microscopic system (AMS) are used to process and analyze cytological and histological images.

The object of this research is cytological and histological image segmentation.

Cytological image is a microscopic image of preparations containing cells and their components (nucleus, cytoplasm) [2]. Histological image is a microscopic image of preparation thin sections of fixed tissues that reflect their structure [3].

The main disadvantages of most histological and cytological images are low quality, non-uniform illumination of areas, presence of noise, lack of clear contours between the microscopic objects and the background. It is known that image segmentation is crucial for the average computer vision. There are many algorithms for image segmentation, such as threshold, watershed distribution, k -means, and others. Therefore, the choice of segmentation algorithms and their parameters is of great significance. To select the optimal parameters for segmentation algorithms, it is necessary to evaluate the results of segmentation.

The subject of the research is methods of segmentation quality evaluation.

There are the following segmentation evaluation criteria: non-standard segmentation criteria that do not require standard (etalon) segmentation and standard (etalon-based) segmentation criteria.

One of the main criteria of the first group is homogeneity of segments. This approach is based on calculation of value dispersion of a certain image feature used for segmentation [4]. Another criterion for evaluating segmentation is contrast between segments. Besides, a shape of a segment is also a criterion that can help evaluate segmentation quality. This criterion can be effectively used for a specific image analysis. The advantage of using non-standard criteria is simplicity and speed.

The most famous algorithms belonging to the second group are AR, FOM, NR FOM, AUMA, RUMA, FOC, Baddeley, Average Distance, Variance distance, FRAG [5]. This group of algorithms is based on the use of metrics [6]. The results of etalon-based segmentation are compared with the results of specific segmentation algorithm. The main advantage of the second group of algorithms is high accuracy of evaluation.

There is no single unified theory of image segmentation. Most algorithms are heuristic in nature. Therefore, the actual problem is objective quantitative evaluation of segmentation quality.

The purpose of this article is to analyze and compare the current evaluation methods of image segmentation, develop a metric-based method and algorithms for quantitative evaluation of image segmentation using histological and cytological images.

1 PROBLEM STATEMENT

Let I be a predefined image (fig. 1). Expert (etalon) image I^e is obtained after expert's segmentation. Let image I^{A_j} be an image segmented by algorithm A_j . Then the distance

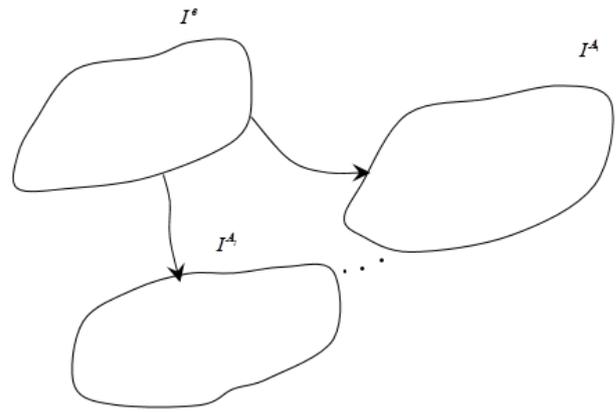


Figure 1 – Expert image and image segmented by algorithms

between an etalon image and an image segmented by algorithms A_i will be equal to $d(I^e, I^{A_i})$, $i = 1, \dots, l$.

It necessary to find out the algorithm A_j that meets the requirement of distance minimum $d_j = \min(d_1, d_2, \dots, d_l)$.

It is necessary to find out the algorithm.

2 LITERATURE REVIEW

Segmentation quality evaluation has become a research focus of many researchers since the late 80s – early 90s. Zhang, Mattana, and Huo [5] stated that it is accuracy of individual objects' selection that can serve as image segmentation evaluation. The authors considered individual characteristics of objects. To evaluate the threshold segmentation methods, Lee, Chung, and Park introduced segmentation error probability criterion based on counting wrongly classified pixels. Yasnoff and Mui [7] introduced pixel distance error (PDE) to find out the distances between pixels in the target and segmented images. The longer the distance is, the higher the segmentation error will be. Gerbrands [8] introduced FOM criterion to determine the distance between the segmented pixel and "correct" pixel location. Criterion RUMA, offered by Zhang [9], uses geometric object parameters to evaluate segmentation quality.

The analyzed criteria mainly evaluate the distances between individual objects in etalon and segmented images. In practice, it is necessary to evaluate the quality of segmentation for a group of objects.

The algorithms for comparing segmentation results by means of metrics are based on known Fréchet and Hasdorff metrics.

Thus, Lopez and Reisner [10] developed an algorithm to reduce a number of vertices of the convex polygon for a given error ξ in the Hausdorff metric. The algorithm can be used only for convex polygons. Alt and Scharfz [11] calculated the Hausdorff distance between algebraic plane curves using Voronoi diagrams. The algorithm is used for partial cases with algebraic curves and has a high computational complexity. Chew and Kedem [12] developed an algorithm for finding the minimum Hausdorff distance in metrics L_i and L_∞ . The resulting computational complexity

is $O(n^2 \cdot \log^2 n)$. Knauer and Scherfenberg [13] developed a search method by a given image pattern, which has the least distance in the metric of Hausdorff. In this case, translation of the specified pattern is used to the search image. The algorithm has a high computational complexity. Alvarez and Seidel [14] developed a method for finding the minimum weight spanning tree based on the Hausdorff metric for d -dimensional space. The problem of approximation of such a tree is solved in polynomial time. Atallah [15] developed an algorithm for finding the Hausdorff distance between convex polygons. The computational complexity of this algorithm is $O(m \cdot n)$, where m and n refer to a number of vertices of the first and second polygons, respectively.

A number of publications are devoted to the development of algorithms for finding the Fréchet distance between curves. Alt and Godau [16] developed algorithms for finding the distance between parametric curves. The computational complexity is $O(mn \cdot \log mn)$. Mosig and Clausen [17] developed an algorithm for calculating the Fréchet discrete distance for polygonal curves. They used groups of rigid motion. The computational complexity is $O(m^2 \cdot n^2)$, where m and n refer to a number of fragments on the first and second curves. K. Buchin, M. Buchin, and Wenk [18] developed an algorithm for calculating the Fréchet distance for surfaces that are represented by simple polygons. The algorithm has a polynomial complexity. Rote [19] developed the algorithm for calculating the Fréchet distance between two curves given by the set of m and linearly approximated segments. The computational complexity is $O(m \cdot n)$. Schlesinger, Vodolazskiy, and Yakovenko [20] obtained the computational complexity $O(m \cdot n)$ for the Fréchet metric for closed polygonal curves. Ahn et al [21] developed an algorithm for calculating the Fréchet distance with inaccurately given vertices. For d -dimensional space they obtained the computational complexity of $O(d \cdot m \cdot n)$. Cook, Driemel, Sherette, and Wenk [22] developed an algorithm for calculating the Fréchet distance between non-flat surfaces. The authors reached the polynomial time in the L_∞ metric. Gudmundsson and Smid [23] developed a fast algorithm for finding the similarity of polygonal trees in the Fréchet metric. The algorithm has a polynomial complexity.

Eiter and Mannila [24] developed an algorithm for finding the Fréchet discrete distance between polygons. The computational complexity of the algorithm is $O(m \cdot n)$. The best algorithms for finding the Fréchet distance for plane closed curves have the computational complexity of $O(m \cdot n)$. The best algorithms for finding the Hausdorff distance for convex regions have computational complexity $O(m \cdot n)$.

The mentioned algorithms calculate the distances separately between the curves (contours) of the images in the Fréchet metric and between the regions of the images in the Hausdorff metric.

Therefore, it is necessary to develop a metric, method, and software for evaluating segmentation quality for complex images with many objects.

3 MATERIALS AND METHOD

In order to compute distances between images, we use Hausdorff and Fréchet metrics. To compute the shortest distances between images, we use Gromov-Hausdorff and Gromov-Fréchet metrics.

We present the basic metrics below.

Fréchet metric. Let X be a metric space with a metric d . For two curves $f : [a, b] \rightarrow X$ and $g : [a', b'] \rightarrow X$, the Fréchet distance between them is equal to [10]:

$$d_F = \inf_{\alpha, \beta} \sup_{t \in [0, 1]} d(f(\alpha(t)), g(\beta(t))),$$

where α and β are arbitrary non-decreasing continuous functions from the interval $[0, 1]$ on intervals $[a, b]$ and $[a', b']$, respectively. The value of function is $\alpha(0) = 0$ and $\alpha(1) = 1$, and it is similar for function β .

Hausdorff metric. For a metric space (X, d) , the Hausdorff metric d_H will be called a metric on the set \mathfrak{S} of all non-empty compact subsets X , which is defined by means of the formula [25]:

$$d_H^X(A, B) := \max \left\{ \max_{x \in A} \min_{y \in B} d(x, y), \max_{y \in B} \min_{x \in A} d(x, y) \right\}.$$

Gromov-Hausdorff metric. The distance between two compact sets A and B is equal to [26]:

$$d_{GH}(A, B) := \inf_{X, f, g} d_H^X(f(A), g(B)),$$

where $f : A \rightarrow X$, $g : B \rightarrow X$ denote isometric embeddings into a metric space (X, d) .

Gromov-Fréchet metric. To measure the distance between two curves, we use Gromov-Fréchet metric:

$$d_{GF}(S, Q) := \inf_{X, S, Q} d_F^X(f(S), g(Q)),$$

where $f : S \rightarrow X$, $g : Q \rightarrow X$ – isometric embeddings into a metric space (X, d) . Suppose there are two parameterized curves in metric spaces $\gamma_i : [0, 1] \rightarrow X_i$, $i = 1, 2$. (X_i, d_i) is a metric, $t \rightarrow \gamma_i(t) \in X_i$ (fig. 2). We embed isometrically $j_i : X_i \rightarrow Z$, $i = 1, 2$, (Z, d) .

Then we take a Fréchet distance between $j_1\gamma_1$ and $j_2\gamma_2$,

$$d_F(j_1\gamma_1, j_2\gamma_2). \quad (1)$$

Finally, infimum of such (1) along all isometric embeddings j_1, j_2 will be a Gromov-Fréchet distance:

$$d_{GF}(\gamma_1, \gamma_2) = \inf_{j_1, j_2, Z} d_F(j_1\gamma_1, j_2\gamma_2).$$

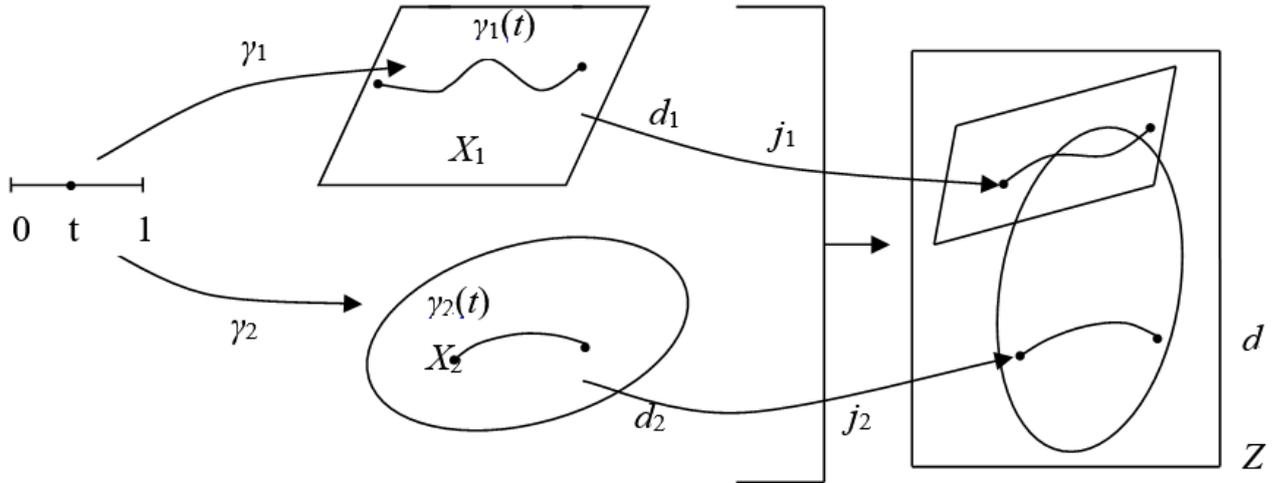


Figure 2 – Gromov-Fréchet metric between two parameterized curves

Theorem. The function d_{GF} is a metric.

Proof. First we check if the definition is correct. Having two spaces X_1 and X_2 we consider their bouquet $Z = X_1 \vee X_2$, sticking together two arbitrary points x_1^0 and x_2^0 .

Let us define a metric d in a bouquet by means of the formula:

$$d(x, y) = \begin{cases} d_i(x, y), & \text{if } x, y \in X_i. \\ d_1(x, x_1^0) + d_2(x_2^0, y), & \text{if } x \in X_1, y \in X_2. \end{cases}$$

Then we check the definition of a metric for d_{GF} .

Obviously, $d_{GF}(\gamma_1, \gamma_2) \geq 0$.

Besides, $d_{GF}(\gamma, \gamma) = 0$ for each γ .

Let us denote that the definition implies that $d_{GF}(\gamma_1, \gamma_2) \geq d_{GF}(\gamma_1([0,1]), \gamma_2([0,1]))$.

If $d_{GF}(\gamma_1, \gamma_2) = 0$, then it implies that $d_{GF}(\gamma_1([0,1]), \gamma_2([0,1])) = 0$, therefore, we can assume that $\gamma_1([0,1]) = \gamma_2([0,1])$.

The last equality in case of embedded curves gives equality $\gamma_1 = \gamma_2$ exactly to parameterization. The symmetry of function d_{GF} is obvious.

Let us verify the triangle inequality. Let $\gamma_i : [0,1] \rightarrow X_i$, $i = 1, 2, 3$ be parameterized curves; $d_{GF}(\gamma_1, \gamma_2) = a$, $d_{GF}(\gamma_2, \gamma_3) = b$; and $\varepsilon > 0$. There are metric spaces Z_{12} and Z_{23} , and such isometric embeddings

$$j_i : X_i \rightarrow Z_{12}, \quad i = 1, 2,$$

$$k_i : X_i \rightarrow Z_{23}, \quad i = 2, 3,$$

so that

$$d_F(j_1\gamma_1, j_2\gamma_2) < a + \varepsilon,$$

$$d_F(k_2\gamma_2, k_3\gamma_3) < b + \varepsilon.$$

Let $Z = Z_{12} \cup_{k_2j_2^{-1}} Z_{23}$. In other words, Z is derived from $Z_{12} \cup Z_{23}$ by identification of each point $j_2(x)$ with point $k_2(x)$, $x \in X_2$.

Metric d on Z is defined by the formula:

$$d(x, y) = \begin{cases} d'(x, y), & \text{if } x, y \in Z_{12}. \\ d''(x, y), & \text{if } x, y \in Z_{23}. \\ \inf\{d'(x, j_2(z)) + d''(k_2(z), y) \mid z \in X_2\}, & \text{if } x \in Z_{12}, y \in Z_{23}. \end{cases}$$

(Here d' is a metric on Z_{12} , d'' is a metric on Z_{23}).

Then from the triangle inequality for d_F it derives that

$$\begin{aligned} d_{GF}(\gamma_1, \gamma_2) &\leq d_F(j_1\gamma_1, k_3\gamma_3) \leq d_F(j_1\gamma_1, j_2\gamma_2) + \\ &+ d_F(k_2\gamma_2, k_3\gamma_3) < a + b + 2\varepsilon = \\ &= d_{GF}(\gamma_1, \gamma_2) + d_{GF}(\gamma_2, \gamma_3) + 2\varepsilon \end{aligned}$$

Since $\varepsilon > 0$ is arbitrary, we obtain the required inequality.

To evaluate segmentation quality, the researchers developed quantitative evaluation method of segmentation quality (QEMSQ), which is built on metric-based measuring the distance between images.

After segmentation, we obtain a set of segments that we approximate linearly and get a set of polygons. In general, they are not convex. Thus, the task is to compare two non-convex polygons after a specific algorithm segmentation and expert segmentation.

Let P and Q be two non-convex polygons (fig. 3).



Figure 3 – Polygons P and Q

Let us divide polygons P and Q into sets of convex polygons, that is, $P = P_1 \cup \dots \cup P_i \cup \dots \cup P_n$, $Q = Q_1 \cup \dots \cup Q_j \cup \dots \cup Q_m$. Each convex polygon P_i and Q_j is represented as $P_i = C_{P_i} \cup O_{P_i}$, where C_{P_i} and O_{P_i} are contour (external boundary) and internal region of convex polygon P_i , respectively. Similarly, polygon Q : $Q_j = C_{Q_j} \cup O_{Q_j}$.

Then we receive

$$P = (C_{P_1} \cup O_{P_1}) \cup (C_{P_2} \cup O_{P_2}) \cup \dots \cup (C_{P_n} \cup O_{P_n}) \mid V,$$

$$Q = (C_{Q_1} \cup O_{Q_1}) \cup (C_{Q_2} \cup O_{Q_2}) \cup \dots \cup (C_{Q_m} \cup O_{Q_m}) \mid W.$$

Let us represent the latter expressions in the following form:

$$P = (C_{P_1} \cup \dots \cup C_{P_n}) \cup (O_{P_1} \cup \dots \cup O_{P_n}),$$

$$Q = (C_{Q_1} \cup \dots \cup C_{Q_m}) \cup (O_{Q_1} \cup \dots \cup O_{Q_m}).$$

Denote:

$$C_{P_1} \cup \dots \cup C_{P_i} \cup \dots \cup C_{P_n} = V_1,$$

$$O_{P_1} \cup \dots \cup O_{P_i} \cup \dots \cup O_{P_n} = V_2,$$

$$C_{Q_1} \cup \dots \cup C_{Q_j} \cup \dots \cup C_{Q_m} = W_1,$$

$$O_{Q_1} \cup \dots \cup O_{Q_j} \cup \dots \cup O_{Q_m} = W_2.$$

Then the distance between polygons P and Q is equal to a sum of distances between contours and internal regions of convex polygons P_i and Q_j . The distance between regions equals:

$$d_1(V_1, W_1) = \inf \{ \varepsilon_1 > 0 \mid \forall i = \overline{1, n}, \exists j = \overline{1, m}, d_H(O_i, O_j) \leq \varepsilon_1$$

and vice versa $\forall j = \overline{1, m}, \exists i = \overline{1, n}$, and $d_H(O_i, O_j) \leq \varepsilon_1 \}$,
 d_H – a Hausdorff distance.

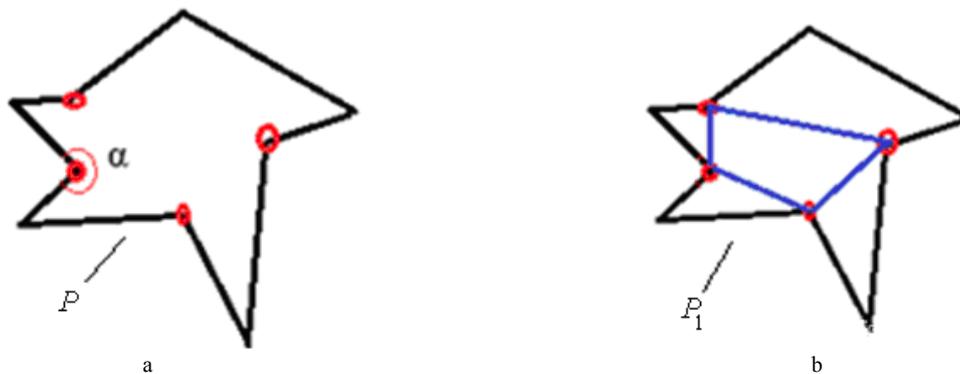


Figure 4 – Partitioning non-convex polygon into convex polygons: a – polygon P , with internal angles larger than 180° , b – polygon P_1 , convex region formation

Similarly, we calculate the distances between contours:
 $d_2(V_2, W_2) = \inf \{ \varepsilon_2 > 0 \mid \forall i = \overline{1, n}, \exists j = \overline{1, m}, d_F(C_i, C_j) \leq \varepsilon_2$
and vice versa $\forall j = \overline{1, m}, \exists i = \overline{1, n}$, and $d_F(C_i, C_j) \leq \varepsilon_2 \}$,
 d_F – a Fréchet distance.

Quantitative evaluation method of segmentation quality is based on a combination of algorithms that ensure finding the shortest distances between images. This combination includes a set of algorithms: algorithm for non-convex-into-convex polygon transformation, weighted chords algorithm, Hausdorff distance algorithm, and discrete Fréchet distance algorithm.

Stepwise quantitative evaluation method of segmentation quality can be represented as follows:

1. Formation of a convex polygons' set.
2. Conducting isometric transformations for embedding convex polygons with a maximum cross section.
3. Computing a Fréchet distance for convex polygons.
4. Computing a Hausdorff distance for convex polygons.
5. Finding the shortest distance based on weighted metrics (Fréchet and Hausdorff metrics) between polygons P and Q according to $D = \varphi d_H + \lambda d_F$.

Let us describe the basic algorithms that underpin this method.

Algorithm for non-convex-into-convex polygon transformation:

Let P be a non-convex polygon with vertices $V = \{v_0, v_1, \dots, v_{n-1}\}$. Algorithm for convex polygon formation consists of the following steps:

1. Beginning with an upper vertex, we select the vertices with internal angles α_j larger than 180° . If such angles do not exist, then the polygon is convex and the algorithm is completed. Otherwise, we get an array of vertices $B = \{b_0, b_1, \dots, b_m\}$.
2. We connect consistently the received vertices b_1 beginning with the top vertex and get a polygon P_1 .
3. We repeat step 1 with a received polygon P_1 .
4. We repeat steps 1 and 2 with polygons P_1 until the angle of each vertex meets the condition $\alpha < 180^\circ$.

The algorithm is graphically demonstrated in fig. 4

Algorithm computational complexity is $O(n + m)$, where n is a number of vertices of initial non-convex polygon and m is a number of vertices of non-convex polygon.

Weighted chords algorithm is described in the article of Berezsky, Melnyk, Batko, and Pitsun [27] Computational complexity of the algorithm is $O(n \cdot m)$, where n is a number of weighted chords of the first polygon and m is a number of weighted chords of the second polygon. For convex regions' comparison, the Atallah's algorithm [15] was used. For contour comparison, we used the Fréchet discrete distance algorithm developed by Eiter and Mannila [25]. So, the developed QEMSQ algorithms have the least computational complexity.

4 EXPERIMENTS

For computer experiments, we used cytological images [28].

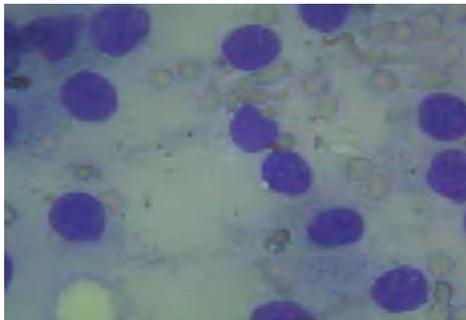
To compare segmentation quality of individual micro objects, we use etalon image shown in fig. 5.

Other images for these experiments were generated randomly. In this case, we use the following methods to evaluate segmentation quality: CSP, WSP, PDE, FRAG, AUMA, and RUMA.

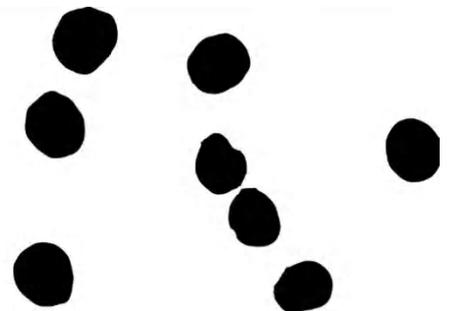
To evaluate segmentation quality of micro objects' groups, we use cytological images. Fig. 6 shows the etalon image and images segmented by means of thresholding, k -means, and watershed distribution algorithms [29]. We used Hausdorff, Fréchet, Gromov-Hausdorff, and Gromov-Fréchet metrics.



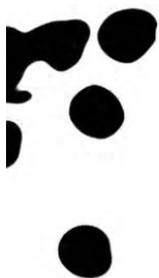
Figure 5 – Etalon image



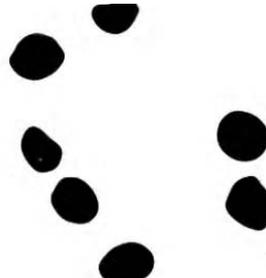
a



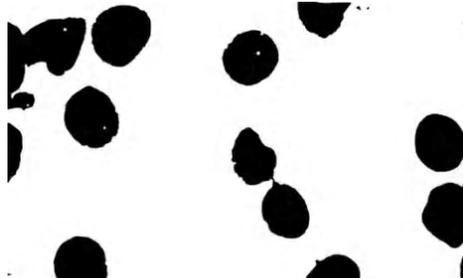
b



c



d



e

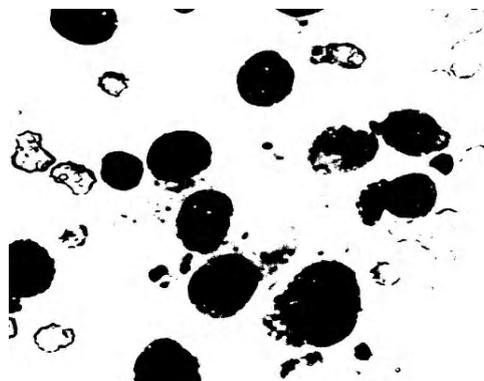


Figure 6 – Image segmentation: a – output image, b – etalon image, c – segmentation results by k -means + threshold algorithms, d – segmentation results by watershed + threshold algorithms, e – segmentation results by threshold algorithm

5 RESULTS

Comparative analysis of image segmentation is demonstrated in Table 1.

Thus, the described methods of segmentation quality evaluation rated the most similar to etalon images and the most dissimilar images. These methods should be used to evaluate the segmentation quality of individual microscopic objects rather than the entire image as a whole. Table 2 shows the results of segmentation quality evaluation of images illustrated in fig. 6.

Analysis of data in Table 2 demonstrates that Gromov-Fréchet and Gromov-Hausdorff metrics showed better results than others. The combination of segmentation algorithms *k*-means and threshold optimally suits the segmentation of cytological images.

6 DISCUSSION

The analyzed methods of quantitative evaluation of segmentation quality, such as CSP, WSP, PDE, FRAG, AUMA, RUMA provide evaluation for only individual microscopic objects.

To evaluate the quality of segmentation of micro objects' groups, it is necessary to apply metrics. The most common metrics are the classical metrics of Fréchet and Hausdorff. At present, the best known algorithms that implement the Fréchet metric for contours (flat curves) have the computational complexity of $O(m \cdot n)$. Known algorithms for calculating the Hausdorff distance between convex regions (polygons) have the computational complexity of $O(m \cdot n)$. The Hausdorff and Fréchet metrics allow separately measuring the distances between regions and contours of images. To find the shortest distances between regions, the Gromov-Hausdorff metric is used.

The disadvantages of the known algorithms are the following:

1. Algorithms based on the Fréchet metric calculate the distance only between the contours of images;

2. Algorithms based on the Hausdorff metric calculate the distance only between convex regions of images;

3. There are no algorithms that calculate the shortest distance between contours.

The advantages of the developed algorithms are the following:

1. The proposed Gromov-Fréchet metric allows estimating the shortest distance between the contours of images;

2. The use of a combined metric based on the metrics of Gromov-Hausdorff and Gromov-Freche provided the possibility to calculate the shortest distances between contours and non-convex regions of images.

3. The developed EMISQ, which is based on the best known algorithms for calculating the Fréchet and Hausdorff distances, automatically estimates the shortest distances between groups of micro objects.

CONCLUSIONS

In the article, the authors introduced the Gromov-Fréchet distance and proved that distance is a metric. The method of quantitative evaluation of image segmentation quality is developed, on the basis of which a program module is designed and implemented, which allows calculating the shortest distance between images in an automatic mode.

The scientific novelty of the results is the following:

– for the first time, a Gromov-Fréchet metric was proposed for measuring the shortest distance between the contours of images;

– for the first time, quantitative evaluation method of segmentation quality based on the integrated use of Gromov-Fréchet and Gromov-Hausdorff metrics was applied allowing to evaluate the shortest distances between images.

The practical significance of the results is in the development of software to evaluate the shortest distances between the images. Computer experiments that were conducted on the example of cytological and histological images showed high efficiency of software that was used in image automatic segmentation algorithms.

Table 1 – Comparative analysis of image segmentation

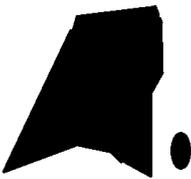
Methods of segmentation quality evaluation				
CSP, %	80.96	93.52	70.5	97.84
WSP, %	53.72	47.9	58.26	44.01
FRAG, %	98	90	70	97
AUMA, -pixels	4347.0	1165.0	5113.0	1105.0
RUMA, %	15.22	4.08	17.9	3.87

Table 2 – Comparative analysis of image segmentation based on metrics

Metrics	b) → b)	b) → c)	b) → d)	b) → e)
Hausdorff	0	19.20	21.37	46.57
Gromov-Hausdorff	0	19.20	21.37	46.57
Fréchet	0	36.76	26.4	52.77
Gromov-Fréchet	0	36.76	24.18	52.77
Weighted metrics	0	27.98	22.78	49.67

Further areas of research embrace the development of algorithms of de-parallelizing the metric quantitative evaluation method of segmentation quality, which will help speed up the process of segmentation quality evaluation and segmentation algorithm optimization. Besides, a promising area for further investigations is development of a metric for evaluation the similarities of non-convex polygons.

ACKNOWLEDGEMENTS

The proposed research has been developed within the state budget project “Hybrid Intelligent Information Technology Diagnosing of Precancerous Breast Cancer Based on Image Analysis” (state registration number 1016U002500).

REFERENCES

1. Yinpeng J. Contrast Enhancement by Multi-scale Adaptive Histogram Equalization / J. Yinpeng, L. Fayadb, A. Laine // Proceedings of SPIE. – 2001. – Vol. 4478. – P. 206–213. DOI: 10.7916/D8QZ2M29
2. Baron T. H. A Prospective Comparison of Digital Image Analysis and Routine Cytology for the Identification of Malignancy in Biliary Tract Strictures / T. H. Baron, G. Harewood, A. Rumalla // Clinical Gastroenterology and Hepatology. – 2004. – Vol. 2, Issue 3. – P. 214–219. DOI: 10.1016/S1542-3565(04)00006-0
3. Petushi S. Large-scale computations on histology images reveal grade-differentiating parameters for breast cancer / S. Petushi, F. U. Garcia, M. M. Haber // BMC Medical Imaging. – 2006. – Vol. 6, Issue 14. – P. 496–499. DOI: 10.1186/1471-2342-6-14
4. Levine M. D. Dynamic measurement of computer generated image segmentations / M. D. Levine, A. Nazif // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1985. – Vol. 7, Issue 2. – P. 155–164. DOI: 10.1109/TPAMI.1985.4767640
5. Zhang Y. J. A review of recent evaluation methods for image segmentation / Y. J. Zhang // Signal Processing and its Applications (ISSPA) : Sixth International Symposium, Kuala Lumpur Malaysia, Aug 13–16, 2001 : proceedings. – Kuala Lumpur, 2001. – P. 148–151.
6. Berezsky O. Methods of quantitative evaluation of image segmentation quality / O. Berezsky // Signal/Image Processing and Pattern Recognition (UkrOBRAZ'2014) : XIIIth All-Ukraine International Conference, Kyiv, 3–7 November 2014 : proceedings. – Kyiv, 2014. – P. 51–54.
7. Lee S. U. A comparative performance study of several global thresholding techniques for segmentation / S. U. Lee, S. Y. Chung, R. H. Park // Computer Vision, Graphics, and Image Processing. – 1990. – Vol. 52, Issue. 2. – P. 171–190.
8. Zhang Y. J. Segmentation evaluation using ultimate measurement accuracy / Y. J. Zhang, J. J. Gerbrands // Image Processing Algorithms and Technique. – 1992. – Vol. 1657. – P. 449–460.
9. Zhang Y. J. Objective and quantitative segmentation evaluation and comparison / Y. J. Zhang, J. J. Gerbrands // Signal Processing. – 1994. – Vol. 39, Issue.2. – P. 43–54. DOI:10.1016/0165-1684(94)90122-8
10. Lopez M. Hausdorff approximation of convex polygons / M. A. Lopez, S. Reisner // Computational Geometry. – 2005. – Vol. 32, Issue 2. – P. 139–158. DOI: 10.1016/j.comgeo.2005.02.002
11. Alt H. Computing the Hausdorff distance between curved objects / H. Alt, L. Scharfz // International Journal of Computational Geometry. – 2008. – Vol. 18. – P. 307–320. DOI: 10.1142/S0218195908002647
12. Chew L. P. Getting around a lower bound for the minimum Hausdorff distance / L. P. Chew, K. Kedem // Computational Geometry. – 1998. – Vol. 10, Issue 3. – P. 197–202. DOI: S0925-7721(97)00032-1
13. Knauer C. Approximate nearest neighbor search under translation invariant hausdorff distance / C. Knauer, M. Scherfenberg // International Journal of Computational Geometry. – 2011. – Vol. 21, Issue 3. – P. 369–381. DOI: S0218195911003706
14. Alvarez V. Approximating the minimum weight spanning tree of a set of points in the Hausdorff metric / V. Alvarez, R. Seidel // Computational Geometry. – 2010. – Vol. 43. – P. 94–98.
15. Atallah M. J. Computing Some Distance Functions Between Polygons / M. J. Atallah, C. Celso // Computer Science Technical Reports. – 1990. – Vol. 9. – P. 1–10.
16. Alt H. Computing the Fréchet distance between two polygonal curves / H. Alt, M. Godau // International Journal of Computational Geometry and Applications. – 1995. – Vol. 5. – P. 75–91.
17. Mosig A. Approximately matching polygonal curves with respect to the Fréchet distance / A. Mosig, M. Clausen // Computational Geometry. – 2005. – Vol. 30, Issue 2. – P. 113–127. DOI: 10.1016/j.comgeo.2004.05.004
18. Buchin K. Computing the Fréchet distance between simple polygons / K. Buchin, M. Buchin, C. Wenk // Computational Geometry. – 2008. – Vol. 44, Issue 1–2. – P. 2–20. DOI: 10.1145/1137856.1137870
19. Rote G. Computing the Fréchet distance between piecewise smooth curves / G. Rote // Computational Geometry. – 2007. – Vol. 37. – P. 162–174. DOI: 10.1016/j.comgeo.2005.01.004
20. Schlesinger M. I. Frechet Similarity of Closed Polygonal Curves / M. I. Schlesinger, E. V. Vodolazskiy, V. M. Yakovenko // International Journal of Computational Geometry. – 2016. – Vol. 26. – P. 53–66. DOI: 10.1142/S0218195916500035
21. Computing the discrete Fréchet distance with imprecise impute / [H.-K. Ahn, C. Knauer, M. Scherfenberg et al.] // International Journal of Computational Geometry. – 2016. – Vol. 22. – P. 27–44. DOI: 10.1142/S0218195912600023
22. Computing the Fréchet distance between folded polygons / [A. F. Cook, Anne Driemel, Jessica Sherette et al.] // Computational Geometry. – 2015. – Vol. 50. – P. 1–16.
23. Gudmundsson J. Fast algorithms for approximate Fréchet matching queries in geometric trees / J. Gudmundsson, M. Smid // Computational Geometry. – 2015. – Vol. 48. – P. 479–494. DOI:10.1016/j.comgeo.2015.02.003
24. Computing discrete Fréchet distance: Technical Report: CD-TR 94/64 / T. Eiter, H. Mannila // Information Systems Department, Technical University of Vienna. – Vienna, 1994. – 7 p.
25. Deza M. M. Encyclopedia of Distances / M. M. Deza. – Berlin : Springer-Verlag, 2009. – 590 p.
26. Gromov M. Metric Structures for Riemannian and Non-Riemannian Spaces / M. Gromov. – Boston, MA, Progress in Mathematics, 1999. – 1041 p.
27. Regions Matching Algorithms Analysis to Quantify the Image Segmentation Results / [O. Berezsky, Y. Batko, O. Pitsun et al.] // Sensors & Transducers. – 2017. – Vol. 208, Issue 1. – P. 44–49. DOI: 10.1109/STC-CSIT.2016.7589862
28. Fuzzy system diagnosing of precancerous and cancerous conditions of the breast / [O. Berezsky, S. Verbovy, L. Dubchak et al.] // Computer Sciences and Information Technologies (CSIT) : XI th International Scientific and Technical Conference, Lviv, 6–10 September 2016 : proceedings. – Lviv, 2016. – P. 200–203. DOI: 10.1109/STC-CSIT.2016.7589906
29. Berezsky O. Automated Processing of Cytological and Histological Images / Oleh Berezsky, Oleh Pitsun // Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH'2016) : XII th International Conference, Lviv-Polyana, 20–24 April 2016 : proceedings. – Lviv, 2016. – P. 51–53. DOI:10.1109/MEMSTECH.2016.7507518

Article was submitted 14.06.2017.
After revision 20.08.2017.

Березький О. М.¹, Піцун О. Й.²

¹Д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерної інженерії, Тернопільський національний економічний університет, Тернопіль, Україна

²Аспірант, Тернопільський національний економічний університет, Тернопіль, Україна

МЕТОДИ ОЦІНКИ ЯКОСТІ СЕГМЕНТАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ

Актуальність. Розглянуто основні методи кількісної оцінки якості сегментації зображень. Вони використовуються для вибору алгоритмів сегментації для конкретних класів зображень. Об'єктом дослідження є цитологічні та гістологічні зображення, які використовуються при діагностуванні патологічних процесів в онкології. Предметом дослідження є кількісні методи оцінки якості алгоритмів сегментації.

Мета роботи – введення метрики Громова-Фреше та розроблення метричного методу кількісної оцінки якості сегментації для порівняння алгоритмів сегментації зображень.

Метод. Проаналізовані критерії кількісної оцінки, які базуються на порівнянні та без порівняння з еталонним зображенням. Проаналізовано алгоритми знаходження відстані між зображеннями на основі метрик Фреше, Хаусдорфа, Громова-Хаусдорфа.

Для знаходження відстані між контурами зображень введено відстань Громова-Фреше. Доведено умову тотожності, симетричності та трикутника і показано, що відстань Громова-Фреше є метрикою.

Розроблено метричний метод кількісної оцінки якості сегментації. Він базується на використанні метрик Громова-Хаусдорфа та Громова-Фреше. Метод побудований на основі алгоритмів перетворення неопуклих полігонів у опуклі, алгоритму зважених хорд, алгоритмів обчислення відстаней Фреше та Хаусдорфа. Для знаходження відстані Хаусдорфа між опуклими областями використано алгоритм М. Аталаха. Для знаходження дискретної відстані Фреше використано алгоритм Томаса Ейттера і Хейкі Манілли. Дані алгоритми мають найнижчу обчислювальну складність серед свого класу алгоритмів.

Результати. Введено метрику Громова-Фреше та розроблено метричний метод кількісної оцінки якості сегментації.

Висновки. Проведені експерименти на основі цитологічних зображень підтвердили працездатність програмного забезпечення оцінки відстані між зображеннями. Розроблений метод показав високу точність оцінки відстаней між зображеннями. Розроблений програмний модуль використаний у інтелектуальній системі діагностування передракових і ракових станів молочної залози. Програмне забезпечення може бути використане в різних програмних системах комп'ютерного зору. Перспективними напрямками досліджень є пошук нових метрик для оцінки відстані між зображеннями.

Ключові слова: сегментація, кількісна оцінка сегментації, метрика Фреше, метрика Хаусдорфа, метрика Громова-Хаусдорфа, метрика Громова-Фреше, полігон, цитологічні зображення.

Березький О. Н.¹, Піцун О. Й.²

¹Д-р техн. наук, професор, заведуючий кафедрою комп'ютерної інженерії, Тернопольский национальный экономический университет, Тернополь, Украина

²Аспирант, Тернопольский национальный экономический университет, Тернополь, Украина

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА СЕГМЕНТАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Актуальность. Рассмотрены основные методы количественной оценки качества сегментации изображений. Они используются для выбора алгоритмов сегментации для конкретных классов изображений. Объектом исследования являются цитологические и гистологические изображения, используемые при диагностировании патологических процессов в онкологии. Предметом исследования являются количественные методы оценки качества алгоритмов сегментации.

Цель работы – введение метрики Громова-Фреше и разработка метрического метода количественной оценки качества сегментации для сравнения алгоритмов сегментации изображений.

Метод. Проанализированы критерии количественной оценки, основанные на сравнении и без сравнения с эталонным изображением. Проанализированы алгоритмы нахождения расстояния между изображениями на основе метрик Фреше, Хаусдорфа, Громова-Хаусдорфа.

Для нахождения расстояния между контурами изображений введено расстояние Громова-Фреше. Доказано условие тождественности, симметричности и треугольника и показано, что расстояние Громова-Фреше является метрикой.

Разработан метрический метод количественной оценки качества сегментации. Он базируется на использовании метрик Громова-Хаусдорфа и Громова-Фреше. Метод построен на основе алгоритмов преобразования невыпуклых полигонов в выпуклые, алгоритма взвешенных хорд, алгоритмов вычисления расстояний Фреше и Хаусдорфа. Для нахождения расстояния Хаусдорфа между выпуклыми областями использован алгоритм М. Аталаха. Для нахождения дискретного расстояния Фреше использован алгоритм Томаса Рейтера и Хейки Маниллы. Данные алгоритмы имеют самую низкую вычислительную сложность среди своего класса алгоритмов.

Результаты. Введено метрику Громова-Фреше и разработано метрический метод количественной оценки качества сегментации.

Выводы. Проведенные эксперименты на основе цитологических изображений подтвердили работоспособность программного обеспечения оценки расстояния между изображениями. Разработанный программный модуль использован в интеллектуальной системе диагностирования предраковых и раковых состояний молочной железы. Программное обеспечение может быть использовано в различных программных системах компьютерного зрения. Перспективными направлениями исследований является поиск новых метрик для оценки расстояния между изображениями.

Ключевые слова: сегментация, количественная оценка сегментации, метрика Громова-Хаусдорфа, метрика Громова-Фреше, полигон, цитологические изображения.

REFERENCES

1. Yinpeng J., Fayadb L., Laine A. Contrast Enhancement by Multi-scale Adaptive Histogram Equalization, *Proceedings of SPIE*, 2001, Vol. 4478, pp. 206–213. DOI: 10.7916/D8QZ2M29
2. Baron T. H., Harewood G., Rumalla A. A Prospective Comparison of Digital Image Analysis and Routine Cytology for the

- Identification of Malignancy in Biliary Tract Strictures, *Clinical Gastroenterology and Hepatology*, 2004, Vol. 2, Issue 3, pp. 214–219. DOI: 10.1016/S1542-3565(04)00006-0
3. Petushi S., Garcia F. U., Haber M. M. Large-scale computations on histology images reveal grade-differentiating parameters for breast cancer, *BMC Medical Imaging*, 2006, Vol. 6, Issue 14, pp. 496–499. DOI: 10.1186/1471-2342-6-14

4. Levine M. D., Nazif A. Dynamic measurement of computer generated image segmentations, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1985, Vol. 7, Issue 2, pp. 155–164. DOI: 10.1109/TPAMI.1985.4767640
5. Zhang Y. J. A review of recent evaluation methods for image segmentation, *Signal Processing and its Applications (ISSPA), Sixth International Symposium, Kuala Lumpur Malaysia, Aug 13–16, 2001, proceedings*. Kuala Lumpur, 2001, pp. 148–151.
6. Berezsky O. Methods of quantitative evaluation of image segmentation quality, *Signal/Image Processing and Pattern Recognition (UkrOBRAZ'2014) : XIIIth All-Ukraine International Conference, Kyiv, 3–7 November 2014 : proceedings*. Kyiv, 2014, pp. 51–54.
7. Lee S. U., Chung S. Y., Park R. H. A comparative performance study of several global thresholding techniques for segmentation, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1990, Vol. 52, Issue. 2, pp. 171–190.
8. Zhang Y. J., Gerbrands J. J. Segmentation evaluation using ultimate measurement accuracy, *Image Processing Algorithms and Technique*, 1992, Vol. 1657, pp. 449–460.
9. Zhang Y. J., Gerbrands J. J. Objective and quantitative segmentation evaluation and comparison *Signal Processing*, 1994, Vol. 39, Issue.2, pp. 43–54. DOI:10.1016/0165-1684(94)90122-8
10. Lopez M. A., Reisner S. Hausdorff approximation of convex polygons, *Computational Geometry*, 2005, Vol. 32, Issue 2, pp. 139–158. DOI: 10.1016/j.comgeo.2005.02.002
11. Alt H., Scharfz L. Computing the Hausdorff distance between curved objects, *International Journal of Computational Geometry*, 2008, Vol. 18, pp. 307–320. DOI: 10.1142/S0218195908002647
12. Chew L. P., Kedem K. Getting around a lower bound for the minimum Hausdorff distance, *Computational Geometry*, 1998, Vol. 10, Issue 3, pp. 197–202. DOI: S0925-7721(97)00032-1
13. Knauer C., Scherfenberg M. Approximate nearest neighbor search under translation invariant hausdorff distance, *International Journal of Computational Geometry*, 2011, Vol. 21, Issue 3, pp. 369–381. DOI: S0218195911003706
14. Alvarez V., Seidel R. Approximating the minimum weight spanning tree of a set of points in the Hausdorff metric, *Computational Geometry*, 2010, Vol. 43, pp. 94–98.
15. Atallah M. J., Celso C. Computing Some Distance Functions Between Polygons, *Computer Science Technical Reports*, 1990, Vol. 9, pp. 1–10.
16. Alt H., Godau M. Computing the Fréchet distance between two polygonal curves, *International Journal of Computational Geometry and Applications*, 1995, Vol. 5, pp. 75–91.
17. Mosig A., Clausen M. Approximately matching polygonal curves with respect to the Fréchet distance, *Computational Geometry*, 2005, Vol. 30, Issue 2, pp. 113–127. DOI: 10.1016/j.comgeo.2004.05.004
18. Buchin K., Buchin M., Wenk C. Computing the Fréchet distance between simple polygons, *Computational Geometry*, 2008, Vol. 441, Issue 1–2, pp. 2–20. DOI: 10.1145/1137856.1137870
19. Rote G. Computing the Fréchet distance between piecewise smooth curves, *Computational Geometry*, 2007, Vol. 37, pp. 162–174. DOI: 10.1016/j.comgeo.2005.01.004
20. Schlesinger M. I., Vodolazskiy E. V., Yakovenko V. M. Frechet Similarity of Closed Polygonal Curves, *International Journal of Computational Geometry*, 2016, Vol. 26, pp. 53–66. DOI: 10.1142/S0218195916500035
21. Ahn H.-K., Knauer C., Scherfenberg M. et al. Computing the discrete Fréchet distance with imprecise impute, *International Journal of Computational Geometry*, 2016, Vol. 22, pp. 27–44. DOI: 10.1142/S0218195912600023
22. Cook A. F., Driemel Anne, Sherette Jessica et al. Computing the Fréchet distance between folded polygons, *Computational Geometry*, 2015, Vol. 50, pp. 1–16.
23. Gudmundsson J., Smid M. Fast algorithms for approximate Fréchet matching queries in geometric trees, *Computational Geometry*, 2015, Vol. 48, pp. 479–494. DOI:10.1016/j.comgeo.2015.02.003
24. Eiter T., Mannila H. Computing discrete Fréchet distance: Technical Report: CD-TR 94/64 / Information Systems Department, Technical University of Vienna. Vienna, 1994, 7 p.
25. Deza M. M. Encyclopedia of Distances. Berlin, Springer-Verlag, 2009, 590 p.
26. Gromov M. Metric Structures for Riemannian and Non-Riemannian Spaces. Boston, MA, Progress in Mathematics, 1999, 1041 p.
27. Berezsky O., Batko Y., Pitsun O. et al. Regions Matching Algorithms Analysis to Quantify the Image Segmentation Results, *Sensors & Transducers*, 2017, Vol. 208, Issue 1, pp. 44–49. DOI: 10.1109/STC-CSIT.2016.7589862
28. Berezsky O., Verbovy S., Dubchak L. et al. Fuzzy system diagnosing of precancerous and cancerous conditions of the breast, *Computer Sciences and Information Technologies (CSIT) : XI th International Scientific and Technical Conference, Lviv, 6–10 September 2016 : proceedings*. Lviv, 2016, pp. 200–203. DOI: 10.1109/STC-CSIT.2016.7589906
29. Berezsky O., Pitsun O. Automated Processing of Cytological and Histological Images, *Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH'2016) : XII th International Conference, Lviv-Polyana, 20–24 April 2016 : proceedings*. Lviv, 2016, pp. 51–53. DOI: 10.1109/MEMSTECH.2016.7507518

ВЫРОЖДЕННЫЕ S-БЛОКИ

Актуальность. S-блоки являются одним из основных преобразований многих шифров, и поиску S-блоков с улучшенными криптографическими показателями уделяется громадное внимание в литературе этого направления. Тем самым полагается, что есть подстановки (S-блоки), которые следует считать плохими, т.е. такие, которые не подходят для построения надежных шифров. С другой стороны, одно из направлений совершенствования конструкций шифров, которое развивается в последнее время, связано с построением шифров, в которых могут применяться S-блоки случайного типа. Возникает важный вопрос. А какие же S-блоки не подходят для построения шифрующих преобразований? В этой связи большую актуальность приобретает изучение свойств и особенностей формирования S-блоков вырожденных конструкций, под которыми понимаются подстановки, ухудшающие криптографические показатели шифров.

Цель. Изучение свойств и особенностей формирования подстановок вырожденного типа, оценка вероятности их порождения с помощью генератора случайных подстановок. Определение признаков, по которым можно отличить вырожденные подстановки.

Метод. Построение поцикловых законов распределения максимумов таблиц дифференциальных разностей и таблиц линейных аппроксимаций для уменьшенных моделей шифров, при использовании в них разных (вырожденных) конструкций S-блоков. Определение закона распределения максимумов XOR таблиц и смещений таблиц линейных аппроксимаций байтовых подстановок.

Результаты. Изучены ансамблевые характеристики множества байтовых подстановок. На основе изучения дифференциальных и линейных свойств уменьшенных моделей шифров определены признаки, по которым можно выявить вырожденные подстановки. Вычислительным и экспериментальным путем определена вероятность случайного порождения (выбора) байтовой подстановки вырожденного типа.

Выводы. Результатами работы подтверждено, что получение вырожденных байтовых S-блоков при случайном их порождении является маловероятным событием. Это означает, что практически без ограничений в шифрах могут использоваться S-блоки, порождения с помощью генератора случайных подстановок.

Научная новизна состоит в том, что изучено влияние вырожденных подстановок на эффективность шифрующих преобразований. Впервые установлено, что использование в шифрах S-блоков, порожденных случайным образом, с очень большой вероятностью не приводит к ухудшению показателей стойкости шифров к атакам дифференциального и линейного криптоанализа.

Практическая значимость результатов работы заключается в получении конкретных данных, подтверждающих основное положение разрабатываемой новой методики оценки стойкости блочных симметричных шифров к атакам дифференциального и линейного криптоанализа о независимости показателей стойкости шифров от применяемых S-блоков, в том числе и S-блоков случайного типа.

Ключевые слова: методология оценки стойкости, вырожденные подстановки, дифференциальные показатели, линейные показатели.

НОМЕНКЛАТУРА

π – нелинейное подстановочное преобразование (S-блок);

ЛАТ – линейная аппроксимационная таблица подстановки;

ТР – таблица разностей подстановки;

ТД – таблица дифференциалов подстановки;

$\text{Pr}(A_\pi(\Delta X, \Delta Y) = 2k^*)$ – вероятность порождения подстановки с максимальным значением XOR разности;

k^* – половинное значение максимума XOR перехода дифференциальной таблицы;

$\text{Pr}(\lambda^*(\alpha, \beta) = |2l^*|)$ – вероятность порождения подстановки с максимальным значением смещения ЛАТ;

l^* – половинное значение максимума смещения таблицы ЛАТ;

$D_{\max}(X)$ – закон распределения максимумов таблицы XOR разностей байтовой подстановки;

$D_{\max}(Y)$ – закон распределения максимумов смещений линейной аппроксимационной таблицы байтовой подстановки;

DP_{\max}^π – максимальное значение дифференциальной вероятности таблицы подстановки π ;

LP_{\max}^π – максимальное значение линейной вероятности подстановки π .

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных положений, развиваемых в новой методологии оценки показателей стойкости блочных симметричных шифров (БСШ) к атакам дифференциального и линейного криптоанализа [1], является положение, состоящее в том, что все БСШ после определенного индивидуального для каждого БСШ числа циклов приходят по дифференциальным и линейным показателям к свойствам случайных подстановок соответствующих степеней (значения максимальных дифференциальных и линейных вероятностей совпадают с соответствующими показателями случайных подстановок).

Проведенные многочисленные эксперименты, свидетельствуют о том, что сформулированное положение выполняется практически для всех известных шифров, а подстановки, его не подтверждающие – это весьма ограниченное множество по сравнению с общим числом возможных подстановок, существенно не влияющее на достоверность сформулированного утверждения.

Это означает, что предлагаемая методология работает для произвольных S-блоковых конструкций, исключая так называемые вырожденные подстановки, которые в современных шифрах не используются. Возникает воп-

рос, а какие же S-блоки считать вырожденными? И насколько вероятно попасть при случайном выборе на вырожденную подстановку?

Одним из простых ответов на этот вопрос может стать такой: вырожденными S-блоками следует считать те, которые либо не позволяют шифру в пределах ограниченного числа циклов, однозначно определенного для каждого шифра, достичь показателей случайной подстановки соответствующей степени, либо стационарное значение, к которому приходит шифр, не соответствует ожидаемому, свойственному случайной подстановке.

Объектом исследования является процесс прихода шифров к состоянию случайной подстановки (к стационарному значению поцикловых значений максимумов дифференциальных и линейных вероятностей).

Предмет исследований составляют байтовые подстановки вырожденного типа, определение которых приведено выше.

Целью данной работы является изучение свойств и особенностей формирования подстановок вырожденного типа. Оценивается вероятность порождения байтовых S-блоков с помощью генератора случайных подстановок. Определяются признаки, по которым можно отличить вырожденные подстановки.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть мы имеем выборку из случайно сгенерированных байтовых (размера 8×8) подстановок: $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$. Для симметрической группы S_n полное множество таких подстановок будет содержать $n!$ различных представителей. Каждое из этих преобразований характеризуется своими значениями максимальной дифференциальной DP_{\max}^{π} и линейной LP_{\max}^{π} вероятностей. Необходимо определить, какие из полного множества таких подстановок и сколько являются вырожденными в определенном выше смысле?

2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

В криптографической литературе уделяется просто огромное внимание построению подстановочных конструкций (S-блоков) для блочных симметричных шифров [2–10 и мн. др.], так как считается, что показатели стойкости шифров непосредственно связаны с криптографическими свойствами входящих в них S-блоков. Наши исследования [11–14 и мн. др.], однако, показали, что это не совсем так. Подстановочные преобразования, используемые в современных шифрах, не влияют на итоговые показатели стойкости шифров. Они влияют (не всегда) на динамику прихода шифров к состоянию случайной подстановки [15, 16] и то лишь в пределах одного цикла. Другое дело, что в принципе существуют конструкции S-блоков, которые ухудшают или просто разрушают криптографическое преобразование, применение которых для построения шифров просто недопустимо. Такие S-блоки в [1] названы вырожденными.

В работах [1, 17–19 и др.] пропагандируется использование для построения шифров случайно сконструированных S-блоков. Такие S-блоки нашли уже использование в современных шифрах, правда с дополнительным отбором по определенным критериям [20]. Возникает

задача насколько важно выполнять проверку криптографических показателей S-блоков, предполагаемых к использованию в конкретном шифре, и если использовать случайные конструкции, как защититься от использования слабых (вырожденных) S-блоков?

В интернете нам не удалось найти материалов по вырожденным подстановкам. В этом направлении нашлась только одна опубликованная работа [21], в которой обсуждаются непосредственно понятия и подходы, связанные с вырожденными подстановками. Сегодня, возвращаясь к затронутым в работе [21] вопросам, хочется отметить, что обоснование мощности подстановок, названных в работе вырожденными, выполненное на основе формул для законов распределения переходов XOR таблиц и таблиц линейных аппроксимаций представляется не совсем аккуратным. Более последовательным и правильным следует считать использование для оценки множества вырожденных подстановок законов распределения максимумов переходов соответствующих таблиц, рассчитанных в нашей работе [22]. В этой работе можно найти и дополнительные аргументы, относящиеся к обоснованию математической модели случайной подстановки. Далее в рамках введенного в работе [22] понятия математической модели случайной подстановки обсуждаются свойства и особенности подмножества подстановок вырожденного типа.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Общим подходом, который развивается в этой работе, является построение поцикловых распределений максимумов таблиц дифференциальных разностей и таблиц линейных аппроксимаций для уменьшенных моделей шифров, в качестве которых рассматривается шифр из работы Хеуса и шифр Rijndael [1] (первый шифр имеет слабое линейное преобразование, а второй – сильное линейное преобразование). Многочисленные исследования уменьшенных моделей современных шифров [11–16 и мн. др.] показали, что с S-блоками, построенными по предложениям разработчиков шифра, Rijndael приходит к состоянию случайной подстановки по дифференциальным показателям за три цикла, а по линейным показателям – за четыре. С другими конструкциями S-блоков (из других шифров, в том числе и случайных S-блоков) приход Rijndael-я к случайной подстановке по дифференциальным показателям затягивается до 5-ти циклов. Шифру Хеуса для прихода к состоянию случайной подстановки для различных S-блоков (от рекомендованных конструкций до случайных S-блоков) достаточно выполнить от 6-ти до 9-ти циклов шифрования.

Нам потребуются и материалы из работы [21], приведенные далее в разделе эксперименты, в которой обсуждаются подходы к обоснованию модели случайной подстановки. Заодно мы выполним уточнение некоторых моментов.

Мы будем интересоваться числом циклов шифрования, после которого шифр приходит к показателям случайной подстановки, т.е. основным методом исследований будет построение для шифров с разными S-блоками поцикловых законов распределения максимумов полных дифференциалов и линейных корпусов. Основным инструментом исследований будет изучение законов рас-

пределения максимумов переходов дифференциальных и линейных таблиц постановок. Будет выполнена оценка доли вырожденных байтовых подстановок в общем множестве подстановок симметрической группы.

В данном случае вырожденными случайными подстановками будут считаться подстановки, которые не укладываются в рамки приведенных в работе [1 и др.] подстановок, примененных в ряде современных шифров, и модели случайной подстановки, обоснованной в работе [22].

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Здесь, как уже было отмечено выше, представляются результаты экспериментов с малыми (16-битными) моделями шифров. Соответственно разговор будет идти о полубайтовых S-блоках, изученных наиболее всесторонне и глубоко [23, 24]. Для каждого шифра с фиксированным числом циклов шифрования выполнялся расчет поцикловых распределений максимумов переходов XOR таблиц и смещений таблиц линейных аппроксимаций для 30 различных ключей шифрования, сгенерированных случайным образом, а потом результаты усреднялись.

Мы здесь воспользуемся примерами вырожденных подстановок и результатами экспериментов из работы [21] с полубайтовыми S-блоками. Эксперименты показывают, что к вырожденным подстановкам (S-блокам) следует отнести, прежде всего, подстановки с предельными (максимальными) значениями дифференциальных переходов и (или) смещений (полубайтовые подстановки имеют максимальное значение дифференциального перехода равное 16 (2^n) для XOR таблиц и значение 8 (2^{n-1}) для таблиц линейных аппроксимаций). В табл. 1 и табл. 2, заимствованных из работы [21], мы представляем поцикловое поведение значений максимумов полных дифференциалов и значений максимумов смещений ЛАТ 16-ти битного шифра Хеуса из работы [25] (шифра со слабым линейным преобразованием).

В качестве первого примера взята тождественная подстановка (единичная подстановка симметрической группы). Эта подстановка имеет максимально возможное

значение перехода дифференциальной таблицы равное 16 и максимально возможное значение смещения таблицы линейных аппроксимаций равное 8-ми (нелинейность равна нулю!). Результаты ее применения для построения процедуры зашифрования (шифра) приведены в верхней части таблицы 1 (первый пример). Этот пример ярко свидетельствует, что без применения подстановочной нелинейной операции шифр (любой) просто разваливается.

Второй и третий примеры подстановок свидетельствуют, что действительно существуют и не тождественные подстановки со значением показателя максимума смещения линейной аппроксимационной таблицы (ЛАТ) равному 8 (максимально возможному значению для полубайтовой подстановки), которые также не позволяют реализовать эффективную процедуру зашифрования. Заметим, что вторая подстановка приходит к асимптотическому значению максимума таблицы дифференциалов (ТД) равному 24, отличающемуся от теоретического значения максимума дифференциала для случайной подстановки (18–20).

В таблице 2 представлены результаты поциклового оценки максимумов смещений таблиц линейных аппроксимаций (линейных оболочек) шифра Хеуса с этими же подстановками, которые рассматривались выше. И в этом случае результаты свидетельствуют о практической непригодности рассмотренных первых двух подстановок для построения шифрующей преобразований. Последняя подстановка приходит к показателям случайной подстановки после 7-ми циклов, однако, для достижения необходимых дифференциальных свойств (см. табл. 1) ей требуется более 11-ти циклов зашифрования. В то же время здесь можно сослаться на результаты работ [26, 27 и др.], из которых следует, что случайно взятые подстановки с одновременно не максимальными значениями дифференциальных и линейных переходов с большой вероятностью приводят к эффективному шифрующему преобразованию. Число циклов, необходимое для перехода к случайной подстановке, например, для шифра Хеуса, не превышает 6-ти.

Таблица 1 – Поцикловые значения максимумов полных дифференциалов (XOR таблиц) шифра Хеуса с вырожденными S-блоками

№ п/п	Подстановка	Значения максимумов ТР в зависимости от числа циклов					
		Число циклов					
1	Тождественная подстановка	1	2	3	4	5	6
		57617,1	50364,4	45675,6	40971,4	37338,8	39267,0
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
2	1,2,3,4,5,6,7,8,9,1A,B,C,D,E,F ЛАТ – 8, ДТ – 16 (15)	41487,8	43386,5	44803,1	46411,4	47075,4	47872,9
		Число циклов					
		1	2	3	4	5	6
		32768	16384	5043,2	1327,87	369,60	151,07
3	Подстановка 14 из работы [22]	Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		61,53	32,60	24,20	23,87	23,93	24,13
		Число циклов					
3	Подстановка 1 из работы [5]	1	2	3	4	5	6
		49152,0	27648,0	15552,0	3616,00	1016,0	451,27
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
3	C,D,5,1,A,B,6,2,E,3,7,F,4,0,8,9 ЛАТ – 8, ДТ – 12 (3)	209,27	106,60	53,07	27,53	20,07	19,07

Далее мы опять напоминаем результаты из работы [21].

В табл. 3 приведены поцикловые распределения максимумов числа переходов XOR таблиц для шифров с сильным линейным преобразованием. Они вычисляются с помощью уменьшенной (16-битной) конструкции шифра Rijndael, в котором используются те же

S-блоки, что и в предыдущих экспериментах. Первая вырожденная подстановка (тождественная) конечно и в этом случае приводит к развалу процедуры шифрования. В тоже время другие две подстановки (по крайней мере, последняя) на 11-ти циклах выходят к свойствам случайной. Однако, это все равно плохие подстановки.

Таблица 4 иллюстрирует поцикловые значения максимумов смещений ЛАТ для уменьшенной модели Rijndael с вырожденными S-блоками. По данным этой таблицы вторая подстановка повторяет показатели, продемонстрированные шифром Хеуса (см. табл. 3). Она явно не подходит для построения шифра. В целом, все

три подстановки (с показателями нелинейности равными 8-ми) следует отнести к вырожденным подстановкам.

Вырожденными могут быть подстановки и с не максимальными значениями дифференциальных и (или) линейных показателей (близкими к предельным). Пример такой подстановки представлен в табл. 5 и табл. 6.

В этом случае шифр пришел к другому стационарному значению равному 24. Это второй пример подстановки с таким свойством (см. табл. 1). Заметим, что при другой конструкции линейного преобразования (линейным преобразованием MixColumn и ShiftRows $GF(2^8)$) шифр приходит к асимптотическому значению, соответствующему случайной подстановке. Нам пока не удалось объяснить этого эффекта. Табл. 6 демонстрирует линейные показатели уменьшенной модели шифра Rijndael с этим же S-блоком (S-блоками). Результат говорит сам за себя. Этот S-блок нельзя применять для построения шифра.

Таблица 2 – Поцикловые значения максимумов смещений ЛАТ для шифра Хеуса с вырожденными S-блоками

№ п/п	Подстановка	Значения максимумов ЛАТ в зависимости от числа циклов					
		Число циклов					
1	Тождественная подстановка 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,1A,B,C,D,E,F ЛАТ – 8, ДТ – 16 (15)	1	2	3	4	5	6
		32768	32768	32768	32768	32768	32768
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		32768	32768	32768	32768	32768	32768
2	Подстановка 14 из работы [22] 5,A,C,6,0,F,3,9,8,D,B,1,7,2,E,4 ЛАТ – 8, ДТ – 8 (12)	Число циклов					
		1	2	3	4	5	6
		32768	32768	32768	32768	32768	32768
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		32768	32768	32768	32768	32768	32768
3	Подстановка 1 из работы [5] C,D,5,1,A,B,6,2,E,3,7,F,4,0,8,9 ЛАТ – 8, ДТ – 12 (3)	Число циклов					
		1	2	3	4	5	6
		32768	24576	12288	5233,1	2040,2	1077,7
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		839,7	821,7	830	811,3	834,4	806,6

Таблица 3 – Поцикловые значения максимумов полных дифференциалов (XOR таблиц) для уменьшенной модели шифра Rijndael с вырожденными S-блоками

№ п/п	Подстановка	Значения максимумов ТР в зависимости от числа циклов					
		Число циклов					
1	Тождественная подстановка 1,2,3,4,5,6,7,8,9,1A,B,C,D,E,F ЛАТ – 8, ДТ – 16 (15)	1	2	3	4	5	6
		57617,1	50364,4	45675,6	40971,4	37338,8	39267,0
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		41487,8	43386,5	44803,1	46411,4	47075,4	47872,9
2	Подстановка 14 из работы [22] 5,A,C,6,0,F,3,9,8,D,B,1,7,2,E,4 ЛАТ – 8, ДТ – 8 (12)	Число циклов					
		1	2	3	4	5	6
		32768	16384	5043,20	1327,87	369,60	151,07
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		61,53	32,60	24,20	23,87	23,93	24,13
3	Подстановка 1 из работы [5] C,D,5,1,A,B,6,2,E,3,7,F,4,0,8,9 ЛАТ – 8, ДТ – 12 (3)	Число циклов					
		1	2	3	4	5	6
		49152	15552,0	1686,6	500,00	70,00	19,253
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		19,07	19,613	18,80	19,527	19,61	19,37

Таблица 4 – Поцикловые значения максимумов смещений ЛАТ для уменьшенной модели Rijndael с вырожденными S-блоками.

№ п/п	Подстановки	Число циклов					
		Значения максимумов ЛАТ в зависимости от числа циклов					
1	Тождественная подстановка 1,2,3,4,5,6,7,8,9,1A,B,C,D,E,F ЛАТ – 8, ДТ – 16 (15)	1	2	3	4	5	6
		32768	32768	32768	32768	32768	32768
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		32768	32768	32768	32768	32768	32768
2	Подстановка 14 из работы [22] 5,A,C,6,0,F,3,9,8,D,B,1,7,2,E,4 ЛАТ – 8, ДТ – 8 (12)	Число циклов					
		1	2	3	4	5	6
		32768	32768	32768	32768	32768	32768
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		32768	32768	32768	32768	32768	32768
3	Подстановка 1 из работы [5] C,D,5,1,A,B,6,2,E,3,7,F,4,0,8,9 ЛАТ – 8, ДТ – 12 (3)	Число циклов					
		1	2	3	4	5	6
		32768	24576	12288	5244	2044	1080
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		792	872	826	816	842	816

Таблица 5 – Поцикловые значения максимумов полных дифференциалов (XOR таблиц) уменьшенной версии шифра Rijndael с вырожденными S-блоками

№ п/п	Подстановки	Число циклов					
		Значения максимумов ТДР в зависимости от числа циклов					
4	Подстановка C,9,4,6,8,E,D,5,3,F,B,0,A,2,1,7 ЛАТ – 6, ДТ – 8 (5)	1	2	3	4	5	6
		32768,0	1536,0	139,07	23,53	24,20	23,73
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		23,80	24,07	23,80	23,93	24,00	23,80

Таблица 6 – Поцикловые значения максимумов смещений ЛАТ для уменьшенной модели шифра Rijndael с вырожденными S-блоками

№ п/п	Подстановка	Значения максимумов ЛАТ в зависимости от числа циклов					
		Число циклов					
4	C,9,4,6,8,E,D,5,3,F,B,0,A,2,1,7 ЛАТ – 6, ДТ – 8 (5)	1	2	3	4	5	6
		32768,0	32768,0	32768,0	32768,0	32768,0	32768,0
		Число циклов					
		7	8	9	10	11	12
		32768,0	32768,0	32768,0	32768,0	32768,0	32768,0

Многочисленные эксперименты с уменьшенными моделями шифров [1, 11–15, 25, 27 и др.] (и с полноцикловыми версиями шифров в режиме их активизации 16-битными входными и выходными блоками данных) свидетельствуют о том, что если в шифрах используются S-блоки не с максимальными значениями дифференциальных и линейных переходов, все шифры приходят к одним и тем же средним значениям максимумов дифференциальной и линейной вероятностей, характерными для случайных подстановок соответствующей степени [1]. Результаты свидетельствуют, что по всем рассмотренным шифрам для перехода к асимптотическому значению смещения требуется 4-5 циклов. Видно также, что использование S-блоков с высокими показателями нелинейности дает выигрыш в динамике выхода к асимптотическому значению в пределах одного цикла.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Оценка доли вырожденных подстановок среди подстановок симметрической группы. Вторая часть рабо-

ты посвящена оценке доли вырожденных подстановок среди подстановок симметрической группы

Здесь мы покажем, что вероятность попасть на вырожденную подстановку при их случайном формировании весьма мала.

Приведем здесь расчеты закона распределения максимумов XOR переходов байтовой подстановки, полученного в работе [19]. Напомним, что в этом случае сам закон распределения максимумов переходов XOR таблицы имеет вид

$$D_{\max}(X) \approx e^{-e^{\frac{10-2 \cdot X}{0,87}}} \quad (1)$$

При выводе этой формулы полагалось, что переходы таблицы XOR разностей байтовой подстановки представляют собой выборку (набор) из случайных значений, распределенных по Пуассоновскому закону. Результаты расчетов иллюстрирует табл. 7.

Из представленных результатов следует, что распределение сосредоточено в двух целочисленных значениях 10 и 12. При этом в более половины случаев на выходе генератора случайных подстановок формируются подстановки со значением максимума 12, далее, более 30% подстановок имеют максимумом значение 10. На остальные значения максимумов дифференциальных переходов приходится около 10% подстановок [28].

Вероятность получить подстановки со значениями максимумов равными 8-ми близка к 0,00004 и резко уменьшается при дальнейшем уменьшении значения максимума. Соответственно увеличенные до 20 расчетные значения максимума также получаются малыми (менее 10^{-5}) и резко уменьшаются при дальнейшем увеличении максимума.

Аналогичным путем можно выполнить оценку вероятности порождения случайной подстановки с теоретически максимально возможным значением перехода линейной аппроксимационной таблицы подстановки. Для этого случая в работе [19] получен закон распределения максимумов смещений байтовой случайной подстановки в виде

$$D_{\max}(Y) \approx e^{-e^{\frac{32-X}{2}}}. \quad (2)$$

В табл. 8 представлены результаты расчетов по определению распределения значений максимумов смещений линейной аппроксимационной таблицы байтовой подстановки на основе интегрального закона распределения вероятностей (2).

Заметим, что по результатам ранее выполненной теоретической и экспериментальной оценки, значения

максимумов смещений линейной аппроксимационной таблицы случайной подстановки степени 2^8 равны 32 (расчет) и 34 (эксперимент) [29]. В нашем случае расчетные максимумы и максимумы, полученные в экспериментах, совпадают и равны 34-м.

Вырожденные подстановки и в первом и во втором случаях попадают в хвосты максимальных значений законов распределений максимумов (1) и (2).

О подстановке под номером 6. В качестве эксперимента мы взяли хорошую полубайтовую подстановку шифра Rijndael [25], и с помощью двух транспозиций воспроизвели в ней переходы $2 \rightarrow 4$, $3 \rightarrow 6$ и $4 \rightarrow 8$ (последний переход уже был в исходной подстановке), имеющиеся в подстановке под номером 6. Полученная в результате этого подстановка (A, 3, 4, 6, B, E, F, 0, 1, 9, D) повторила по своим свойствам подстановку под номером 6 (она имеет максимальный дифференциальный переход равный 8-ми и максимальный линейный переход равный 6-ти, а шифр Rijndael приходит с такой подстановкой к асимптотическому значению максимума дифференциала равному 24), т.е. стала вырожденной. В то же время одна транспозиция в подстановке под номером 6 в цикле, не содержащем отмеченных выше переходов, сделала подстановку невырожденной. Нам не удалось найти признаков, по которым можно делить подстановки на вырожденные и невырожденные для этого случая, однако, нам не удалось найти невырожденные подстановки среди наиболее вероятного множества подстановок, приближающихся по линейным и дифференциальным показателям к показателям случайной подстановки, определяемой законами распределения вероятностей (1) и (2).

Таблица 7 – Распределение максимумов выборки переходов таблицы XOR разностей для подстановок степени 2^8 , полученных расчетным путем и результаты эксперимента

$k^*(X_1, X_2)$	$\Pr(\Lambda_\pi(\Delta X, \Delta Y) = 2k^*)$	Число максимумов (расчет)	Эксперимент
8	0,00004	0,01	0
10 (10,8)	$0,368 - 0,00004 = 0,368$	94	111
12 (12,10)	$0,905 - 0,368 = 0,537$	137	130
14 (14, 12)	$0,9901 - 0,905 = 0,085$	22	15
16 (16,14)	$0,9967 - 0,9901 = 0,0066$	1,71	1
18 (18,16)	$0,9999 - 0,9967 = 0,0032$	0,819	0
20 (20,18)	$0,999999999999 - 0,9999 = 9,99999999 \times 10^{-5}$	0,0256	0

Таблица 8 – Распределение значений максимумов смещений для множества из 2^8 подстановок, полученных расчетным путем и результаты экспериментов

$k^*(X_1, X_2)$	$\Pr(\lambda(\alpha, \beta) = 2k^*)$	Число значений	Эксперимент
< 26	$3,41 \cdot 10^{-7}$	0	0
28 (28,26)	$5,6 \cdot 10^{-4} - 3,41 \cdot 10^{-7} = 5,6 \cdot 10^{-4}$	0,14	0
30 (30,28)	$0,064 - 5,6 \cdot 10^{-4} = 0,0638$	16	14
32 (32,30)	$0,368 - 0,064 = 0,304$	78	67
34 (34,32)	$0,692 - 0,304 = 0,388$	99	108
36 (36,34)	$0,874 - 0,692 = 0,181$	46	37
38 (38,36)	$0,9518 - 0,874 = 0,078$	19	22
40 (40,38)	$0,9821 - 0,9518 = 0,03$	8	8
42 (42,40)	$0,9933 - 0,9821 = 0,011$	3	1
44 (44,42)	$0,9975 - 0,9973 = 0,00028$	0,07	0

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Предложен метод теоретической и практической оценки и определения эффективности используемых в шифрах подстановочных преобразований позволяющий проверить пригодность подстановок для построения эффективного шифрующего преобразования.

По сравнению с известными подходами и результатами развиваемый метод оценки эффективности шифрующих преобразований на основе экспериментов с использованием уменьшенных моделей шифров позволяет получить такие оценки при ограниченных вычислительных ресурсах и в приемлемые сроки.

Здесь можно согласиться с тем, что множество допустимых подстановок можно ограничить подстановками, которые укладываются в рамки математической модели случайной подстановки, предложенной в работе [22]. Вырожденных подстановок мало. Основная масса подстановок позволяют реализовать эффективное шифрующее преобразование.

Байтовая подстановка является случайной, если одновременно выполняются два условия [22]:

1) Значение максимума ее XOR таблицы находится в границах 10–12;

2) Значение максимума смещения ее таблицы линейных аппроксимаций находится в границах 32–36.

Эффективность применения разработанного метода подтверждается представленными результатами вычислительных экспериментов и состоит в реализации простой процедуры проверки пригодности S-блоков для применения в БСШ на основе оценки значений максимумов их XOR таблиц и максимумов смещений таблиц линейных аппроксимаций.

К вырожденным S-блокам следует отнести подстановки, попадающие в хвосты максимальных значений законов распределений максимумов (1) и (2).

Представленные примеры вырожденных подстановок ярко свидетельствуют, что S-блоки в шифрах играют весьма важную роль. Существуют подстановки (вырожденного типа), с которыми построить хорошего криптографического преобразования нельзя. С другой стороны, подстановки являются одним из основных элементов шифрующего преобразования. Они реализуют один из важных для шифра механизмов – механизм нелинейного перемешивания (перестановки) битов блоков данных, с помощью которого удается наиболее просто добиться эффекта хаотичности в преобразовании битов данных.

ВЫВОДЫ

В работе решена задача уточнения понятия вырожденной подстановки, и выполнена оценка мощности множества таких подстановок.

К вырожденным S-блокам мы отнесли подстановочные конструкции с дифференциальными и линейными показателями (максимумами XOR таблиц и смещений таблиц линейных аппроксимаций), относящимися к хвостам законов распределений максимумов (близкими к предельно возможным как с одной, так и с другой стороны).

Следует отметить, что на протяжении всех экспериментов нам так и не удалось сгенерировать байтовую вырожденную подстановку.

Научная новизна представленных результатов состоит в том, что изучено влияние вырожденных подстановок на эффективность шифрующих преобразований. Впервые установлено, что использование в шифрах S-блоков, порожденных случайным образом, с очень большой вероятностью не приводит к ухудшению показателей стойкости шифров к атакам дифференциального и линейного криптоанализа.

Практическая значимость результатов работы заключается в получении конкретных данных, подтверждающих основное положение развиваемой новой методики оценки стойкости блочных симметричных шифров к атакам дифференциального и линейного криптоанализа о независимости показателей стойкости шифров от применяемых случайно сгенерированных S-блоков, которые с очень большой вероятностью являются невырожденными.

Подводя итоги приведенным результатам, можно отметить следующие моменты.

Результатами работы подтверждено, что получение вырожденных S-блоков при случайном порождении подстановок является маловероятным событием. Особенно это относится к байтовым S-блокам. Для этих S-блоков получение подстановок с максимумами XOR таблиц и смещений таблиц линейных аппроксимаций, близкими к предельно достижимым, является практически невозможным событием. Реальные наиболее вероятные значения максимумов, которые удается получить в экспериментах для байтовых подстановок это 32–34 для таблиц линейных аппроксимаций и 10–12 для таблиц XOR разностей. Они оказываются далекими от предельных значений $2^{8-1} = 128$ (для ЛАТ) и $2^8 = 256$ (для таблиц разностей), характерных для вырожденных подстановок. При этом с увеличением значений максимумов линейных и дифференциальных показателей (переходов) вероятности отбора подстановок с такими значениями очень быстро уменьшаются. Таким образом, доля вырожденных подстановок в общем множестве подстановок симметрической группы оказывается весьма малой.

Это значит, что положение, сформулированное в начале работы, состоящее в том, что все шифры независимо от используемых в них S-блоков после небольшого начального числа циклов шифрования становятся случайными подстановками, выполняется с весьма высоким уровнем доверия. Порождение вырожденных S-блоков является очень маловероятным событием, и самое главное они всегда могут быть обнаружены и исключены на основе результатов экспериментов.

Перспективы дальнейших исследований состоят в дальнейшем изучении механизмов формирования переходов таблиц XOR разностей и таблиц линейных аппроксимаций при использовании вырожденных S-блоков, приводящих к нарушению показателей прихода шифров к состоянию случайной подстановки, и, в частности, появления для некоторых S-блоков второго стационарного значения максимумов дифференциальных вероятностей, отличающегося от показателей случайных S-блоков, а также разработка принципов проектирования блочных симметричных шифров, не зависящих от применяемых в них S-блоков.

БЛАГОДАРНОСТІ

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы Харьковского национального университета им. В. Н. Каразина «Аналіз стану, обґрунтування вимог та напрямків розвитку, стандартизація розробка та впровадження криптографічних систем для надання електронних довірчих послуг» (номер гос. реєстрації 0116U000810). Приказ МОН України № 158 от 26.02.2016 г.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Долгов В. И. Методология оценки стойкости блочных симметричных шифров к атакам дифференциального и линейного криптоанализа: монография / В. И. Долгов, И. В. Лисицкая. – Харьков : Издательство «Форт», 2013. – 420 с.
2. Saier W. Nonlinearity criteria for cryptographic functions / W. Saier, O. Staffelbach // In *Advances in Cryptology. – EUROCRYPT'89, Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag. – 1990. – Vol. 434. – P. 549–562.
3. Pasalic E. Further Results on the Relation between Nonlinearity and Resiliency for BF / E. Pasalic, T. Johansson // *IEEE Trans. on Information Theory*. – 2002. – Vol. 48, No. 7, July. – P. 1825–1834.
4. Sillan W. An effective genetic algorithm for finding highly nonlinear Boolean functions / W. Sillan, A. Clark and E. Dawson // In *First International Conference on Information and Communications Security*, in *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Verlag. – 1997. – Number 1334. – P. 149–158.
5. Sillan W. Smart Hill Climbing Finds Better Boolean Functions / W. Sillan, A. Clark and E. Dawson // *Workshop on Selected Areas in Cryptography (SAC'97) Workshop Record*. – 1997. – P. 50.
6. Seberry J. Hadamard Matrices, Bent Functions and Cryptography / J. Seberry and X. Zhang. // In J. H. Dinitz and D. R. Stinson, editors, *Contemporary Design Theory: A Collection of Surveys*, chapter 11, John Wiley and Sons, Inc. – 1995. – P. 431–559.
7. Исследование аналитических и статистических свойств булевых функций криптоалгоритма Rijndael (FIPS 197) / [И. Д. Горбенко, А. В. Потий, Ю. А. Избенко и др.] // *Радиотехника. Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник*. – 2004. – № 126. – С. 132–138.
8. New constructions of resilient and correlation immune Boolean functions achieving upper bounds of nonlinearity / [E. Pasalic, T. Johansson, S. Saitra et al.] // In *Workshop of Coding and Cryptography*, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*. Elsevier, January 2001.
9. Sillan W. Heuristic Design of Cryptographically Strong Balanced Boolean Functions / W. Sillan, A. Clark and E. Dawson. // In *Advances in Cryptology EUROCRYPT'98 Springer Verlag LNCS 1403*. – 1998. – P. 489–499.
10. Saity S. Construction of Cryptographically Important Boolean Functions / S. Saity and T. Johansson // In *INDOCRYPT 2002*, Volume 2551 in *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Verlag – 2002. – P. 234–245.
11. Лисицкая И. В. Методология оценки стойкости блочных симметричных криптопреобразований на основе уменьшенных моделей: дис. ... докт. техн. наук: 05.13.05 / Лисицкая Ирина Викторовна. – Харьков, 2012. – 293 с.
12. Долгов В. И. Дифференциальные свойства блочных симметричных шифров, представленных на украинский конкурс. / В. И. Долгов, А. А. Кузнецов, С. А. Исаев. // *Электронное моделирование*. – 2011. – Т. 33, № 6. – С. 81–99.
13. Кузнецов А. А. Линейные свойства блочных симметричных шифров, представленных на украинский конкурс / А. А. Кузнецов, И. В. Лисицкая, С. А. Исаев // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2011. – Т. 10, № 2. – С. 135–140.
14. Криптографические свойства уменьшенной версии шифра «Калина» / [В. И. Долгов, П. В. Олейников, А. Ю. Большаков и др.] // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2010. – № 3. – С. 349–354.
15. Gorbenko I. D. On Ciphers Coming to a Stationary State of Random Substitution / I. D. Gorbenko, K. E. Lisickiy, D. S. Denisov // *Universal Journal of Electrical and Electronic Engineering*, 2, P. 206–215. DOI. 10.13189/ujeee. 2014.020409.
16. Лисицкий К. Е. Динамические показатели прихода блочных шифров к состоянию случайной подстановки / К. Е. Лисицкий // *Издательский дом LAP LAMBERT Academic Publishing*, 2014. – 60 с. ISBN-13. 978-3-659-28919-4.
17. Долгов В. И. Шифры со случайными подстановками / В. И. Долгов, И. В. Лисицкая, К. Е. Лисицкий // *Труды международной научно-технической конференции «Компьютерное моделирование в наукоемких технологиях»*, Харьков, 28–31 мая 2014 г. – С. 120–123.
18. Лисицкий К. Е. Снова об оптимальных S-блоках / К. Е. Лисицкий // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2014. – Том. 13, № 3. – С. 208–212.
19. Горбенко И. Д. Уточненные показатели прихода шифров к состоянию случайной подстановки / И. Д. Горбенко, И. В. Лисицкая, К. Е. Лисицкий // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2014. – Том. 13, № 3. – С. 213–216.
20. Інформаційні технології. Криптографічний захист інформації. Алгоритм симетричного блокового перетворення: ДСТУ 7624:2014. – К. : Держспоживстандарт України, 2015. – 238 с. – (Національний стандарт України).
21. Лисицкая И. В. Вырожденные подстановки / И. В. Лисицкая // *Радиотехника*. – 2012. – Вып. 171. – С. 31–38.
22. Лисицкая И. В. Уточненная математическая модель случайной подстановки / И. В. Лисицкая, Е. В. Мельничук // *Автоматизированные системы управления и приборы автоматики – 2013*. – Вып. 162. – С. 22–34.
23. Juhani M. Cryptographic Analysis of All 16-Bit S-Boxes / Markku Juhani O. Saarinen // Volume 7118 of the series *Lecture Notes in Computer Science*. – 2008. – P. 118–133.
24. Токарева Н. Н. Квадратичные аппроксимации специального вида для четырехразрядных подстановок в S-блоках / Н. Н. Токарева // *Прикладная дискретная математика*. – 2008. – Т. 1, № 1. – С. 50–54.
25. Heys H. M. A Tutorial on Linear and Differential Cryptanalysis / H. M. Heys // *CRYPTOLOGIA*. – 2002. – 26, № 3. – P. 189–221.
26. Лисицкая И. В. Об участии S-блоков в формировании максимальных значений линейных вероятностей блочных симметричных шифров / И. В. Лисицкая, В. В. Ковтун // *Межведомственный научн. технический сборник «Радиотехника»*. – 2011. – Вып. 166. – С. 17–25.
27. Лисицкая И. В. Об участии S-блоков в формировании максимальных значений дифференциальных вероятностей блочных симметричных шифров / И. В. Лисицкая, А. В. Казимиров // *Proceedings International Conference SAIT 2011, Kyiv, Ukraine, May 23–28*. – 2011. – P. 459.
28. Дифференциальные свойства подстановок / [Р. В., Олейников, О. И. Олешко, К. Е. Лисицкий и др.] // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2010. – Т. 9, № 3. – С. 326–333.
29. Долгов В. И. Свойства таблиц линейных аппроксимаций случайных подстановок / В. И. Долгов, И. В. Лисицкая, О. И. Олешко // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2010. – № 3. – С. 334–340.

Статья поступила в редакцию 25.01.2017.
После доработки 01.03.2017.

Лисицький К. Є.

Аспірант Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна

ВИРОДЖЕНІ S-БЛОКИ

Актуальність. S-блоки є одним з основних перетворень багатьох шифрів, і пошуку S-блоків з удосконаленими криптографічними показниками приділяється величезна увага в літературі цього напрямку. Тим самим припускається, що є підстановки (S-блоки), які слід вважати плохими, тобто такі, які не підходять для побудови надійних шифрів. З іншого боку, один з напрямків вдосконалення конструкцій шифрів, який розвивається в останній час, пов'язаний з побудовою шифрів, в яких можуть застосовуватися S-блоки випадкового типу. Виникає важливе питання. А які ж S-блоки не підходять для побудови шифруючих перетворень? У цьому зв'язку велику актуальність набуває вивчення властивостей та особливостей формування S-блоків вироджених конструкцій, під якими розуміються підстановки, що погіршують криптографічні показники шифрів.

Мета. Вивчення властивостей та особливостей формування підстановок виродженого типу, оцінка ймовірності їх породження за допомогою генератора випадкових підстановок. Визначення ознак, за якими можна виділити вироджені підстановки.

Метод. Побудова поциклових законів розподілу максимумів таблиць диференціальних різниць і таблиць лінійних апроксимацій для зменшених моделей шифрів, при використанні в них різних (вироджених) конструкцій S-блоків. Визначення закону розподілу максимумів XOR таблиць і зміщення таблиць лінійних апроксимацій байтових підстановок.

Результати. Вивчені ансамблеві характеристики множини байтових підстановок. На основі вивчення диференціальних та лінійних властивостей зменшених моделей шифрів визначені ознаки, за допомогою яких виявляються вироджені підстановки. Обчислювальним і експериментальним шляхом визначається ймовірність випадкового породження (вибору) байтової підстановки виродженого типу.

Висновки. Результатами роботи підтверджено, що отримання вироджених байтових S-блоків при випадковому їх породженні є малоімовірною подією. Це означає, що практично без обмежень у шифрах можуть використовуватися S-блоки, породжені з допомогою генератора випадкових підстановок.

Наукова новизна міститься в тому, що вивчений вплив вироджених підстановок на ефективність шифруючих перетворень. Вперше встановлено, що використання в шифрах S-блоків, породжених випадковим чином, з дуже великою ймовірністю не призводить до погіршення показників стійкості шифрів до атак диференціального та лінійного криптоаналізу.

Практична значимість результатів роботи складається в отриманні конкретних даних, що підтверджують основне положення розробленої нової методики оцінки стійкості блочних симетричних шифрів до атак диференціального та лінійного криптоаналізу про незалежність показників стійкості шифрів від використовуваних S-блоків, у тому числі й S-блоків випадкового типу.

Ключові слова: методологія оцінки стійкості, вироджені підстановки, диференціальні показники, лінійні показники.

Lisickiy K. E.

Post-graduate student of Kharkiv National University named by V. N. Karazina

DEGENERATE S-BOXES

Context. S-blocks are one of the main transformations of many ciphers, and the search for S-boxes with improved cryptographic indices a great deal of attention in the literature of this direction is paid. Thus, it that there are permutations (S-blocks), which should be considered bad is assumed, i.e. those that are not suitable for building reliable ciphers. On the other hand, one of the directions for improving the design of ciphers, which has been developing recently, with the construction of ciphers is connected, in which S-blocks of random type can be used. There is an important question. Which S-boxes are not suitable for building encryption transformations? In this connection, the study of the properties and features of the formation of S-blocks of degenerate structures, which are interpretations that degrade the cryptographic exponents of ciphers, is becoming increasingly important.

Objective. A study of the properties and features of the formation of permutations of a degenerate type, an estimate of the probability of their generation with the aid of a random permutation generator. Determination of the characteristics by which degenerate substitutions can distinguished.

Method. Construction of the piecemeal laws of the distribution of the maxima of tables of differential differences and tables of linear approximations for reduced models of ciphers, using different (degenerate) S-block constructions in them. Determination of the law of distribution of maxima of XOR tables and shifts of tables of linear approximations of byte permutations.

Results. The ensemble characteristics of the set of byte substitutions are studied. Based on the study of the differential and linear properties of the reduced models of ciphers, the characteristics by which degenerate substitutions can identified are determined. The probability of random generation (by choice) of a byte substitution of a degenerate type is determined computationally and experimentally.

Conclusions. The results of the work confirmed that obtaining degenerate byte S-blocks for their random generation is an unlikely event. This means that almost without restrictions in the ciphers, S-blocks can used, generating with the help of the generator of random substitutions.

The scientific novelty of the presented results is that the influence of degenerate permutations on the efficiency of encryption transformations has studied. For the first time it established that, the use of S-blocks generated randomly in ciphers with a very high probability does not lead to a deterioration in the ciphers' resistance to differential and linear cryptanalysis attacks.

The practical significance of the results of the work seen in the receipt of specific data confirming the main position of the new technique developed to assess the stability of block symmetric ciphers to attacks of differential and linear cryptanalysis on the independence of cipher strength indicators from the applied S-blocks, including S-blocks of random type.

Keywords: methodology of evaluation of resistance, degenerate substitution, differential indicators, linear indicators.

REFERENCES

1. Dolgov V. I., Lisickaya I. V. Metodologiya ocenki stojkosti blochnykh simmetrichnykh shifrov k atakam differencial'nogo i linejnogo kriptoanaliza: monografiya. Har'kov, Izdatel'stvo "Fort", 2013, 420 p.
2. Saier W., Staffélbach O. Nonlinearity criteria for cryptographic functions, *In Advances in Cryptology – EUROCRYPT'89, Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag, 1990, Vol. 434, pp. 549–562.
3. Pasalic E., Johansson T. Further Results on the Relation between Nonlinearity and Resiliency for BF, *IEEE Trans. on Information Theory*, 2002, Vol. 48, No. 7, July, P. 1825–1834.
4. Sillan W., Clark A. and Dawson E. An effective genetic algorithm for finding highly nonlinear Boolean functions, *In First International Conference on Information and Communications Security, in Lecture Notes in Computer Science*, Springer Verlag, 1997, Number 1334, pp. 149–158.

5. Sillan W., Clark A. and Dawson E. Smart Hill Climbing Finds Better Boolean Functions, *Workshop on Selected Areas in Cryptography (SAC'97) Workshop Record*, 1997, P. 50.
6. Seberry J., Zhang X. Hadamar Matrices, Bent Functions and Cryptography, In *J. H. Dinitz and D. R. Stinson, editors, Contemporary Design Theory: A Collection of Surveys, chapter 11, John Wiley and Sons, Inc*, 1995, pp. 431–559.
7. Gorbenko I. D., Potij A. V., Izbenko Yu. A. i dr. Issledovanie analiticheskikh i statisticheskikh svojstv bulevykh funkciy kriptoaigoritma Rijndael (FIPS 197), *Radiotekhnika. Vseukr. Mejvedomstvennyj nauchno tehnicheskij sbornik*, 2004, No. 126, pp. 132–138.
8. Pasalic E., Johansson T., Saitra S. et al. New constructions of resilient and correlation immune Boolean functions achieving upper bounds of nonlinearity, In *Workshop of Coding and Cryptography, Electronic Notes in Discrete Mathematics*. Elsevier, January 2001.
9. Sillan W., Clark A. and Dawson E. Heuristic Design of Cryptographically Strong Balanced Boolean Functions, In *Advances in Cryptology EUROCRYPT'98 Springer Verlag LNCS 1403*, 1998, pp. 489–499.
10. Saity S., Johansson T. Construction of Cryptographically Important Boolean Functions, In *INDOCRYPT 2002, Volume 2551 in Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag*, 2002, pp. 234–245
11. Lisickaya I. V. Metodologiya ocenki stojkosti blochnykh simmetrichnykh kriptopreobrazovanij na osnove umen'shenykh modelej: dis. ... doct. tehnic. nauk 05.13.05. Har'kov, 2012, 293 p.
12. Dolgov V. I., Kuznecov A. A., Isaev S. A. Differencial'nye svojstva blochnykh simmetrichnykh shifrov, predstavlenykh na ukrainskij konkurs, *Elektronnoe modelirovanie*, 2011, Vol. 33, No. 6, pp. 81–99.
13. Kuznecov A. A., Dolgov V. I., Isaev S. A. Linejnye svojstva blochnykh simmetrichnykh shifrov, predstavlenykh na ukrainskij konkurs, *Prikladnaya Radioelektronika*, 2011, Vol. 10, No. 2, pp. 135–140.
14. Dolgov V. I., Olejnikov R. V., Bolshakov A. UI. i dr. Kriptograficheskie svojstva umen'shenoj versii shifra «Kalina», *Prikladnaya Radioelektronika*, 2010, Vol.10, No. 3, pp. 135–140.
15. Gorbenko I. D., Lisickiy K. E., Denisov D. S. On Ciphers Coming to a Stationary State of Random Substitution, *Universal Journal of Electrical and Electronic Engineering*, 2, pp. 206–215. DOI. 10.13189/ujeee. 2014.020409.
16. Lisickij K. E. Dinamicheskie pokazateli prihoda blochnykh shifrov k sostoyaniyu sluchajnoj podstanovki, *Izdatel'stvo dom LAP LAMBERT Academic Publishing*, 2014, 60 p. ISBN-13-978-3-659-28919-4.
17. Dolgov V. I., Lisickaya I. V., Lisickij K. E. Shifry so sluchajnumi podstanjvkami, *Trudy mejvedomstvennoj mejdynarodnoj nauchno tehnicheskoy konferencii "Komp'uternoe modelirovanie v naukoiomkih tehnologiyah"*. Har'kov, 28–31 maua 2014 y, pp. 120–123.
18. Lisickij K. E. Snova ob optimal'nyh S-blokah, *Prikladnaya radioelektronika, HTURE*, 2014, Tom. 13, No. 3, pp. 208–212.
19. Gorbenko I. D., Lisickaya I. V., Lisickij K. E. Utochneonnye pokazateli prihoda shifrov k sostoyaniyu sluchajnoj podstanovki, *Prikladnaya radioelektronika*, 2014, Tom. 13, No. 3, pp. 213–216.
20. Informacijni tehnologii. Kriptografichnyj zahyst informacii. Algoritm simmetrichnogo blokovogo peretvorennya: ДСТУ 7624:2014. Kiev, Derzhspozhyvstandart Ukrainu, 2015, 238 p. (Nacional'nyj standart Ukrainy).
21. Lisickaya I. V. Vyrozhdennye podstanovki, *Radiotekhnika*, 2012, Vyp. 171, pp. 31–38.
22. Lisickij K. E. On Maxima Distribution of Full Differentials and Linear Hulls of Block Symmetric Ciphers, *I. J. Computer Network and Information Security*, 2014, 1, 11–18 Published Online November 2013 in MECS (<http://www.mecs-press.org/>). DOI: 10.5815/ijenis. 2014.01.02.
23. Markku-Juhani O. Saarinen Cryptographic Analysis of All 16-Bit S-Boxes, *Of the series Lecture Notes in Computer Science*, 2008, Volume 7118, pp. 118–133.
24. Tokareva N. N. Kvadratichnye approksimacii sgecial'nogo vida dlya cheturehrozryadneh podstanovok v S-blokah, *Prikladnaya diskretnaya matematika*, 2008, Vol. 1, No. 1, pp. 50–54.
25. Heys H. M. A Tutorial on Linear and Differential Cryptanalysis, *CRYPTOLOGIA*, 2002, Vol. 26, No. 3, pp. 189–221.
26. Lisickaya I. V., Kovtun V. V. Ob uchastii S-blokov v formirovanii maksimal'nykh znachenij linejnykh veroyatnostej blochnykh simmetrichnykh shifrov, *Mejvedomstvennyj nauchno tehnicheskij sbornik "Radiotekhnika"*, 2011, Vyp 166, pp. 17–25.
27. Lisickaya I. V., Kazimirov A. V. Ob uchastii S-blokov v formirovanii maksimal'nykh znachenij differencial'nykh veroyatnostej blochnykh simmetrichnykh shifrov, *Proceedings International Conference SAIT 2011, Kyiv, Ukraine, May 23–28*, 2011, P. 459.
28. Olejnikov R. V., Oleshko O. I., Lisickij K. E. i dr. Differencial'nye svojstva podstanovok, *Prikladnaya diskretnaya matematika*, 2010, Tom 9, No. 1, pp. 50–54.
29. Dolgov V. I., Lisickaya I. V., Oleshko O. I. Svojstva tablic linejnykh approksimacihj sluchajnykh podstanovok, *Prikladnaya Radioelektronika*, 2010, No. 3, pp. 334–340.

THE TECHNIQUE OF HOMOTOPIC SKELETONIZATION OF BIT-MAPPED DRAWINGS OF PARTS OF SEA TRANSPORT

Context. Skeletonization is used in image processing of technical drawings, including drawings of sea transport parts, since the object's skeleton reflects its topological structure. Comparative analysis of the best methods of parallel topological skeletonization of the area objects, using spatial masks, showed that they give iterative distortions to the topology of primitives and their compositions. Therefore, the task of developing a technique for homotopic skeletonization of bit-mapped drawings of sea transport parts is relevant.

Objective. To develop a technique of improvement of topological equivalence of the skeletons to the contour of sea transport parts, by means of gradual correction of typical skeleton's distortions.

Method. Correction of skeleton's iterative distortions by modified spatial masks of the basic method of skeletonization and the reconstruction of the resulting skeleton by masks to restore its homotopy to the original, on the basis of developed reconstruction rules. Execution of the proposed technique was carried out on example of the basic method R.Y. Wu & W.H. Tsai.

Results. The proposed technique is implemented as a program application that allows to perform quality skeletonization of images of drawings of sea transport parts.

Conclusions. The shown examples of results of skeletonization of drawings of parts confirm efficiency of the proposed technique. The technique can be adapted to the methods of topological skeletonization of area objects, based upon application of spatial masks.

Keywords: connectivity, distortion, drawing, homotopic, mask, skeleton, technique.

NOMENCLATURE

ACCURACY – measure of quality assessment, the proportion of points for which the right decision was obtained;

b_k – the k -th point in the 4 (8) – connected neighborhood of the contour point;

F-MEASURE – a measure of quality assessment, is the harmonic mean between precision and completeness;

$g^{(*)}$ – checkpoint flag on the top of the concave corner;

H – height of the original image;

k – the index of the point in 4 (8) is the neighborhood of the point being analyzed;

MSE – measure of the quality of the result, mean square error;

PRECISION – the fraction of points actually belonging to the skeleton of the image, among the points of the resulting skeleton of the image;

PSNR – the quality measurement result, peak signal-to-noise ratio;

RECALL – measure of the quality of the result, reflects the proportion of points referred to the skeleton or background;

SSIM – measure of the quality of the result, the index of structural conformity;

UIQI – measure of the quality of the result, a universal quality index;

W – width of original image;

$\{Z\}_a^k$ – set of masks of the base method R.Y. Wu, W.H.

Tsai;

$\{\tilde{Z}\}_A^l$ – set of developed masks used to correct the angles;

$\{\tilde{Z}\}_{(0)-(18)}^{(\angle 0^\circ - \angle 270^\circ)}$ – restoring masks;

ρ_0^C – distance from the central point to the neighborhood point in the «chess's» metric;

ρ_0^M – distance from the central point to the neighborhood point in the «manhattan's» metric.

INTRODUCTION

Skeletonization is widely used in solving many tasks of image processing when creating electronic archives of drawings of sea transport parts. The advantage of the skeletons of objects is that they store information about the topological structure and simplify algorithms for processing drawings. Thus, skeletonization improves the efficiency of the processing of electronic archives of drawings, making the task discussed in the article relevant.

The main drawbacks of the existing methods of skeletonization are the distortions of the geometric primitives of the contour and their conjugations, as well as the connectivity of the contour. Therefore, the study goal is to develop a method for topological skeletonization of drawings that ensures the homotopy of the resulting skeleton to the original contour by correcting typical distortions.

A substantial increase of skeleton's structural correspondence to the part's mask is reached by gradual application of the developed set of methods:

– at the first stage at iterative thinning of a part a correction of iterative distortions of skeleton with modified masks of the basic method of skeletonization is performed;

– at the second stage, after the entire skeleton has been obtained, reconstruction of the skeleton is performed with restoration homotopic masks, on the basis of the developed instructions for reconstruction of distorted zones of intersections of geometrical primitives.

Correction of the skeleton is supposed to be performed with the aid of the designed masks, in accordance with the following principle:

– the aperture of a “simple” dot, removed by a basic method is compared to the nuclei of the developed set of

correcting and restoring masks with a possibility of their turning by angles, divisible by 90°;

– in case of coincidence of the dot’s aperture with the nucleus of any mask the skeleton is corrected, in accordance with the developed instructions for adoptions of solutions, specific for each type of skeleton’s distortions.

1 PROBLEM STATEMENT

The original binary image is understood as some rectangular binary matrix of dimension $W \times H$. The element of this matrix takes the value 0 if the corresponding point of the image is painted white. Otherwise, the matrix element takes the value 1. The original image can contain contours of arbitrary thickness. It is necessary to define the rule for converting a part of the elements of the original matrix with a value of 1 to 0 so that the thickness of all contours becomes 1. In this case, it is necessary to save the topology of the original object and prevent distortion of the object form on the resulting image.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

According to the principles, laid in the basis of object’s skeletonization of bit-mapped area images the following groups of methods can be singled out: approximation of the boundary of an area figure by a polygon [1–3], path-tracing method [9], stripes graphs [5], tracking of pixels [1, 2, 6], distance maps method [10], wave method [7], method of topological thinning [9–16].

The analysis of merits and flaws of each group of methods showed that methods of parallel iterative topological thinning Rutovitz, Pavlidis, Wu&Tsai et al.), ensuring skeletons of better quality seemed to be most promising in the zone under investigation.

These methods are based on placing spatial masks on the local neighborhood of the points of bit-mapped image with the objective of extracting “simple” dots, extraction of which does not infringe structural similarity and integrity of the skeleton of part’s mask [10]. The methods belonging to this group differ in their sets of masks, the criteria of images points affiliation with the skeleton and ways of dots testing on correspondence with such criteria.

Still, from the point of view of the analyzed objects zone, the existing methods possess, in spite of their merits [1, 9,

10, 17], a common substantial drawback, emerging as violation of homotopic character of the resulting skeleton, as compared to the original part’s mask on the drawing, particularly:

- distortion of topology of right angles of the skeleton at iterative parallel thinning of part’s mask;
- in violation of skeleton’s connectivity at the process of thinning of part’s mask;
- in violation of skeleton’s topology in the points of intersection of geometrical primitives of the mask;
- in sensibility of skeleton’s topology to local properties of the mask (thickness, for instance).

3 MATERIALS AND METHODS

Among the methods of topological skeletonization of objects, when spatial masks are used, Wu R. Y. & Tsai W. H. [18] method, ensuring the best result is of special interest.

The masks, applied in Wu R. Y. & Tsai W. H. method are represented in Table 1.

It is characteristic that these masks contain unused positions with the unidentified beforehand values, hence, allowing variability. The elements of masks nuclei with alternative colors are marked with “?” sign, whilst unused nuclei elements are marked with “□” sign.

Application of these positions for reconstruction of distorted skeletons allows ensuring their structural correspondence to part’s mask, required in the object’s zone.

Now, let us consider the proposed methods of restoring homotopic character of the skeleton, generated by the principle method on the example of the method of Wu&Tsai.

Consider the method of correcting distortions of the topology of skeleton’s right angles method. The first type of skeleton’s distortions is described by iterative violation of the topology of skeleton’s right angles (Fig. 1).

To explain the essence of the problem of appearance of such a distortion we shall introduce the required definitions:

– we’ll call the point “a” the vertex of the convex angle in 4-connected neighborhood, where adjacent points b_k and b_{k+1} ($k \in [0, 3]$) belong to the mask (Fig. 2a);

– we’ll call the vertex of the concave angle the black “a” in 8-connected neighborhood, where only one of point of all diagonal points $\{b_1, b_3, b_5, b_7\}$ belongs to the background (Fig. 2b).

Table 1 – Masks $\{Z\}_a^k$ for R.Y. Wu, W.H. Tsai [18] method

Index	Mask	Index	Mask	Index	Mask	Index	Mask
a		d		g		j	
b		e		h		k	
c		f		i			

In the principle method of thinning the convex angles, masks, using 4-connection «manhattan's» metric are applied, in which distances from the vertex of the convex angle of the mask to the background $\rho_0^M = \rho_6^M = 1$. In accordance with the principle idea of the method, the vertex of the convex angle is considered to be a "simple" point and is removed by $\{Z\}_a^k$ masks with one pass.

However, vertexes of concave angles in "manhattan's" metric are not boundary points. So, the vertexes of concave angles can't be removed with one pass only with application of $\{Z\}_a^k$ masks, it leading to distortion of angles topology (see Fig. 1), owing to possible application of different set of masks during two consecutive iterations, it, finally causing violation ion homotopic character of the mask's skeleton.

In the proposed method the problem of vertexes' treatment is solved by application of 8-connectoin «chess's» metric both for convex and concave angles.

As the distance from vertexes of both convex ($\rho_0^C = \rho_6^C = 1$) and concave ($\rho_7^C = 1$) angles to the background is equal, these vertexes can be removed in one

pass. To preserve the mask's topology, it is necessary, there to recognize the vertexes of the concave angles and develop the conditions for preservation of skeleton's connectivity at their removal. For recognition of the vertexes of the concave angles masks $\{\tilde{Z}\}_A^l$ (Table 2) were developed.

Elements of the nuclei of basic masks, unused for the basic method with alternative colors and ignored ones are used there. Here, a candidate to the vortex of the concave angle is marked with "*" symbol. As the vortex of the concave angle has just two neighboring adjacent points, the mask point may be considered to be the vortex of the concave angle if it is twice marked to be it. For realization of this rule for each point of the mask flag $g^{(*)} = 0$ is used.

If on any of the correcting masks a mask point from $\{\tilde{Z}\}_A^l$ is recognized as a vortex of the concave angle it is marked as a corner point and the value of $g^{(*)}$ for this point is increased by 1.

Then, if upon completion of checking with $\{\tilde{Z}\}_A^l$ masks the value of point $g^{(*)} = 2$, then this point is not removed in order to prevent violation of homotopic character of the mask's skeleton.

Consider the correction method for irregularities in skeleton's connectivity. The second type of skeleton's distortion lies in the process of thinning of the mask in case there are some concave angles within the boundaries of 4×4 neighborhood of the point under analysis (Fig. 3).

The points, marked in Fig. 3a, will be removed with the masks $\{Z\}_A^B$ (indices of masks removing these points are

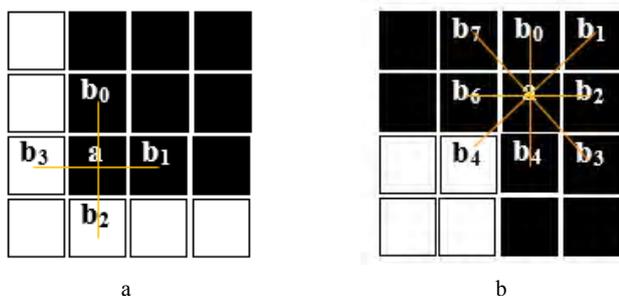


Figure 2 – Vertices of the concave and convex angles

Table 2 – Masks $\{\tilde{Z}\}_A^l$

	Basic mask	Developed masks		Basic mask	Developed masks		
A				E			
B				F			
C				H			
D				I			

shown in Fig. 3), this is to lead to violation of connectivity of the skeleton (see Fig. 3b). To solve this problem a correcting mask $\{\tilde{Z}\}_L$ (Fig. 4) was developed, capable of rotation by angles, divisible by right angle, by application of which the problem of thinning the concave angle at its different orientation is solved. At that, if the analyzed point of the mask is recognized to be the vortex of the concave angle, it is checked by $\{\tilde{Z}\}_L^{(\angle 0^\circ - \angle 270^\circ)}$ mask, if the aperture of “C” point coincides with the mask in one of its four orientations, then the vortex of the concave angle can be removed without violating the skeleton’s connectivity, the latter being ensured by the mask’s points $\{\tilde{Z}\}_L$ with the coordinated (1, 2) and (2, 1).

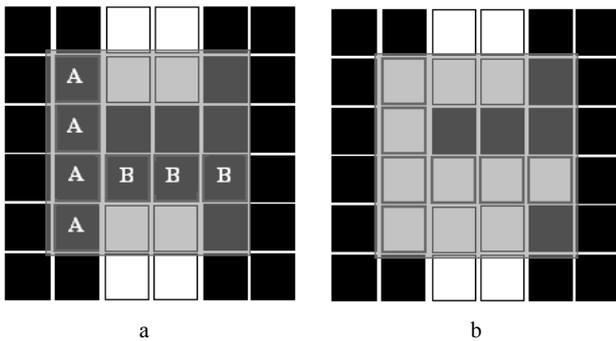


Figure 3 – Violation of connectivity in the process of thinning of the mask at presence of several concave angles within the boundaries of 4 × 4 neighborhood of the point under analysis

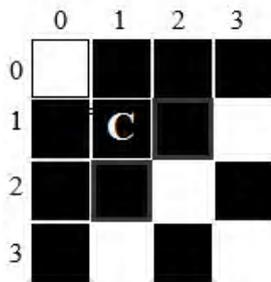


Figure 4 – The correcting mask $\{\tilde{Z}\}_L$

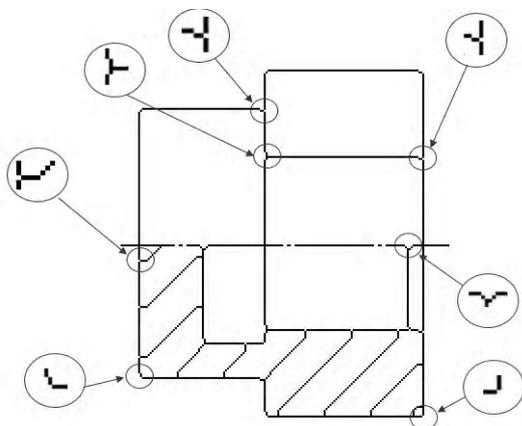


Figure 5 –The method of correcting of skeleton’s distortions in in points of primitive’s intersection

Consider the methods of correcting violations of the skeleton’s topology in the points of intersection of geometrical primitives. The third type of violations lies in violation of homotopic character of the skeleton in points of primitive’s intersection, as the character of the analyzed object’s zone requires affiliation of these points (e.g. vortexes of the skeleton’s right angles) with the mask (Fig. 5).

The methods of topological skeletonization are sensitive to local properties of the mask, changing after each iteration of its thinning. Thus, for a thickness of the primitive in several points even during the first iteration with $\{Z\}_A$ mask a “forepart” artifact turns up, increasing its dimensions from iteration after iteration, greatly distorting the skeleton (Fig. 6).

Elimination of these drawbacks requires regeneration of the resulting skeleton by correction of the artifacts,

distorting its topology. Restoring masks $\{\tilde{Z}\}_{(0)-(18)}^{(\angle 0^\circ - \angle 270^\circ)}$ 5 × 5 in size (Table 3), were developed for this, with possibility of turning by angles 90°, 180°, 270°, and a possibility of their balancing with regard to ordinate axis.

$\{\tilde{Z}\}_{(0)-(9)}^{(\angle 0^\circ - \angle 270^\circ)}$ masks are applied for skeletons at the end of each iteration and after completion of the mask’s thinning masks $\{\tilde{Z}\}_{(10)-(18)}^{(\angle 0^\circ - \angle 270^\circ)}$ are applied just once.

In the Table 3 the following designations are assumed:

- – the background;
- – the contour;
- ◐ – makes no difference whether contour or background;
- 2 – the background, it becomes a contour in case of coincidence with the mask;
- 3 – the contour, but it becomes a background in case of coincidence with the mask;
- 4 – makes no difference whether contour or background, however it becomes background in case of coincidence with the mask;
- 5 – makes no difference whether contour or background, however it becomes background in case of coincidence with the mask;

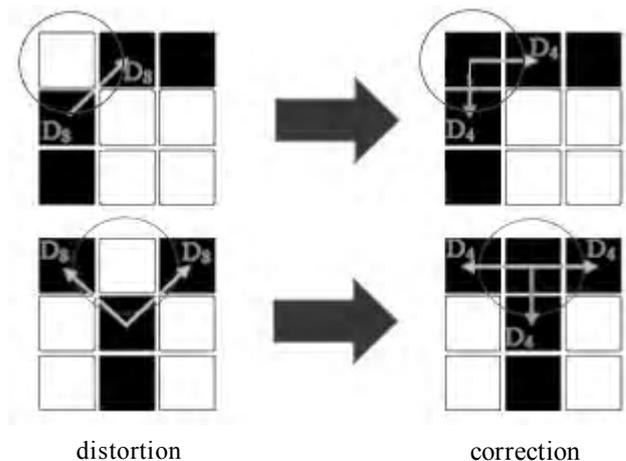


Table 3 – Restoring masks

Index	Mask	Index	Mask	Index	Mask	Index	Mask
0		5		10		15	
1		6		11		16	
2		7		12		17	
3		8		13		18	
4		9		14			

The following main principles were observed for development of $\{\tilde{Z}\}_{(0)-(18)}^{(\angle 0^\circ - \angle 270^\circ)}$ masks:

– The masks embrace all possible variants of distortions of the skeleton by the basic method and are classified, according to the groups of distortions as:

– $\{\tilde{Z}\}_{(0)-(1)}$ masks, correcting points omissions, the masks of this group are corrected filling the isolated points of the background with contour's points;

– $\{\tilde{Z}\}_{(2)-(3)}$ masks, for corrections of the lines bends, the masks of this group straighten distortions of angular type, appearing due to the peculiarities of the primitives of the contour with half-tones, in accordance with Brazenham's algorithms.

– $\{\tilde{Z}\}_{(4)-(5)}$ masks for correction of distortions of primitive's intersections, isolated background points of intersections of vertical, horizontal and diagonal primitives are filled with contour's points;

– $\{\tilde{Z}\}_{(6)-(9)}$ masks for correction of angles distortions, masks belonging to this group eliminate thickenings of concave angles and regenerate cuttings off of vortexes of convex angles of the contour's skeleton;

– $\{\tilde{Z}\}_{(10)-(18)}$ masks for correction of stepwise distortions, emerging, due to application of asymmetric thinning masks of the basic skeletonization method;

– masks' configuration must not infringe the local regularities of topology of the contour and the skeleton, for examples, masks 14 and 15, describing similar stepwise skeleton's distortions produce various structural corrected fragments of the skeleton (Fig. 7), corresponding to topological orientation of the primitives in the images' aperture;

– the zone of points (with codes 2...5) of the aperture 5×5 , changed by the mask must be surrounded with neighboring background points, or with unchanged contour's points, it allowing to avoid violations of skeleton's connectivity at its modification with masks.

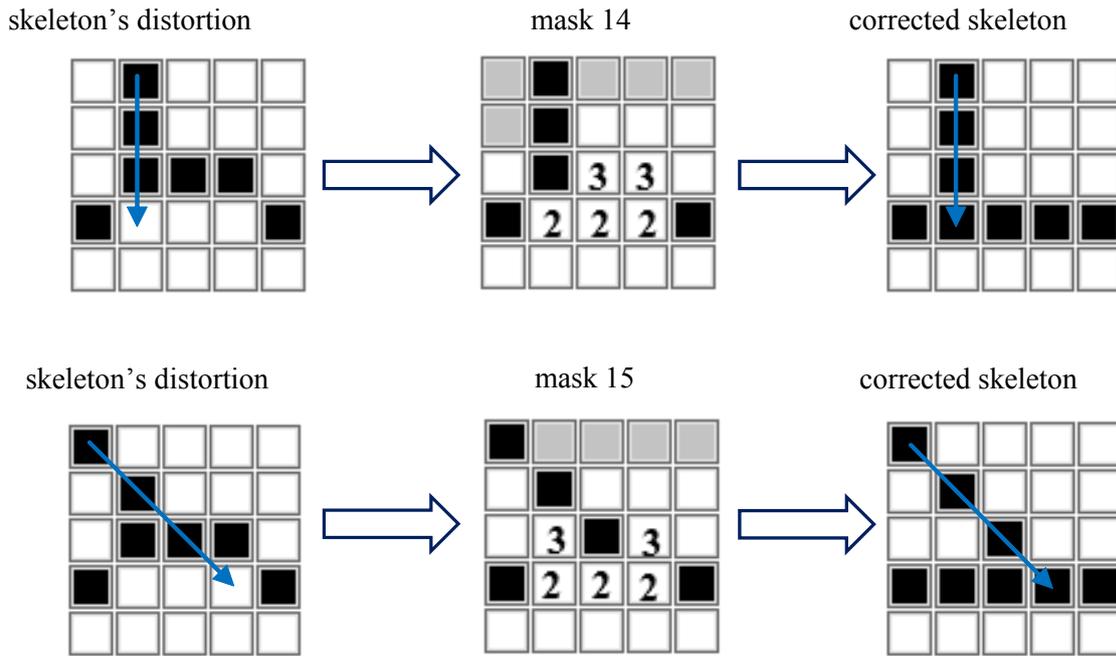


Figure 7 – An example of dependence of skeleton's topology upon mask's configuration

4 EXPERIMENTS

The proposed algorithm is implemented in the C++ Builder Seattle environment. The developed software product allows to perform skeletonization of the image by the developed technique and visualize the result. In order to obtain an objective quantitative and qualitative assessment of the effectiveness of the proposed skeletonization technique, the developed software product implements the standard well-known methods of topological skeletonization.

To quantify the result, it is possible to compare the result of skeletonization with an ideal skeleton and calculate the main evaluation criteria. The program is equipped with a flexible system of settings for each method.

The raster images of sea transport drawings used for testing are represented by a random sample of 40 color grayscale images, with a color depth of 24 bits, of different sizes. Each set of methods was tested with the help of the projected software on the test set of images of parts drawings; Each image served as the basis for 5 experiments in different modes, the results of which were averaged.

Each set of methods was tested with the help of the projected software on the test set of images of parts drawings; Each image served as the basis for 5 experiments in different modes, the results of which were averaged. To quantify the results shown by the analyzed methods, the commonly used metrics: MSE, PSNR, UIQI, SSIM, PRECISION, RECALL, F-MEASURE, ACCURACY. Comparative analysis of processing time of raster images of drawings of parts was not carried out. This is explained by: the prevalent value of quality processing in front of the miserly time spent on it.

5 RESULTS

An example of mask's skeletonization of a part of a "Nut" type (Fig. 9a) is shown in Fig. 8 and 9 with performed

according to the basic method, with heavy distortion of the skeleton (Fig 9b) and with application of improved method, where these distortions have been removed (Fig. 9c).

The averaged results of a comparative study of the developed set of methods for improving the skeletons of contours of parts in raster binary images of marine transport drawings are given in Table 4.

6 DISCUSSION

Existing methods of iterative topological skeletonization [5, 13–16, 23], as a rule, generate skeletons with raster distortions of topology (Fig. 10–12):

- erosion of the contour primitive with its even thickness (Fig. 10); due to the symmetry of the masks used;
- loss of contour points, neighbors of which in the "manhattan's" metric belong to the contour, and in the chess – to the background (Fig. 11); arises because of the 4-connectivity of the masks used;
- violation of the topology of the right angles of the contour (Fig. 12); arise from the conceptual incompleteness of iteratively-applied masks, which should have a theoretically sufficient minimum size of 5×5 [8].

Improvement of structural distortions of skeletons is reached by applying of the developed method, the complex of method, consisting of:

- the method of correction of distortions of the topology of skeleton's right angles, based upon application of the "chess" metric, instead of «manhattan's» metric and masks of recognition of mask's angles;
- the method of correction of violations of the skeleton's connectivity, based upon application of the developed correcting mask;
- the method of correction of violations of topology in the points of intersection of geometrical primitives, based upon application of the developed regenerating masks.

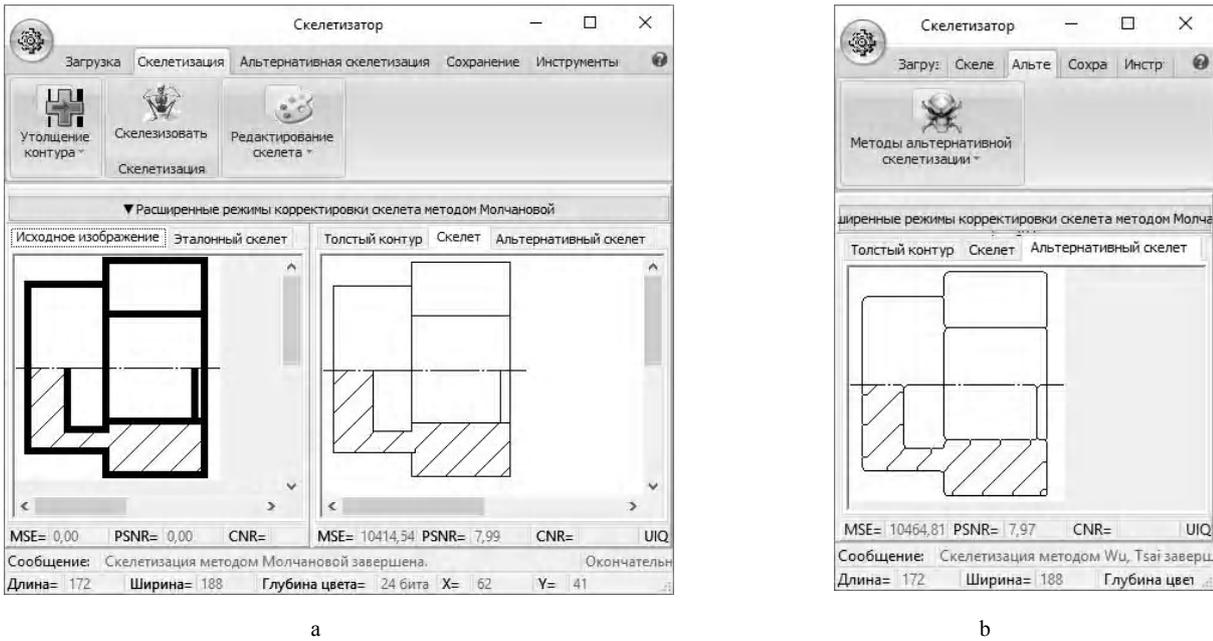


Figure 8 – The result of correction of skeleton’s topology

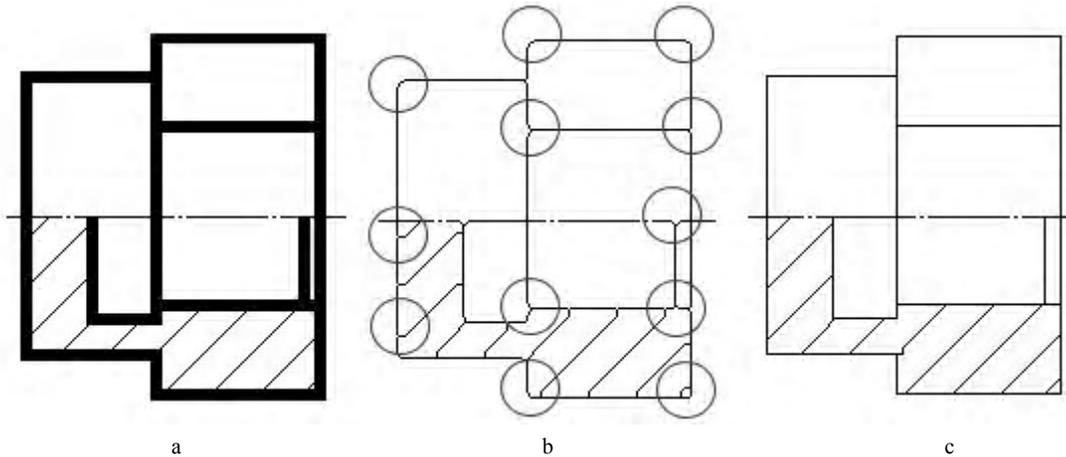


Figure 9 – The result of correction of skeleton’s topology

Table 4 – Average results of testing methods of skeletonization

Relative improvement of the values of the basic metrics in comparison with the alternative method	Alternative method			Average on methods
	Stentford	Zang-Suen	Wu&Tsai	
$\Delta MSE^{AM}, \%$	92,00	0,00	0,00	30,67
$\Delta PSNR^{AM}, \%$	94,43	62,63	49,27	68,78
$\Delta UIQI^{AM}, \%$	56,85	5,48	2,89	21,74
$\Delta SSIM^{AM}, \%$	56,85	5,20	2,89	21,65
$\Delta Recall^{AM}, \%$	55,64	4,52	3,46	21,21
$\Delta Precision^{AM}, \%$	54,32	5,24	2,36	20,64
$\Delta F - measure, \%$	55,04	5,02	2,78	20,95
$\Delta Accuracy^{AM}, \%$	1,37	0,21	0,13	0,57
Average in terms of indicators $(\Delta M_{av}^{AM}), \%$	58,31	11,04	7,97	25,77

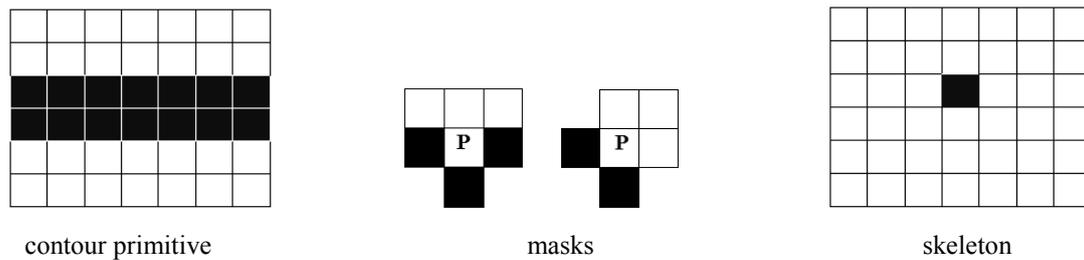


Figure 10 – Contour erosion in the Chin, Wan, Stover and Iverson method

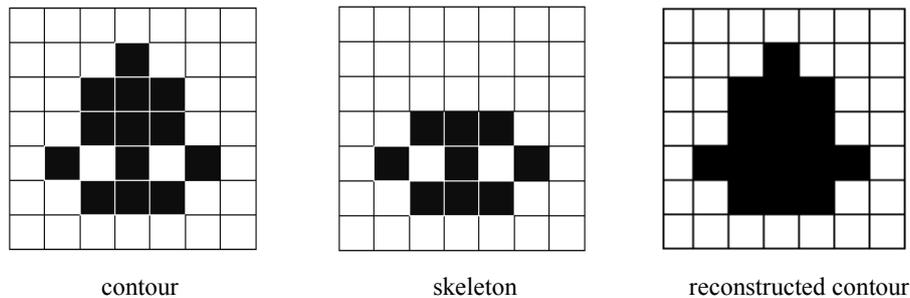


Figure 11 – Distortions of contour topology in the Pavlidis method

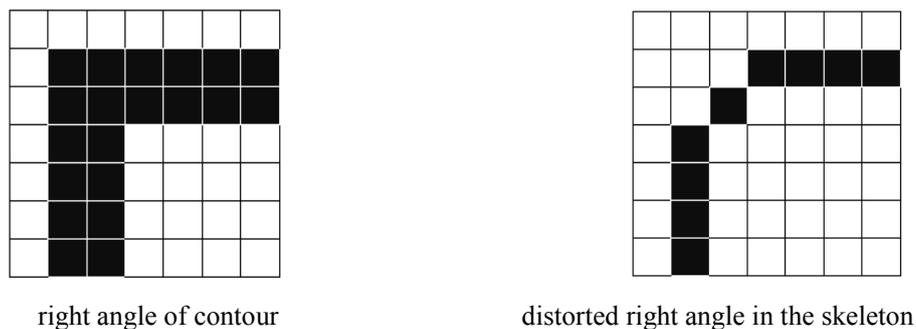


Figure 12 – Distortions of the right angles of the contour in the Wu & Tsai method

A typical remedy for distortions of resulting skeletons is iteratively reducing the use of fixed sets of masks. But without taking into features the details of the parts drawings, bound to them the variability of skeletonization masks and sets of restoring masks it is impossible to remove distortions of the skeleton topology (Fig. 11). In this study the required variability is provided by the developed technique for restoring the homotopy of skeletons, which allows to modify the applied masks and to adapt their set to typical distortions of the skeleton of specific part. The technique assumes the use of decision rules for removing, adding and replacing skeleton's points to the contour and background with masks with size 5×5 so as to satisfy the requirement for the skeleton to preserve the topology of the contour of the part (see the section "Materials and methods").

A substantial reduction in skeleton's distortions is reached by two-staged correction of the skeleton of the part's mask:

- at the first mask during iterative thinning of the part's mask iterative distortions of the skeleton are corrected;
- at the second stage, after the entire skeleton has been formed, reconstruction of distorted zones of intersections of geometrical primitives of the skeleton is done.

Exclusion from the applicable set of a reduction mask eliminates false triggering of the technique (Fig. 13).

Unfortunately, false triggering of masks is unavoidable due to non-ideal raster rendering of binarized primitives of the contour due to errors of the Brezenham's algorithms, used in rasterizing second-order curves [10].

CONCLUSIONS

Proceeding from the features of the subject area, it is established that the purpose of the task of thinning out the area contour of the workpiece is the homotopic transformation of the binary contour of the part into a skeleton. A general criterion for the quality of skeletonization is the Hamming distance between the resulting and reference skeletons of the part contour, and measures of this distance are generally accepted unified quality indicators: MSE, PSNR, UIQI, SSIM, Recall, Precision, F-measure, Accuracy. The main limitation of the problem is the absence of distortions of the skeleton, which violate its topological similarity to the contour of the part in terms of the number of geometric primitives, their mask and connectivity.

The scientific novelty of the proposed technique is that for the first time a set of methods for eliminating structural

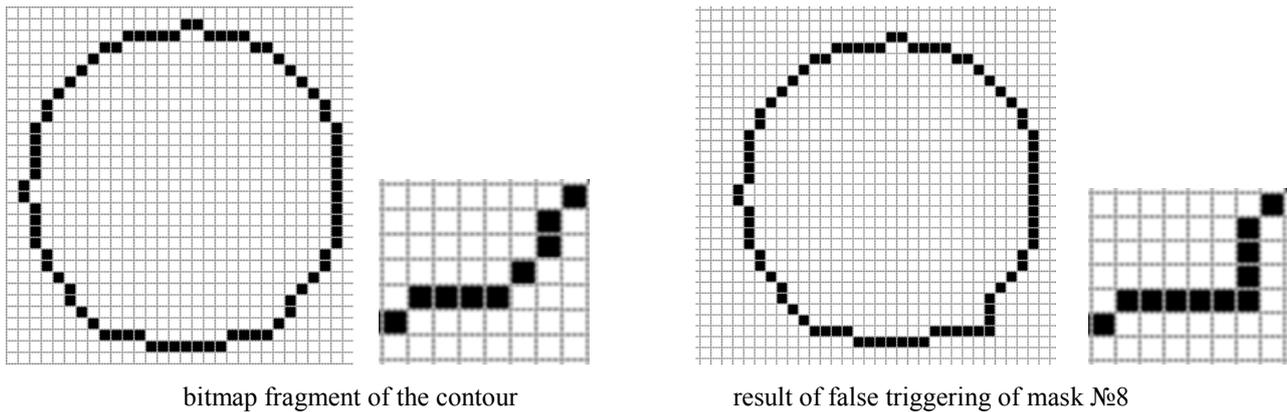


Figure 13 – Example of false triggering of the technique for restoring the contour skeleton

distortions of skeletons of contours of parts has been proposed. The basis of the methods is a two-stage correction and reconstruction of the skeleton homotopy of the contour of the part during its iterative thinning and after the skeletonization. Methods use developed sets of corrective masks and formulated decision rules.

The analysis of testing of the developed methods of two-staged improvement of the skeleton of masks of sea transport parts confirmed a substantial improvement of the quality of the produced skeletons with preservation of their topological similarity to the original masks in the number of geometrical primitives, their masks and connectivity.

The proposed methods of iterative topological skeletonization of drawings of sea transport parts can be used for skeletonization of diagrams of road junctions, engineering drawings, functions graphs and the like.

REFERENCES

1. Dori D. Algorithms for 2D Engineering Drawings Recognition: Implementation and Evaluation / D. Dori, W. Liu. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. – 88 p.
2. Chiang J. Y. A New Algorithm for Line Image Vectorization / J. Y. Chiang, S. C. Tue, and Y. C. Leu // Pattern Recognition. – 1998. – № 3. – P. 1541–1549. DOI: 10.1016/s0031-3203(97)00157.
3. Zhang T. Y. A fast parallel algorithm for thinning digital patterns / T. Y. Zhang, C. Y. Suen // Communications of the ACM. – 1984. – №27, T. 3. – P. 236–239. DOI: 10.1145/357994.358023.
4. Кушнир О. А. Сравнение формы бинарных растровых изображений на основе скелетизации / О. А. Кушнир // Машинное обучение и анализ данных. – 2012. – № 3. – С. 252–263.
5. Roseborough J. B. Partial Eigenvalue Decomposition for Large Image Sets Using Run-Length Encoding / J. B. Roseborough, H. A. Murase // Pattern Recognition. – 1995. – № 3. – P. 421–430. doi:10.1016/0031-3203(94)00113-z.
6. Баранов Р. П. Алгоритмы скелетизации объектов на изображении / Р. П. Баранов, М. Н. Фаворская // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – 2011. – № 7, Том I. – С. 349.
7. Клубков И. М. Применение волнового алгоритма для нахождения скелета растрового изображения / И. М. Клубков // Вестник ДГТУ. – 2001. – №1 (7). – С. 9–16.
8. Абламейко С. В. Обработка изображений: технология, методы, применение / С. В. Абламейко, Д. М. Лагуновский. – Минск : Амалфея, 2000. – 304 с.
9. Hori O. O. Document Analysis and Recognition / O. O. Hori, S. T. Tanigawa // Raster-to-Vector Conversion by Line Fitting Based on Contours and Skeletons. – Kawasaki, Japan. – 1993. – P. 272–281. DOI: 10.1109 / icdar. 1993.395716.
10. Гонсалес Р. С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab / Р. С. Гонсалес, Р. Э. Вудс, С. А. Эддинс. – М. : Технофера, 2006. – 616 с.
11. Тропченко А. Ю. Методы вторичной обработки изображений и распознавания объектов: учебное пособие / А. Ю. Тропченко. – СПб. : СПбГУ ИТМО, 2012. – 52 с.
12. Arcelli C. Parallel thinning of binary pictures / C. Arcelli, L. P. Cordella, S. Levialdi // Electronic Letters. – 1975. – № 11 (7). – P. 148–149. DOI: 10. 1049/el:19750113
13. Improved low complexity fully parallel thinning algorithm: In Proceedings 10th International Conference on Image Analysis and Processing (ICIAP'99), (Venice, 27–29.09.1999). – Venice, 1999. – P. 215–220. DOI: 10.1109/iciap.1999.797597.
14. Chin R. T. A one pass thinning algorithm and its parallel implementation / R. T. Chin, H. K. Wan, D. L. Stover // Computer Vision, Graphics, and Image Processing. – 1987. – № 40(1). – P. 30–40. DOI: 10.1016/s0734-189x (87)80139-1.
15. Eckhardt U. Invariant thinning and distance transform / U. Eckhardt, G. Maderlechner // Theoretical Foundations of Computer Vision. – 1993. – Vol. 11. – P. 1115–1144. DOI: 10.1007/978-3-7091-6586-7_2.
16. Guo Z. Fast parallel thinning algorithms/ Z. Guo, R. W. Hall // CVGIP: Image Understanding. – 1992. – Volume 55, Issue 3. – P. 317–328. DOI: 10.1016/1049-9660(92)90029-3.
17. Jagna A. An efficient image independent thinning algorithm / A. Jagna // International journal of advanced research in computer and communication engineering. – 2014. – Vol. 3, Issue 10. – P. 8309–8311. DOI: 10.17148 / ijarrce.2014.31052.
18. Wu R. Y. A new one pass parallel thinning algorithm for binary images / R. Y. Wu, W. H. Tsai // Pattern recognition letters. – 1992. – № 10. – P. 715–723. DOI: 10.1016/0167-8655(92)90101-5.
19. Holt C. M. An improved parallel thinning algorithm / C. M. Holt, A. Stewart, M. Clint // Communications of the ACM. – 1987. – Volume 30, Issue 2. – P. 156–160. DOI: 10.1016 / j.cag. 2012.06.001.
20. Zou R. W. Line Interpolation Method and Error Estimation Based on Run Length Coding / R. W. Zou, Z. R. Cai, and F. A. Zhang // J. Software. – 1997. – № 8. – P. 404–410. DOI: 10.3724 / sp.j.1087.2008.02270.
21. Holt C. M. An improved parallel thinning algorithm / C. M. Holt, A. Stewart, M. Clint // Communications of the ACM. – 1987. – Volume 30, Issue 2. – P. 156–160.
22. Jang B. K. Reconstructable parallel thinning / B. K. Jang, R. T. Chin // International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence. – 1993. – Volume 07, Issue 05. – P. 1145–1181. DOI: 10.1142/9789812797858_0010.

Article was submitted 20.06.2017.

After revision 21.08.2017.

Молчанова В. С.

Старший викладач, ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», Маріуполь, Україна

МЕТОДИКА ГОМОТОПНОЇ СКЕЛЕТИЗАЦІЇ РАСТРОВИХ КРЕСЛЕНЬ ДЕТАЛЕЙ МОРСЬКОГО ТРАНСПОРТУ

Актуальність. Скелетизація використовується при обробці зображень технічних креслень, включаючи деталі морського транспорту, бо скелет об'єкту відображає його топологічну структуру. Порівняльний аналіз кращих методів паралельної топологічної скелетизації площадних об'єктів, що використовують просторові маски, показав, що вони дають ітеративні викривлення топології примітивів та їх композицій. Тому, задача розробки методики гомотопної скелетизації растрових об'єктів креслень деталей морського транспорту актуальна.

Мета роботи. Розробка методики поліпшення топологічної еквівалентності скелетів контурам деталей морського транспорту за рахунок поетапної корекції типових спотворень скелетів.

Метод. Коригування ітеративних спотворень скелета модифікованими масками базового методу скелетизації і реконструкцію результуючого скелета масками відновлення його гомотопності оригіналу на основі розроблених правил реконструкції. Реалізацію запропонованої методики виконано на прикладі базового методу Wu R. Y. & Tsai W. H.

Результати. Запропоновану методику реалізовано у вигляді програмного додатку, що дозволяє виконати якісну скелетизацію зображень креслень деталей морського транспорту.

Висновки. Показані приклади результатів скелетизації креслень деталей підтверджують ефективність запропонованої методики. Методика може бути адаптована до інших методів топологічної скелетизації площадних об'єктів, заснованих на використанні просторових масок.

Ключові слова: зв'язність, спотворення, креслення, гомотопність, маска, скелет, методика.

Молчанова В. С.

Старший преподаватель, ГБУЗ «Приазовский государственный технический университет», Мариуполь, Украина

МЕТОДИКА ГОМОТОПНОЙ СКЕЛЕТИЗАЦИИ РАСТРОВЫХ ЧЕРТЕЖЕЙ ДЕТАЛЕЙ МОРСКОГО ТРАНСПОРТА

Актуальность. Скелетизация используется при обработке изображений технических чертежей, включая детали морского транспорта, поскольку скелет объекта отображает его топологическую структуру. Сравнительный анализ лучших методов параллельной топологической скелетизации площадных объектов, использующих пространственные маски, показал, что они дают итеративные искажения топологии примитивов и их композиций. Поэтому, задача разработки методики гомотопной скелетизации растровых объектов чертежей деталей морского транспорта актуальна.

Цель работы. Разработка методики улучшения топологической эквивалентности скелетов контурам деталей морского транспорта за счет поэтапной коррекции типичных искажений скелетов.

Метод. Корректировка итеративных искажений скелета модифицированными масками базового метода скелетизации и реконструкция результирующего скелета масками восстановления его гомотопности оригиналу на основе разработанных правил реконструкции. Реализация предложенной методики выполнена на примере базового метода Wu R. Y. & Tsai W. H.

Результаты. Предложенная методика реализована в виде программного приложения, позволяющего выполнить качественную скелетизацию изображений чертежей деталей морского транспорта.

Выводы. Показанные примеры результатов скелетизации чертежей деталей подтверждают эффективность предложенной методики. Методика может быть адаптирована к иным методам топологической скелетизации площадных объектов, основанным на использовании пространственных масок.

Ключевые слова: связность, искажение, чертеж, гомотопность, маска, скелет, методика.

REFERENCES

- Dori D., Liu W. Algorithms for 2D Engineering Drawings Recognition: Implementation and Evaluation, *LAP LAMBERT Academic Publishing*, 2014, 88 p.
- Chiang J. Y., Tse S. C. and Leu Y. C. A New Algorithm for Line Image Vectorization, *Pattern Recognition*, 1998, No. 3, pp. 1541–1549. DOI: 10.1016/s0031-3203(97) 00157.
- Zhang T. Y., Suen C. Y. A fast parallel algorithm for thinning digital patterns, *Communications of the ACM*, 1984, No. 27, Vol. 3, pp. 236–239. DOI: 10.1145/357994. 358023.
- Kushnir O. A. Sravnenie formy binarnykh rastrovyykh izobrazhenij na osnove skelelizacii, *Mashinnoe obuchenie i analiz dannyh*, 2012, No. 3, pp. 252–263.
- Roseborough J. B., Murase H. A. Partial Eigenvalue Decomposition for Large Image Sets Using Run-Length Encoding, *Pattern Recognition*, 1995, No. 3, pp. 421–430. DOI: 10.1016/0031-3203(94)00113-z.
- Baranov R. P., Favorskaja M. N. Algoritmy skelelizacii ob'ektov na izobrazhenii, *Aktual'nye problemy aviacii i kosmonavtiki*, 2011, No. 7, Tom I, P. 349.
- Klubkov I. M. Primenenie volnovoogo algoritma dlja nahozhdenija skeleta rastrovogo, *Vestnik DGTU*, 2001, No. 1 (7), pp. 9–16.
- Ablamejko S. V., Lagunovskij D. M. Obrabotka izobrazhenij: tehnologija, metody, primenenie. Minsk, Amalfeja, 2000, 304 p.
- Hori O. O., Tanigawa S. T. Document Analysis and Recognition, *Raster-to-Vector Conversion by Line Fitting Based on Contours and Skeletons*. Kawasaki, Japan, 1993, pp. 272–281. DOI: 10.1109 / icdar. 1993.395716
- Gonsales R. C., Vuds R. Je., S. A. Jeddins. Cifrovaja obrabotka izobrazhenij v srede Matlab. Moscow, Tehnosfera, 2006, 616 p.
- Tropchenko A. Ju. Metody vtorichnoj obrabotki izobrazhenij i raspoznavanija ob'ektov: uchebnoe posobie. SPb., SPbGU ITMO, 2012, 52 p.
- Arcelli C., Cordella L. P., Levialdi S. Parallel thinning of binary pictures, *Electronic Letters*, 1975, No. 11 (7), P. 148–149. DOI: 10.1049/el:19750113.
- Improved low complexity fully parallel thinning algorithm: In Proceedings 10th International Conference on Image Analysis and Processing (ICIAP'99), (Venice, 27–29.09.1999), Venice, 1999, pp. 215–220. DOI: 10.1109/iciap.1999.797597.
- Chin R. T., Wan H. K., Stover D. L. A one pass thinning algorithm and its parallel implementation, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1987, № 40(1), pp. 30–40. DOI: 10.1016/s0734-189x (87)80139-1.
- Eckhardt U., Maderlechner G. Invariant thinning and distance transform, *Theoretical Foundations of Computer Vision*, 1993, Vol. 11, pp. 1115–1144. DOI: 10.1007/978-3-7091-6586-7_2.
- Guo Z., Hall R. W. Fast parallel thinning algorithms, *CVGIP: Image Understanding*, 1992, Volume 55, Issue 3, pp. 317–328. DOI: 10.1016/1049-9660(92)90029-3.
- Jagna A. An efficient image independent thinning algorithm, *International journal of advanced research in computer and communication engineering*, 2014, Vol. 3, Issue 10, pp. 8309–8311. DOI: 10.17148 / ijarccc.2014.31052.
- Wu R. Y., Tsai W. H. A new one pass parallel thinning algorithm for binary images, *Pattern recognition letters*, 1992, No. 10, pp. 715–723. DOI: 10.1016/0167-8655 (92) 90101-5.
- Holt C. M., Stewart A., Clint M. An improved parallel thinning algorithm, *Communications of the ACM*, 1987, Volume 30, Issue 2, pp. 156–160. DOI: 10.1016 / j.cag. 2012. 06.001.
- Zou R. W., Cai Z. R., and Zhang F. A. Line Interpolation Method and Error Estimation Based on Run Length Coding, *J. Software*, 1997, No. 8, pp. 404–410. DOI: 10.3724 / sp.j.1087.2008.02270.
- Holt C. M., Stewart A., Clint M. An improved parallel thinning algorithm, *Communications of the ACM*, 1987, Volume 30, Issue 2, pp. 156–160.
- Jang B. K., Chin R. T. Reconstructable parallel thinning, *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 1993, Volume 07, Issue 05, pp. 1145–1181. DOI: 10.1142/9789812797858_0010.

УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS

UDC 331.101.1:629.735.083:656.7.086(045)

Goncharenko A. V.

Dr. Sc., Professor of Aircraft airworthiness department, National Aviation University, Kyiv, Ukraine

OPTIMAL CONTROLLING PATH DETERMINATION WITH THE HELP OF HYBRID OPTIONAL FUNCTIONS DISTRIBUTIONS

Context. The problem of the determination of the optimal value of the augmentation coefficient of a proportional governor included into an inertness-less linear object control system on the basis of a synthesized model is solved. The object of the presented study is the optimal control process.

Objective. The goal of the work is a creation of a method for a problematic situation of the optimum definition, evaluation, and determination solving at the control system.

Method. A rough model of the phenomenon, and simplified dependence of optimal controlling trajectory upon the cost, of control in an inertness-less linear controlling system equipped with a proportional governor are proposed. The accuracy of the behavior of the investigated linear object of control has been chosen in the given consideration as an initial target value which needs to be minimized. The method of the model building with regards to an expenditures principle is offered. It provides taking into account the cost of controlling process. It allows finding the optimal controlling value on the multi-optional basis. There applied a certain analogue to the subjective entropy maximum principle of the subjective analysis in order to obtain a specific optimal distributions for the objective value in the view of the composed functional. The method of the uncertainty degree of the options extremization is improved by a continuous optional value introduction that allows forming the value distribution density. The optional synthesized model of the control process is built.

Results. The developed theoretical models allow obtaining, and have been implemented in, finding the hybrid optional density as an optimal solution of a variational problem with two independent variables, which maximal value is the sought optimal controlling path delivering minimum to the integrated expenses pertaining with the process.

Conclusions. The numerical experiments on the proposed methods studying in the problem of optimization are conducted. The discovered dependencies are substantiated as a result of these experiments. Their use in practice makes it possible, and is recommended, to carryout optimal control in the described systems. The prospects for further research may include creations of models for the optimal control trajectories findings on conditions involving rates of the considered values varying and in probabilistic, stochastic, undetermined problem settings.

Keywords: hybrid function, multi-optional control, distribution density, optimal path, variational principle, optimal controlling surface, optional functions entropy.

NOMENCLATURE

y is an outlet value of the control system;
 t is a functions independent argument (time);
 k_0 is a coefficient characterizing the control influence effectiveness;
 u is a control function;
 k_f is a coefficient characterizing the disturbance influence effectiveness;
 f is a disturbance function;
 k_p is a coefficient of a governor augmentation; a function of time; a functions independent argument;
 ε is an error function;

x is a given action function (an inlet value of the control system);

L_ε is a rate of the losses stipulated by the error;

C_ε is a coefficient of the error;

L_{k_p} is a rate of the coefficient of the governor augmentation increase cost;

C_{k_p} is a coefficient of the governor augmentation coefficient;

n is a power index of the governor augmentation coefficient;

J is an objective functional of the total expenses related to the process of control optimization;

t_0 is an initial time of the process;

t_1 is a terminal time of the process;

F is an under-integral function of a functional;

k'_p is a first complete derivative of an unknown (free) function of the governor augmentation coefficient with respect to the independent variable (time);

k_p^* is an optimal function (extremal) delivering an optimal (minimal/maximal) value to an integral functional;

k_{p_0} is an initial value of the coefficient of the governor augmentation range;

k_{p_1} is a terminal value of the coefficient of the governor augmentation range;

Φ_h is an objective functional of a hybrid optional function distribution density;

h is a hybrid optional function distribution density;

β is an internal structural parameter of the system optimal behavior;

γ is an internal structural parameter for a normalizing condition;

$\Delta t \Delta k_p$ is a degree of accuracy at the hybrid optional function distribution density entropy determination;

H_h is an entropy of the hybrid optional function distribution density;

h^* is an extremal control surface;

h'_t is a first partial derivative of the hybrid optional function distribution density with respect to time (the first independent variable);

h'_{k_p} is a first partial derivative of the hybrid optional function distribution density with respect to the coefficient of the governor augmentation (the second independent variable).

INTRODUCTION

According to the contemporary progress in the development of the diagnosing and recognizing models synthesis it is still an actual scientific problem (task) in general to implement the modern achievements in the field of information technologies [1]. The importance of the issue lies in the plane of connections of the up to date technologies between themselves (a compatibility aspect) and putting them into practice.

Therefore scientific basis for the development of the presented theme will deal with modeling the optimal controlling process in regards to hybrid optional functions distributions densities taking into account the expenses related with the process.

Thus, this justifies the study of optional hybrid approaches combining different theoretical concepts and urgency of finding elements of generalization on the basis of the critical analysis and comparison with already known solutions for the synthesized models.

Therefore, the object of the presented study is the optimal control process which generates a problematic situation of the optimum definition, evaluation, and determination. And the subject of the study contained within the object is the

rough model of the phenomenon, and simplified dependence of optimal controlling trajectory upon the cost of control in an inertness-less linear controlling system equipped with a proportional governor.

The aim of the work is to build up an adequate model of the mentioned above process development. And the tasks needed to be solved to achieve this aim are formulated as follows: to develop methods for quantitative and qualitative evaluations of relationships between: 1) the system accuracy behavior, 2) optimal values obtained on the basis of an expenditures principle, and 3) optimal controlling trajectory determination on the basis of optional hybrid functions densities entropy paradigm; with further justification of the methods through computer simulation and calculation experimenting, as well as the obtained results interpretation and discussion.

1 PROBLEM STATEMENT

Suppose a linear inertness-less object of control with the time dependent outcome value: $y(t)$ is given. As for a linear control system the structure of $y(t)$ also depends upon the influences of control $u(t)$ and disturbance $f(t)$ and it is regularly represented with their sum: $y(t) = k_0 u(t) + k_f f(t)$, where k_0 , k_f – coefficients which characterize the effectiveness of the corresponding influence exerted upon the object. If the system is equipped with a proportional governor, which means $u(t) = k_p \varepsilon(t)$, where k_p – coefficient of the governor augmentation; $\varepsilon(t)$ – error value, then we come to the problem of the error minimization with the help of the k_p coefficient increase since $k_p \rightarrow \max$ provides $\varepsilon(t) \rightarrow \min$.

However, the value of the coefficient k_p is restricted. Therefore, through the prism of the system accuracy cost analysis the synthesized control trajectory will have some optimal value: $k_p(t) \rightarrow \text{opt}$ giving the minimal cost to the system accuracy.

In turn, the problem of the optimal function of $k_p^*(t)$ formation is to find an extremal of a functional: $\Phi_h \rightarrow \max$ through a hybrid optional function distribution density: $h^*(t, k_p)$ with taking into account the densities uncertainty measure (entropy): H_h and $k_p^*(t)$ delivers maximum to $h^*(t, k_p)$ as well as minimum to the cost to the system accuracy.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

Theoretical core of the study is a synthesis of a hybrid approach on the basis of an optional uncertainty pattern. Mentioned in the introductory section of this paper problems of diagnostics and recognition models [1] has a variety in use.

It touches in actual fact the widest application of that kind of modeling, optimization, control, and all types of

artificial intelligence involvements, starting with that for aero-engines [2] and their maintenance and diagnosing [3, 4] respectively, as well as robust design works likewise [5] up to other aviation problems such as aviation noise and radio equipment qualities [6, 7] and finally ending with the social and economical ones [8–10].

Informativeness of diagnostic attributes let us say for their optional use like formulated in patent [11] nevertheless requires every time redefining the proposed criteria. There must be a certain general optional based parameter with a character of optimality in conditions of uncertainty of the considered options.

Uncertainty of some intrinsic value, preferences functions, in the view of their entropy is proposed in Subjective Analysis [12–15] and its applications [16–22]; and those analogues will be widely used in this work, however in the view of optional hybrid functions distributions densities entropy paradigm since the human-being influence is excluded from consideration rather the objectively existing matter is taking into account only.

The mathematical background for the presented paper is the cornerstones of fundamental theories such as [23–27] but not restricted just to those.

3 METHODS

Let us consider a linear inertness-less object of control. Supposedly, its behavior is described with the equation of [23, P. 162, (1)]:

$$y = k_0 u + k_f f, \quad (1)$$

where y – outlet value $y(t)$ changing in time t ; k_0 , k_f – coefficients which characterize the effectiveness of the corresponding influence exerted upon the object; u – control $u(t)$; f – disturbance $f(t)$.

The concept described with Eq. (1) implies simplifications that idealize a real object behavior.

If there is a proportional governor in the control system, then its behavior equation has the view of [23, P. 163, (2)]:

$$u = k_p \varepsilon, \quad (2)$$

where k_p is a coefficient of the governor augmentation; ε is an error value.

Traditionally, the accuracy of a control system is assessed with the value of, [23, pp. 160–165]:

$$\varepsilon(t) = x(t) - y(t), \quad (3)$$

where $x(t)$ is a given action which is predetermined by the task being solved.

The considered approach developed of the Eq. (1)–(3) yields the theoretical result represented in the following sequence of formulas.

From the relation (3) we can express the given predetermined value of $x(t)$ on the basis of the relation (4):

$$x(t) = y(t) + \varepsilon(t). \quad (4)$$

The error $\varepsilon(t)$, of the dependences (3), (4), in its turn from the interrelation (2), for the Eq. (4) will be expressed with the help of the equation (5):

$$\varepsilon(t) = \frac{u(t)}{k_p}, \quad (5)$$

where the control $u(t)$, from the formula (1), is written as the expression (6):

$$u(t) = \frac{y(t) - k_f f(t)}{k_0}. \quad (6)$$

Hence, on condition of the formula (6) the error $\varepsilon(t)$ from Eq. (5) becomes a functional dependence defined by the formula (7):

$$\varepsilon(t) = \frac{y(t) - k_f f(t)}{k_0 k_p}. \quad (7)$$

Thus, substituting the expression (7) value into the Eq. (4), one can obtain the interrelationship between the input – $x(t)$, output – $y(t)$ of the governed object, and the disturbance – $f(t)$ influencing the object in the view of the next formula (8):

$$x(t) = y(t) + \frac{y(t) - k_f f(t)}{k_0 k_p}. \quad (8)$$

Adding the right hand part of the Eq. (8) to common denominator it gets it the other notation (9):

$$x(t) = \frac{k_0 k_p y(t) + y(t) - k_f f(t)}{k_0 k_p}. \quad (9)$$

Developing the obvious transformations for Eq. (9) we obtain dependence (10):

$$k_0 k_p x(t) = (k_0 k_p + 1)y(t) - k_f f(t). \quad (10)$$

Taking into account that from formula (3), (4)

$$y(t) = x(t) - \varepsilon(t), \quad (11)$$

and substituting the value of the Eq. (11) for its value into the dependence (10) it yields the needed expression for the relation (11), between the error, inlet, and disturbance:

$$k_0 k_p x(t) = (k_0 k_p + 1)[x(t) - \varepsilon(t)] - k_f f(t). \quad (12)$$

After several simplest transformations of the Eq. (12) one can receive the intermediate expressions (13)–(15):

$$k_0 k_p x(t) = (k_0 k_p + 1)x(t) - (k_0 k_p + 1)\varepsilon(t) - k_f f(t), \quad (13)$$

$$(k_0 k_p + 1)\varepsilon(t) = (k_0 k_p + 1)x(t) - k_0 k_p x(t) - k_f f(t), \quad (14)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{(k_0 k_p + 1)x(t) - k_0 k_p x(t) - k_f f(t)}{k_0 k_p + 1}. \quad (15)$$

And finally, from the Eq. (13)–(15), the workable view relationship with the explicitly expressed objective values will be the dependence (16):

$$\varepsilon(t) = x(t) \left(1 - \frac{k_0 k_p}{k_0 k_p + 1} \right) - \frac{k_f}{k_0 k_p + 1} f(t) = \varepsilon(t, k_p). \quad (16)$$

As far as we can judge from the relation (16) that increasing the coefficient $k_p(t)$ it is possible to decrease the value of the error $\varepsilon(t)$. In actual fact, the increase of the governor augmentation coefficient $k_p(t)$ cannot be unlimited or endless.

Thus, we come to the problem of the optimal value of the coefficient $k_p(t)$ of the control system. Application of an analogue to the Subjective Entropy Maximum Principle [12–22] helps us solving such a problem with respect to distributions that might be considered an elements approach in the given case study.

Let us apply an Expenditures Principle which assumes that the rate of the losses stipulated by the error of the control system is proportional to the absolute value of the error $\varepsilon(t, k_p(t))$, i.e.

$$L_\varepsilon(t, k_p(t)) = C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p(t))|, \quad (17)$$

where C_ε is a coefficient.

The cost of the coefficient $k_p(t)$ rate let be nonlinearly increasing, that is

$$L_{k_p}(k_p(t)) = C_{k_p} k_p^n(t), \quad (18)$$

where C_{k_p} is a coefficient; n is a power index.

Then, the total expenses related to the process of the control optimization will be found as the integral functional (19) of the sum of these two mentioned above components (17) and (18):

$$J[k_p(t)] = \int_{t_0}^{t_1} [L_\varepsilon(t, k_p(t)) + L_{k_p}(k_p(t))] dt = \int_{t_0}^{t_1} [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p(t))| + C_{k_p} k_p^n(t)] dt. \quad (19)$$

From Eq. (16)

$$\varepsilon(t, k_p(t)) = \frac{x(t) - k_f f(t)}{k_0 k_p(t) + 1}. \quad (20)$$

Then the functional (19) with respect to Eq. (20) becomes

$$J[k_p(t)] = \int_{t_0}^{t_1} \left[C_\varepsilon \left| \frac{x(t) - k_f f(t)}{k_0 k_p(t) + 1} \right| + C_{k_p} k_p^n(t) \right] dt. \quad (21)$$

The functional (21) optimal value with taking into consideration the governor augmentation coefficient $k_p(t)$ will be found on the basis of the Euler-Lagrange equation (22):

$$\frac{\partial F(t, k_p(t))}{\partial k_p(t)} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F(t, k_p(t))}{\partial k'_p(t)} \right) = 0, \quad (22)$$

where $F(t, k_p(t))$ – under-integral function of the functional (19), (21), i.e.

$$F(t, k_p(t)) = C_\varepsilon \left| \frac{x(t) - k_f f(t)}{k_0 k_p(t) + 1} \right| + C_{k_p} k_p^n(t), \quad (23)$$

$k'_p(t)$ is a first complete derivative of the unknown (free) function of the governor augmentation coefficient $k_p(t)$ with respect to the independent variable (that is the variable of time t):

$$k'_p(t) = \frac{dk_p(t)}{dt}. \quad (24)$$

Since by assumption the under-integral function of the functional (19), (21) does not depend upon the first complete derivative of $k'_p(t)$ Eq. (24), that is $F(t, k_p(t))$ only, then for

the $\frac{\partial F(t, k_p(t))}{\partial k'_p(t)}$ member of the Euler-Lagrange Eq. (22) it means

$$\frac{\partial F(t, k_p(t))}{\partial k'_p(t)} \equiv 0, \quad (25)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F(t, k_p(t))}{\partial k'_p(t)} \right) \equiv 0, \quad (26)$$

and for the entire Euler-Lagrange Eq. (22) we have one very important partial case of

$$\frac{\partial F(t, k_p(t))}{\partial k_p(t)} = 0. \quad (27)$$

The optimal function (extremal) of $k_p^*(t)$ delivering the optimal (minimal) value to the integral functional (19), (21) is obtained on the necessary condition of the functional extremum existence in the view of Eq. (27).

In order to shorten the notation starting from now we denote $k_p(t)$ simply as k_p remembering its functioning of independent variable (time t) value.

The Eq. (23) on condition of the Eq. (27) yields the dependence (28):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(t, k_p)}{\partial k_p} &= \frac{\partial}{\partial k_p} \left(C_\varepsilon \left| x(t) - k_f f(t) \right| \frac{1}{k_0 k_p + 1} + C_{k_p} k_p^n \right) = \\ &= C_\varepsilon \left| x(t) - k_f f(t) \right| \frac{\partial}{\partial k_p} \left(\frac{1}{k_0 k_p + 1} \right) + C_{k_p} \frac{\partial}{\partial k_p} (k_p^n) = \\ &= - \frac{C_\varepsilon \left| x(t) - k_f f(t) \right| k_0}{(k_0 k_p + 1)^2} + n C_{k_p} k_p^{n-1} = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

From the expression (28) we get the relation (29):

$$nC_{k_p} k_p^{n-1} = \frac{C_\varepsilon |x(t) - k_f f(t)| k_0}{(k_0 k_p + 1)^2} = \frac{C_\varepsilon |x(t) - k_f f(t)| k_0}{(k_0 k_p)^2 + 2k_0 k_p + 1} \quad (29)$$

and finally the formula (30):

$$nC_{k_p} k_p^{n-1} [(k_0 k_p)^2 + 2k_0 k_p + 1] = C_\varepsilon |x(t) - k_f f(t)| k_0 \quad (30)$$

Or the relation (31):

$$k_p^{n-1} (k_0 k_p + 1)^2 = \frac{C_\varepsilon |x(t) - k_f f(t)| k_0}{nC_{k_p}} \quad (31)$$

For recursion or recurring or iteration it is interpreted with

$$k_p = n-1 \sqrt{\frac{C_\varepsilon |x(t) - k_f f(t)| k_0}{nC_{k_p} (k_0 k_p + 1)^2}} \quad (32)$$

For the relationships (29)–(32) root equation $k_p^*(t)$ determination we propose certain dependence defined from Eq. (31) with the formula (33):

$$k_p^{n-1} (k_0 k_p + 1)^2 - \frac{C_\varepsilon |x(t) - k_f f(t)| k_0}{nC_{k_p}} = 0 \quad (33)$$

Since it is difficult to find the explicit analytical function of the optimal controlling path determination, any of the numerical solutions in the view of the expressions (29)–(33) can be used as well as a table function definition.

Now we propose an optional approach to the stated problem solution. It implies considering the governor augmentation coefficient value k_p as an optional value having a possibility of changing in a certain range $[k_{p0} \dots k_{p1}]$. The process of the object control develops in some time diapason $[t_0 \dots t_1]$. The control system optimal dynamic characteristics here will also be the extremal of $k_p^*(t)$ (as that one yielded in the procedures of Eq. (1)–(33)) but for the considered case with taking into account the optional nature of k_p as well as a degree of uncertainty of specifically introduced Hybrid Functions. A presented study is a development of Subjective Analysis, Active System, Multi-alternativeness Concepts, Subjective Preferences Approach, and Subjective Entropy Paradigm, Subjective Entropy Maximum Principle considered in the sequence of publications [12–22].

Here we consider a hybrid functions apparatus equivalent to the preferences functions one; however the hybrid functions are an intrinsic property of the system, being pertained to the system itself on the contrary with the preferences functions pertaining to the subject (active element of the system, person responsible for making controlling decisions, individual). Thus, we remove from taking into account a human-being, considering technically

objectively existing optima instead although.

In such conceptual framework the objective functional is analogous with the one discussed in papers [19], [16], and dissertation [17, 18]:

$$\Phi_h = \int_{t_0}^{t_1} \int_{k_{p0}}^{k_{p1}} \left\{ -h(t, k_p) \ln h(t, k_p) - \beta h(t, k_p) [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n] dk_p \right\} dt + \left[\int_{t_0}^{t_1} \int_{k_{p0}}^{k_{p1}} h(t, k_p) dk_p dt - 1 \right] - \ln(\Delta t \Delta k_p) \quad (34)$$

where $h(t, k_p)$ is a hybrid optional function distribution density similar with the preference function distribution density [19], [16], and [17, 18]; β , γ are internal structural parameters of the system optimal behavior, likewise for the active element's psych [12–22] (endogenous parameter for the function of the optional effectiveness

$h(t, k_p) [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n]$ and uncertain Lagrange multiplier for the normalizing condition

$\int_{t_0}^{t_1} \int_{k_{p0}}^{k_{p1}} h(t, k_p) dk_p dt - 1$ respectively); $\Delta t \Delta k_p$ – degree of

accuracy at the hybrid optional function distribution density entropy (analogous to the subjective entropy of the preferences) determination.

Here in the functional (34) the first underintegral member is the entropy of the hybrid optional function distribution density $h(t, k_p)$:

$$H_h = \int_{t_0}^{t_1} \int_{k_{p0}}^{k_{p1}} \left\{ -h(t, k_p) \ln h(t, k_p) \right\} dk_p dt - \ln(\Delta t \Delta k_p) \quad (35)$$

conventionally without the logarithm of the degree of accuracy at the entropy determination $\Delta t \Delta k_p$.

Also, here, in functional (34), there applied the sign “minus” before the internal structural parameter of the system optimal behavior (likewise endogenous parameter of the active element's psych [12–22]) at the value of $\beta > 0$ since we guess it is a better option having the minimal value of the system effectiveness function – the sum of the rates (17) and (18), and which has to be found in case of the two independent variables although.

For obtaining an extremal surface of $h^*(t, k_p)$ in such a case we will need the Euler-Lagrange equation in the view of the applicable formula for the functional of (34) in the case of the two independent variables, [24]:

$$\frac{\partial F(t, k_p, h(t, k_p))}{\partial h(t, k_p)} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial F(t, k_p, h(t, k_p))}{\partial h'_t(t, k_p)} \right) - \frac{\partial}{\partial k_p} \left(\frac{\partial F(t, k_p, h(t, k_p))}{\partial h'_{k_p}(t, k_p)} \right) = 0 \quad (36)$$

where now $F(t, k_p, h(t, k_p))$ – under-integral function of the functional (34), $h'_t(t, k_p)$ and $h'_{k_p}(t, k_p)$ – partial derivatives of the optional function with respect to the corresponding independent variables.

Since $F(t, k_p, h(t, k_p))$ of the functional (34) does not depend upon $h'_t(t, k_p)$ and $h'_{k_p}(t, k_p)$, then

$$\frac{\partial F(t, k_p, h(t, k_p))}{\partial h'_t(t, k_p)} = \frac{\partial F(t, k_p, h(t, k_p))}{\partial h'_{k_p}(t, k_p)} \equiv 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial F(t, k_p, h(t, k_p))}{\partial h'_t(t, k_p)} \right) = \frac{\partial}{\partial k_p} \left(\frac{\partial F(t, k_p, h(t, k_p))}{\partial h'_{k_p}(t, k_p)} \right) \equiv 0. \quad (37)$$

And the conditions of the Eq. (36) and (37) applied to the functional (34) yield the necessary condition of the functional (34) extremum existence in the view of the formula (38):

$$\frac{\partial F(t, k_p, h(t, k_p))}{\partial h(t, k_p)} = 0. \quad (38)$$

On the basis of Eq. (38) from the functional (34) we get the relation (39):

$$-\ln h(t, k_p) - 1 - \beta [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n] + \gamma = 0. \quad (39)$$

From Eq. (39) we obtain the expression (40):

$$\ln h(t, k_p) = \gamma - 1 - \beta [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n],$$

$$h(t, k_p) = e^{\gamma - 1 - \beta [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n]}. \quad (40)$$

On the basis of the normalizing condition

$$\int_{t_0}^{t_1} \int_{k_{p0}}^{k_{p1}} h(t, k_p) dk_p dt = 1 = \int_{t_0}^{t_1} \int_{k_{p0}}^{k_{p1}} e^{\gamma - 1 - \beta [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n]} dk_p dt =$$

$$= e^{\gamma - 1} \int_{t_0}^{t_1} \int_{k_{p0}}^{k_{p1}} e^{-\beta [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n]} dk_p dt.$$

and

$$e^{\gamma - 1} = \frac{1}{\int_{t_0}^{t_1} \int_{k_{p0}}^{k_{p1}} e^{-\beta [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n]} dk_p dt}. \quad (41)$$

Substituting the result of (41) into the expression (40) we find the canonical distribution of the hybrid optional

function density as the extremal surface of $h^*(t, k_p)$, that delivers maximal value to the functional (34) and is in that sense the optimal controlling surface – the dependence (42):

$$h^*(t, k_p) = \frac{e^{-\beta [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n]}}{\int_{t_0}^{t_1} \left(\int_{k_{p0}}^{k_{p1}} e^{-\beta [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n]} dk_p \right) dt}. \quad (42)$$

4 EXPERIMENTS

Calculation experiments illustrate the theoretical speculations (1)–(42) of the above sections and subsections of the presented researches.

The numerical simulation has been performed for both one-dimensional and two-dimensional modeling cases. The accepted conditions were as follows:

$$x(t) = f(t) = A_x(t) \sin[\omega_x(t)t + T_{x_0}], \quad T_{x_0} = 3, \quad T_{a_0} = 2,$$

$$A_x(t) = a_x(t) \sin[\omega_a(t)t + T_{a_0}],$$

$$\omega_x(t) = 8 \cdot 10^{-5} t \cos[\omega_{a_1} t + \omega_{a_0}],$$

$$a_x(t) = 1 \cdot 10^{-3} t \sin(a_{x_1} t + a_{x_0}), \quad \omega_a(t) = \omega_x(t),$$

$$a_{x_0} = 4 \cdot 10^{-2}, \quad a_{x_1} = \omega_{a_1} = 2 \cdot 10^{-2}, \quad \omega_{a_0} = 4 \cdot 10^{-3},$$

$$k_f = 9, \quad k_0 = 5 \cdot 10^{-3}, \quad C_\varepsilon = 1, \quad C_{k_p} = 10^{-6}, \quad n = 2, \quad t_0 = 0,$$

$$t_1 = 5 \cdot 10^2, \quad k_{p_0} = 0, \quad k_{p_1} = 1 \cdot 10^3, \quad \beta = 4.5.$$

The obtained results of the mathematical modeling are shown in Fig. 1.

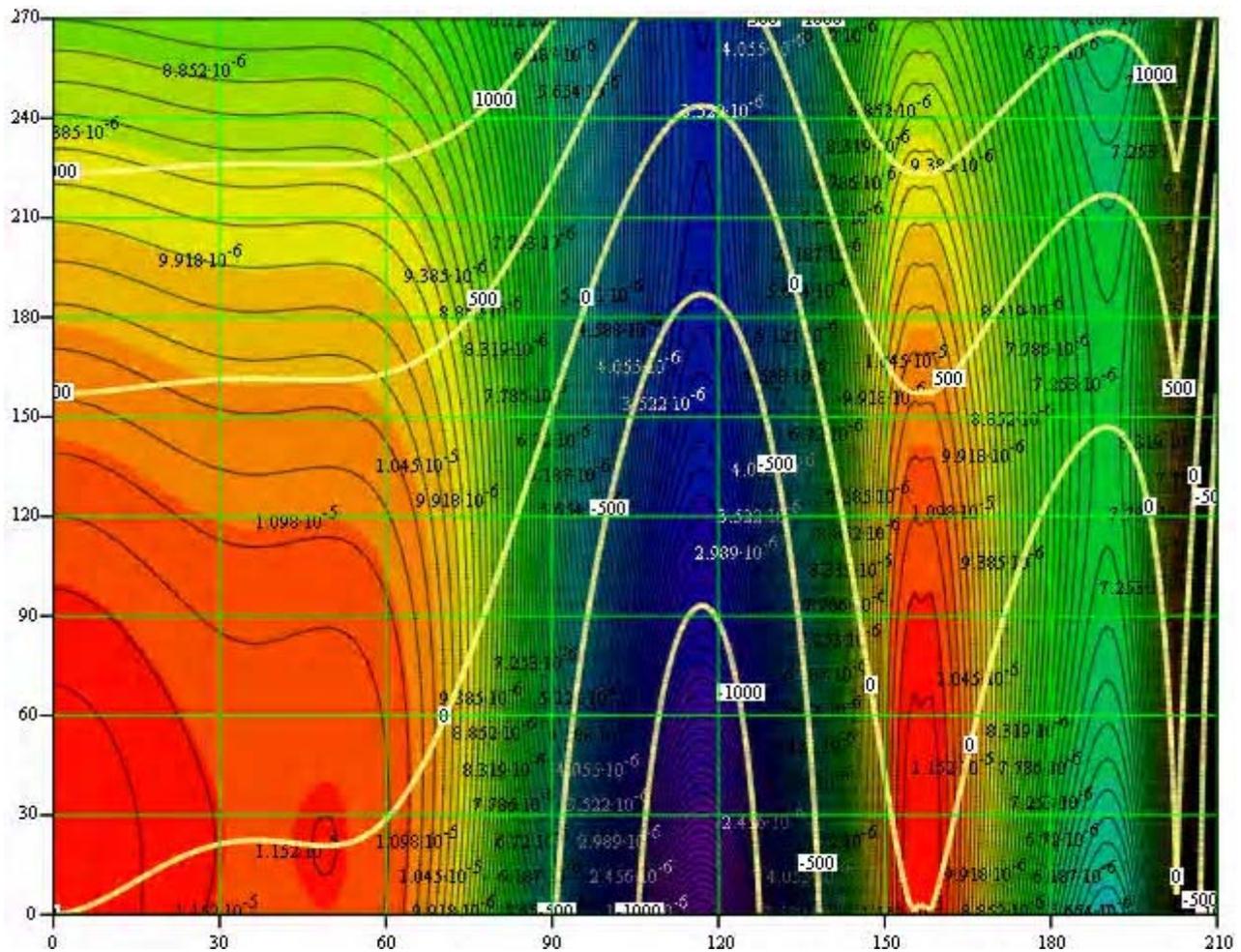
The hybrid optional function distribution density as the extremal surface of $h^*(t, k_p)$, obtained by the formula (42),

depicted as "h" in Fig. 1, is shown in conjunction with the corresponding surface of the sum of the rates (17) and (18), in the view of the function of the two independent variables of t and k_p although, represented with the designation of "Sum" in the view of contour plots for the conveniences.

Also in Fig. 1 the surface indicated as "Z" is shown. It illustrates the contour lines obtained from Eq. (33) in yellow color. The contour lines shown are marked for the paces of: "–1000", "–500", "0", "500", "1000".

The fragment portrayed in Fig. 1 is represented for the time zone at the abscissa axis $0 \leq t \leq 210$ and governor augmentation coefficient range at the ordinate axis $0 \leq k_p \leq 270$.

The curve marked "0" (see Fig. 1) obtained as the root equation $k_p^*(t)$ of the expression (33) should be considered as the optimal controlling path.



h, Sum, Z

Figure 1 – Optimal value of the governor augmentation coefficient $k_p^*(t)$ with respect to the objective effectiveness function

$$C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n \text{ and hybrid optional function distribution density } h^*(t, k_p)$$

6 DISCUSSION

The concepts described with the formulae of (1)–(42) yield the optimal value for the governor augmentation coefficient (see Fig. 1):

$$k_p^*(t) = \arg \max h^*(t, k_p), \quad (43)$$

which at the same time is

$$k_p^*(t) = \arg \min [C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n], \quad (44)$$

that is the maximal value of the hybrid optional function distribution density $h^*(t, k_p)$ (42) is ensured with the value of $k_p^*(t)$, as the continuous optional value, which guarantees the minimal value of the objective effectiveness function $C_\varepsilon |\varepsilon(t, k_p)| + C_{k_p} k_p^n$.

Besides, the optimal value of the governor augmentation coefficient $k_p^*(t)$, the root equation of the expression (33),

is found in result of optimization of the objective functional (19) with taking into consideration the expenses (17) and (18) related to the error of the controlling actions and increase of the augmentation coefficient.

Furthermore, the optional hybrid density $h^*(t, k_p)$, given with the formula (42), itself in its turn is the optimal argument that maximizes the synthesized objective functional (34),

$$h^*(t, k_p) = \arg \max \Phi_h, \quad (45)$$

taking into account the uncertainty (that is represented with the entropy member, the formula (35) in the functional) of the normalized optional hybrid value $h(t, k_p)$.

All this allows treating the optional hybrid density as the optimal controlling surface with the relativity of its magnitude.

The results described with the formulae (43)–(45) continue and generalize research initiated in works [12–22], especially [19], [16], as well as [17, 18].

Critical comparison of the achieved results with the analogues [23] shows advantages of the proposed method as it takes into consideration the cost of the controlling system accuracy and centers a local optimum whereas without such assessments there is none.

Moreover, control in conditions of uncertainty in the given problem setting allows making allowance for the uncertainty of the hybrid optional functions distribution densities with respect to the objective effectiveness functions, which significantly differs from results discussed in monograph [25].

We should also note that the presented method, developed on the basis of variational principles [24] in application to the subjective analysis theory [11–14] actually dealing with the given sets of both discrete and continuous alternatives as well as uncertainty entropy measures for the system of the two independent variables [27], in fact does not have anything in common with the active system rather than objectively existing intrinsic properties of the controlled system.

It definitely has to have development in terms of mass service systems theory [26] in the direction of the entropy paradigm research.

CONCLUSIONS

The urgent problem of a mathematical model synthesis for the augmentation coefficient optimal value of a proportional governor included into an inertness-less linear object control system determination is solved.

The method of hybrid optional function distribution density entropy is firstly proposed. The discovered value of the hybrid optional function distribution density has a property of, and allows determining, an optimal value with respect to the synthesized objective functional concerning the uncertainty and normalization of such an option.

The practical significance of the obtained results is that the hybrid optional density delivering the maximal value to the synthesized functional has its own maximum that provides minimum in regards with the integrated cost of the controlling process. That must be taken as the optimal controlling path.

ACKNOWLEDGEMENTS

The work is supported by the state budget scientific research project of National Aviation University, Kyiv, “Synthesis of optimal control algorithms for a complex active technical object operation” (state registration number 0116U004637).

REFERENCES

1. Субботін С. О. Програмні засоби синтезу діагностичних і розпізнавальних моделей за прецедентами / С. О. Субботін // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій : VI Міжнародна науково-практична конференція, Запоріжжя, 19–21 вересня 2012 р. : тези доповідей. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2012. – С. 21–22.
2. Прогрессивные технологии моделирования, оптимизации и интеллектуальной автоматизации этапов жизненного цикла авиационных двигателей : монография / [А. В. Богуслаев, Ал. А. Олейник, Ан. А. Олейник, Д. В. Павленко, С. А. Субботин]; под ред. Д. В. Павленко, С. А. Субботина. – Запорожье : ОАО «Мотор Сич», 2009. – 468 с.
3. Technological processes and quality control in aircraft engine maintenance / [S. Dmitriev, V. Burlakov, O. Popov, D. Popov] // Aviation. – 2015. – Vol. 19, № 3. – P. 133–137.
4. Method of formulating input parameters of neural network for diagnosing gas-turbine engines / [M. Kulyk, S. Dmitriev, O. Yakushenko, O. Popov] // Aviation. – 2013. – Vol. 17, № 2. – P. 52–56.
5. Sushchenko O. Design of Robust Systems for Stabilization of Unmanned Aerial Vehicle Equipment / International Journal of Aerospace Engineering [Electronic resource] / O. Sushchenko, A. Goncharenko. – Access mode: <http://dx.doi.org/10.1155/2016/6054081>.
6. Zaporozhets O. Aircraft Noise. Assessment, prediction and control / O. Zaporozhets, V. Tokarev, K. Attenborough. – Glyph International, Taylor and Francis, 2011. – 480 p.
7. Solomentsev O. Estimation of Quality Parameters in the Radio Flight Support Operational System / O. Solomentsev, M. Zaliskyi, O. Zuiev // Aviation. – 2016. Vol. 20, № 3. – P. 123–128.
8. Silberberg E. The structure of economics. A mathematical analysis / E. Silberberg, W. Suen. – New York : McGraw-Hill Higher Education, 2001. – 668 p.
9. Kolstad Ch. D. Environmental Economics / Ch. D. Kolstad. – New York, USA: Oxford. Univ. Press, 2000. – 400 p.
10. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М. : Айрис-пресс, 2002. – 576 с.
11. Пат. 18294 Україна, МПК²⁰⁰⁶ G06F 19/00. Спосіб відбору інформативних ознак для діагностики виробів / С. О. Субботін, А. О. Олійник (Україна) ; заявник Запорізький національний технічний університет. – № u200603087; Заявл. 22.03.06; Опубл. 15.11.06, Бюл. №11. – 4 с.
12. Kasianov V. Subjective entropy of preferences. Subjective analysis: monograph / V. Kasianov. – Warsaw, Poland: Institute of aviation, 2013. – 644 p.
13. Касьянов В. А. Вариационные принципы субъективного анализа. Модифицированный вариационный принцип Эйлера-Лагранжа. Энтропийный подход: монография / В. А. Касьянов, А. В. Гончаренко. – К. : ДП НВЦ «Приоритети», 2015. – 112 с.
14. Касьянов В. А. Свет и тень. Пропорции теневой экономики. Энтропийный подход: монография / В. А. Касьянов, А. В. Гончаренко. – К.: Кафедра, 2013. – 86 с.
15. Kasyanov V. Some hybrid models of subjective analysis in the theory of active systems / V. Kasyanov, K. Szafran // Transactions of the Institute of Aviation. – 2015, № 3. – P. 27–31. (ISSN: 0509-6669 240)
16. Goncharenko A. V. Optimal managerial and control values for active operation / A. V. Goncharenko // Electronics and control systems. – 2016. – № 3(49). – P. 112–115. (ISSN: 1990-5548)
17. Гончаренко А. В. Експлуатація активних транспортних систем в умовах багатоальтернативності та невизначеності : дис. ... докт. техн. наук : 05.22.20 / Гончаренко Андрій Вікторович. – Київ, 2016. – 328 с. <http://er.nau.edu.ua:8080/handle/NAU/22359>
18. Гончаренко А. В. Експлуатація активних транспортних систем в умовах багатоальтернативності та невизначеності : автореф. ... докт. техн. наук : 05.22.20 / Гончаренко Андрій Вікторович. – Київ: Національний авіаційний університет, 2016. – 39 с. <http://er.nau.edu.ua:8080/handle/NAU/22359>; <http://er.nau.edu.ua:8080/handle/NAU/22627>
19. Goncharenko A. V. Several Models of Artificial Intelligence Elements for Aircraft Control / A. V. Goncharenko // Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC) : 4th International Conference, Kyiv, 18–20 October 2016 : proceedings. – Kyiv: National Aviation University (NAU), IEEE, 2016. – P. 224–227.

20. Goncharenko A. V. Applicable Aspects of Alternative UAV Operation / A. V. Goncharenko // Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments : 3rd International Conference, Kyiv, 13–15 October 2015 : proceedings. – Kyiv: NAU, IEEE, 2015. – P. 316–319.
21. Goncharenko A. V. Navigational alternatives, their control and subjective entropy of individual preferences / A. V. Goncharenko // Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC) : 3rd International Conference, Kyiv, 14–17 October 2014 : proceedings. – Kyiv: NAU, IEEE, 2014. – P. 99–103.
22. Goncharenko A. V. Expediency of unmanned air vehicles application in the framework of subjective analysis / A. V. Goncharenko // Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments : 2nd International Conference, Kyiv, 15–17 October 2013 : proceedings. – Kyiv: NAU, IEEE, 2013. – P. 129–133.
23. Гноенский Л. С. Математические основы теории управляемых систем / Л. С. Гноенский, Г. А. Каменский, Л. Э. Эльсгольц. – М. : Наука, 1969. – 512 с.
24. Гельфанд И. М. Вариационное исчисление / И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. – М. : Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 228 с.
25. Кунцевич В. М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации: монография / В. М. Кунцевич. – К.: Наукова думка, 2006. – 264 с.
26. Гнеденко Б. В. Введение в теорию массового обслуживания ; изд. 6 / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. – М. : URSS, 2013. – 400 с.
27. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: учебник / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1969. – 576 с.

Article was submitted 12.06.2017.
After revision 12.08.2017.

Гончаренко А. В.

Д-р техн. наук, професор кафедри збереження льотної придатності авіаційної техніки Національного авіаційного університету, Київ, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ТРАЕКТОРІЇ КЕРУВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ РОЗПОДІЛІВ ГІБРИДНИХ ОПЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ

Актуальність. Вирішено завдання визначення оптимального значення коефіцієнта підсилення пропорційного регулятора, включеного до системи керування безінерційного лінійного об'єкта, на основі синтезованої моделі.

Мета роботи – створення методу для відшукування розв'язку за наявності проблемної ситуації пов'язаної із визначенням та оцінкою оптимуму в системі керування.

Метод. Запропоновано грубу модель явища, та спрощену залежність оптимальної траєкторії керування від вартості, керування в безінерційній лінійній системі керування оснащеної пропорційним регулятором. Точність поведінки досліджуваного лінійного об'єкта керування обрано у даному розгляді у якості початкової цільової величини, що потребує мінімізації. Запропоновано метод побудови моделі з урахуванням затратного принципу, який забезпечує розрахунок вартості контрольованого процесу, що дозволяє знайти оптимальне керує значення на мульти-опційній основі. Застосовано деякий аналог принципу максимуму суб'єктивної ентропії із суб'єктивного аналізу із метою отримання специфічних оптимальних розподілів для цільової величини взятої у вигляді складеного функціоналу. Метод екстремізації ступеню невизначеності опцій удосконалено за допомогою введення неперервної опційної величини, що дозволяє сформувати щільність розподілу тієї величини. Побудовано опційну синтезовану модель процесу керування.

Результати. Розроблені теоретичні моделі дозволяють отримати, та були впроваджені при її знаходженні, гібридну опційну щільність у якості оптимального розв'язку варіаційної задачі із двома незалежними змінними, чие максимальне значення є шуканою оптимальною траєкторією керування, яка доставляє мінімум інтегральним витратам притаманним даному процесові.

Висновки. Проведено чисельні експерименти з дослідження запропонованих методів у даній задачі оптимізації. У результаті тих експериментів виявлені залежності є обґрунтованими, їхнє застосування на практиці дозволяє виконувати, та є рекомендованим за необхідності визначати, оптимальне керування в описаних системах. Перспективи подальших досліджень можуть полягати у створенні моделей для визначення оптимальних траєкторій керування, в умовах які передбачають швидкості змін величин, що розглядаються, а також у імовірнісній, стохастичній, недетермінованій постановці.

Ключові слова: гібридна функція, мульти-опційніне керування, щільність розподілу, оптимальна траєкторія, варіаційний принцип, оптимальна керуюча поверхня, ентропія опційних функцій.

Гончаренко А. В.

Д-р техн. наук, профессор кафедры сохранения летной годности авиационной техники Национального авиационного университета, Киев, Украина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ГИБРИДНЫХ ОПЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

Актуальность. Решена задача определения оптимального значения коэффициента усиления пропорционального регулятора, включенного в систему управления безынерционного линейного объекта, на основе синтезированной модели.

Цель работы – создание метода для отыскания решения при наличии проблемной ситуации связанной с определением и оценкой оптимума в системе управления.

Метод. Предложены грубая модель явления, и упрощенная зависимость оптимальной траектории управления от стоимости, управления в безынерционной линейной системе управления оснащенной пропорциональным регулятором. Точность поведения исследуемого линейного объекта управления выбрана в данном рассмотрении в качестве начальной целевой величины нуждающейся в минимизации. Предложен метод построения модели с учетом затратного принципа, который обеспечивает расчет стоимости контролируемого процесса, что позволяет найти оптимальное управляющее значение на мульти-опционной основе. Применен некоторый аналог принципа максимума субъективной энтропии из субъективного анализа с целью получения специфических оптимальных распределений для целевой величины взятой в виде составленного функционала. Метод экстремизации степени неопределенности опций усовершенствован посредством введения непрерывной опционной величины, что позволяет сформировать плотность распределения этой величины. Построена опционная синтезированная модель процесса управления.

Результаты. Разработанные теоретические модели позволяют получить, и были внедрены при ее нахождении, гибридную опционную плотность в качестве оптимального решения вариационной задачи с двумя независимыми переменными, чье максимальное значение является искомым оптимальной траекторией управления, доставляющей минимум интегральным расходам присущим данному процессу.

Выводы. Проведены численные эксперименты по исследованию предложенных методов в данной задаче оптимизации. В результате этих экспериментов выявленные зависимости являются обоснованными, их применение на практике позволяет выполнять, и является рекомендуемым при необходимости определять, оптимальное управление в описанных системах. Перспективы дальнейших исследований могут заключаться в создании моделей для определения оптимальных траекторий управления, в условиях предусматривающих скорости изменений рассматриваемых величин, а также в вероятностной, стохастической, недетерминированной постановке.

Ключевые слова: гибридная функция, мульти-опционное управление, плотность распределения, оптимальная траектория, вариационный принцип, оптимальная управляющая поверхность, энтропия опционных функций.

REFERENCES

- Subbotin S. O. Programni zasoby syntezu diagnostychnyh i rozpoznaval'nyh modelej za precedentamy, *Suchasni problemy i dosjagnennja v galuzi radiotekhniki, telekomunikacij ta informacijnyh tehnologij : VI Mizhnarodna naukovo-praktychna konferencija, Zaporizhzhja, 19–21 veres-nja 2012 r. : tezy dopovidej*. Zaporizhzhja, ZNTU, 2012, pp. 21–22.
- Boguslaev A. V., Olejnik Al. A., Olejnik An. A., Pavlenko D. V., Subbotin S. A. ; pod red. D. V. Pavlenko, S. A. Subbotina *Progressivnye tehnologii modelirovaniya, optimizacii i intelektual'noj avtomatizacii e'tapov zhiznennogo cikla aviacionnyx dvigatelej : monografiya*. Zaporozh'e, OAO "Motor Sich", 2009, 468 p.
- Dmitriev S., Burlakov V., Popov O., Popov D. Technological processes and quality control in aircraft engine maintenance, *Aviation*, 2015, Vol. 19, No. 3, pp. 133–137.
- Kulyk M., Dmitriev S., Yakushenko O., Popov O. Method of formulating input parameters of neural network for diagnosing gas-turbine engines, *Aviation*, 2013, Vol. 17, No. 2, pp. 52–56.
- Sushchenko O., Goncharenko A. Design of Robust Systems for Stabilization of Unmanned Aerial Vehicle Equipment, *International Journal of Aerospace Engineering* [Electronic resource]. Access mode: <http://dx.doi.org/10.1155/2016/6054081>.
- Zaporozhets O., Tokarev V., Attenborough K. Aircraft Noise. Assessment, prediction and control. Glyph International, Tailor and Francis, 2011, 480 p.
- Solomentsev O., Zaliskyi M., Zuiev O. Estimation of Quality Parameters in the Radio Flight Support Operational System, *Aviation*, 2016, Vol. 20, No. 3, pp. 123–128.
- Silberberg E., Suen W. The structure of economics. A mathematical analysis. New York, McGraw-Hill Higher Education, 2001, 668 p.
- Kolstad Ch. D. Environmental Economics. New York, USA, Oxford. Univ. Press, 2000, 400 p.
- Intriligator M. Matematicheskie metody optimizatsiji i ekonomicheskaja teorija. Moscow, Ajris-press, 2002, 576 p.
- Subbotin S. O., Olijnyk A. O. (Ukrai'na) Pat. 18294 Ukrai'na, MPK2006 G06F 19/00. Sposib vidboru informatyvnyh oznak dlja diagnostyky vyrobiv ; zajavnyk Zaporiz'kyj nacional'nyj tehnicnyj universytet. № u200603087; Zajavl. 22.03.06; Opubl.15.11.06, Bjul. №11, 4 p.
- Kasianov V. Subjective entropy of preferences. Subjective analysis: monograph. Warsaw, Poland, Institute of aviation, 2013, 644 p.
- Kas'janov V. A., Goncharenko A. V. Variatsionnye printsipy subjektivnogo analiza. Modifitsirovannyj variatsionnyj printsyp Ejlera-Lagranzha. Entropijnyj podkhod: monografiya. Kiev, DP NVTS "Pryoritety", 2015, 112 p.
- Kas'janov V. A., Goncharenko A. V. Svet i ten'. Proportsii tenevoj ekonomiki. Entropijnyj podkhod: monografiya. Kiev, Kafedra, 2013, 86 p.
- Kasyanov V., Szafran K. Some hybrid models of subjective analysis in the theory of active systems, *Transactions of the Institute of Aviation*, 2015, No. 3, pp. 27–31. (ISSN: 0509-6669 240)
- Goncharenko A. V. Optimal managerial and control values for active operation, *Electronics and control systems*, 2016, No. 3(49), pp. 112–115. (ISSN: 1990-5548)
- Goncharenko A. V. Ekspluatatsija aktyvnykh transportnykh system v umovakh bagatoal'ternatyvosti ta nevyznachenosti : dis. ... dokt. tekhn. nauk : 05.22.20. Kyiv, Natsional'nyj aviatsijnyj universytet, 2016, 328 p. <http://er.nau.edu.ua:8080/handle/NAU/22359>
- Goncharenko A. V. Ekspluatatsija aktyvnykh transportnykh system v umovakh bagatoal'ternatyvosti ta nevyznachenosti : avtoref. ... dokt. tekhn. nauk : 05.22.20. Kyiv, Natsional'nyj aviatsijnyj universytet, 2016, 39 p. <http://er.nau.edu.ua:8080/handle/NAU/22359>; <http://er.nau.edu.ua:8080/handle/NAU/22627>
- Goncharenko A. V. Several Models of Artificial Intelligence Elements for Aircraft Control, *Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC) : 4th International Conference, Kyiv, 18–20 October 2016 : proceedings*. Kyiv, National Aviation University (NAU), IEEE, 2016, pp. 224–227.
- Goncharenko A. V. Applicable Aspects of Alternative UAV Operation, *Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments : 3rd International Conference, Kyiv, 13–15 October 2015 : proceedings*. Kyiv, NAU, IEEE, 2015, pp. 316–319.
- Goncharenko A. V. Navigational alternatives, their control and subjective entropy of individual preferences, *Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC) : 3rd International Conference, Kyiv, 14–17 October 2014 : proceedings*. Kyiv, NAU, IEEE, 2014, pp. 99–103.
- Goncharenko A. V. Expediency of unmanned air vehicles application in the framework of subjective analysis, *Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments : 2nd International Conference, Kyiv, 15–17 October 2013 : proceedings*. Kyiv, NAU, IEEE, 2013, pp. 129–133.
- Gnoenskiy L. S., Kamenskiy G. A., El'sgol'ts L. E. Matematicheskie osnovy teorii upravljajemykh sistem. Moscow, Nauka, 1969, 512 p.
- Gel'fand I. M., Fomin S. V. Variatsionnoe ischislenie. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1961, 228 p.
- Kuntsevich V. M. Upravlenie v uslovijakh neopredelennosti: garantirovannye rezul'taty v zadachakh upravlenija i identifikatsii: monografiya. Kyiv, Naukova dumka, 2006, 264 p.
- Gnedenko B. V., Kovalenko I. N. Vvedenie v teoriju massovogo obsluzhivaniya : izd. 6. Moscow, URSS, 2013, 400 p.
- Ventsel' E. S. Teoriya verojatnostej: uchebnik. Moscow, Nauka, 1969, 576 p.

UDC 681.515: 519.7: 62-52

Korniienko V. I.¹, Matsiuk S. M.², Udovyk I. M.³

¹Dr.Sc., Associate professor, Head of Security information and telecommunications department, National Mining University, Dnipro, Ukraine

²Post-graduate student of Security information and telecommunications department, National Mining University, Dnipro, Ukraine

³Ph.D., Associate professor, Head of Computer systems software department, National Mining University, Dnipro, Ukraine

ADAPTIVE OPTIMAL CONTROL SYSTEM OF ORE LARGE CRUSHING PROCESS

Context. The task of efficiency increase of power-hungry ore large crushing process by creation of optimal control system of it is decided.

Objective is a improvement of control quality of ore large crushing process in conditions of information uncertainty about its state by synthesis of optimal control based on identification of the process predictive model during control system functioning.

Method. It is developed the adaptive optimal control system of the ore large crushing process, which realizes the following procedures: estimation of the controlled process state, its structural-parametric identification, prediction of the process progress, as well as synthesis of optimal control. The solution of problem of synthesis of large crushing process optimal control is carried out during system functioning by the principle of minimum of the generalized work on the sliding optimization interval with attraction of information about controlled process state to the new interval of optimization and its future state by the predictive model that allows to simplify the solution of problem of synthesis for nonlinear large crushing process and to compensate disturbances. The large crushing process identification is carried out by definition of the operating mode and dimension of its state, based on which it is performed the model structure and parameters with the help of composition of methods of global and local optimization that allows to increase the model accuracy.

Results. It is determined that for large crushing process the offered optimal control with prediction provides the decrease of the control error in ~2 times and increase of productivity of the process of ore self-grinding, the next one in the technological line, (due to stabilization of content of class +100 mm in its input ore) on 3.8%.

Conclusions. The scientific novelty of the work consists in development of adaptive system of large crushing process optimal control, in which the optimal control is formed in the course of functioning of control system by the principle of minimum of generalized work with the current estimation of the state of operated process and its future state by the predictive model that provides the control system invariance to the changes of operating modes of the equipment and the disturbing environment, and therefore, the improvement of control quality.

The practical significance of results of the work consists in development of algorithms of the current estimation and prediction of large crushing process state, its identification and synthesis of optimal control realizing control system.

Keywords: ore large crushing, control system, optimal control, identification, prediction.

INTRODUCTION

The development of technology of iron ores self-grinding is caused by reduction of capital expenditure in view of use only of one stage of crushing – large crushing process (LCP), but at the same time, the specific expenses of the electric power were significantly increased. Therefore, it is important to increase the efficiency of LCP, for example, by creation of control system (CS) of it.

The crushing processes from the positions of control are difficult controlled objects (CO) characterized by nonlinearity of dependences, stochasticity of disturbances, nonstationarity and considerable transport delays [1, 2].

It causes the need to use universal and effective control principles of them according to the accepted criteria of quality. It is performed by means of optimal control, regarding which the one of the universal and effective in the practical application to complex nonlinear CO is the principle of minimum of the generalized work, which is implemented, for example, using the method with predictive model and functional of the generalized work (FGW) [3, 4]. Besides, CO nonstationarity assumes using in CS of algorithms of model adaptation and control laws to the real operating conditions of CO.

The object of researches – the methods of control of technological cycles of ores crushing. The subject of researches – the methods of creation of optimal control

systems of ores LCP. The purpose of the study is the improvement of control quality of ores LCP in conditions of uncertainty of information about its state by synthesis of optimal control based on identification of the process predictive model during CS functioning.

1 PROBLEM STATEMENT

Let the predicting CO model has the following form:

$$\hat{x}[k+n] = F\{x[k], u[k], w[k], \xi[k], a[k], k\}, \quad (1)$$

where estimation of its state $\hat{z}[k] \in \{x[k], u[k], w[k]\}$ is formed by means of the corresponding filters of observation, and the forecast of output coordinates serves for compensation of pure time delay and time for synthesis and realization of control.

The problem of synthesis of optimal control consists in finding of the operating influences u_{opt} , minimizing the control functional:

$$\min_{u \in L_{cont}} J_{cont} \rightarrow u_{opt}, \quad (2)$$

when observing the limitations for control L_{cont} .

At the same time, the formation of vector $I = \{F, a\}$ of estimation of structure F (structural identification) and parameters a (parametrical identification) of the CO model

(1) is carried out based on vectors of signals of observation $\bar{z}[k]$ by minimization of identification criterion:

$$\min_{I \in L_{ident}} J_{ident} \rightarrow I_{opt} = \{F_{opt}, a_{opt}\}, \quad (3)$$

when observing the limitations L_{ident} .

2 REVIEW OF THE LITERATURE

One of the leading concepts of the modern control theory consists in achievement of the main ultimate goal at each stage of system functioning. It supposes use of CO models and it is provided by its optimization in real time [3]:

- optimal estimation (filtration) of dynamic processes in CO;
- CO identification (estimation of structure and parameters of a model);
- synthesis of optimal control at each stage of system functioning;
- adaptation (adjustment of optimal control with incomplete information).

The application of method of analytical design of optimal controllers (ADOC) of Letov-Kalman for nonlinear CO leads a problem of synthesis to search of solution of the nonlinear differential equation that causes essential difficulties.

The development of the ADOC theory is the principle of minimum of the generalized work developed by the academician A.A. Krasovsky, according to whom the optimization of control is carried out by FGW. At the same time, the main functional equation is linear and has essentially simpler decisions [3–5].

The CS, realizing this method, use the adaptive optimal algorithms based on automatic identification of CO by means of the adaptive predictive model that allows to compensate nonstationarity of CO [6].

The synthesized model, which correctly transfers the dynamics of one mode of CO functioning, may be inadequate to the description of other mode. Therefore, it is needed the realization of adaptive structural-parametrical identification of CO in the course of CS functioning.

The process of structural-parametrical identification includes operations of structure determination, assessment, and optimization of parameters of the CO model [5, 7]. The first two operations are solved by generation (by means of basis functions) of applicant models of different complexity and adjustment of their parameters with the subsequent selection of the best of them by the chosen criteria (result – optimal structure). Operation of determination of optimal parameters is solved by methods of parametrical optimization by specification of the values of parameters received earlier on criteria of regularity on all selection of basic data (result – optimal model).

At that, the urgent problems are the choice of basis functions, in terms of which it is carried out the identification, the choice of way of generation and selection of structures of different complexity (the method of structural optimization), as well as the choice of method of parametrical optimization and effective criteria of selection and optimization.

Traditionally the polynomials of Legendre, Kolmogorov-Gabor, etc. are used for approximation of basis functions [8, 9]. The coefficients of these polynomials form the unknown parameters, the values of which are chosen to answer to observed temporary realization in the best way. The more productive is the use of neural networks (NN) and hybrid NN with fuzzy logic, which are universal and effective approximators [9, 10].

3 MATERIALS AND METHODS

Ore LCP is realized in conical crushers (fig. 1). Ore from the open pit is delivered by dump trucks or self-dumping cars (dumpcars). The crushed ore enters the conveyors 2, which supply the ore to bunkers of technological sections of self-crushing, via the bunker 1 under the crusher with the help of apron feeders.

The CS switches on the device 3 of the width control of the crusher opening, the converter 4 of the consumed active power of the crusher driving engine, the device 5 of control of the input ore fineness and rigidity, conveyor scales 6, granulometer 7, and actuating mechanism 8 of width regulation of the crusher opening 9. The devices are connected with the controlling system of dataway 10.

The output variables for LCP are: granulometric composition (GC) of the crushed product γ_{out} , the process productivity Q_{cr} and power consumption P_{cr} ; the control action is the size of the crusher opening G , and GC of the input ore γ_{in} and its rigidity S are referred to disturbances. Then, according to (1):

$$x \in \{\gamma_{out}, Q_{cr}, P_{cr}\}; u = \{G\} \text{ and } w \in \{\gamma_{in}, S\}. \quad (4)$$

At the ore mining and processing enterprises on magnetite quartzite processing, it is rational to carry out the control of LCP by qualitative index, for example, by minimization of difference between the current and given GC of the crushing product:

$$J_{LC} = \|\gamma_{out} - \gamma_{out}^{task}\| \rightarrow \min, \quad (5)$$

when $P_{cr} \leq P_{crmax}$ and $Q_{cr} \geq Q_{crmin}$. Here γ_{out}^{task} corresponds to the maximum productivity by the input ore of the self-crushing process, the following one in the technological line.

According to algorithm of work, the controlling system performs the estimation of the LCP current state to the time of beginning of the current interval of control and identification of its predictive model. By estimation of state and prediction of LCP it is determined the optimal control G_{opt} for the following interval, which is worked by hydraulic system 8.

According to (1) and (4), the predictive model of LCP becomes:

$$\hat{\gamma}_{out}[k+n] = F_{\hat{\gamma}}\{\gamma_{out}[k], G[k], \gamma_{in}[k], S[k], \xi[k], a_{\hat{\gamma}}[k], k\}, \quad (6)$$

where $F_{\hat{\gamma}} \subset F$ and $a_{\hat{\gamma}} \subset a$.

The formation of vector is the result of estimation of LCP state:

$$\hat{z} = \{G, \gamma_{in}, S, \gamma_{out}, Q_{cr}, P_{cr}\}. \quad (7)$$

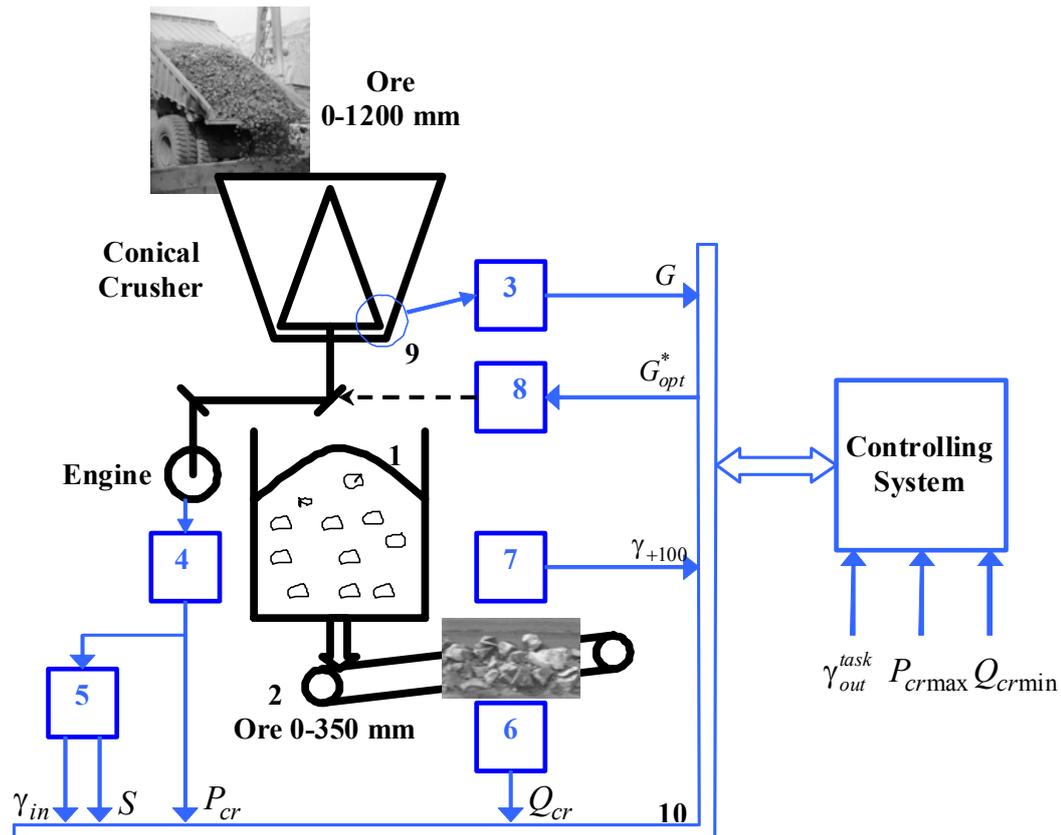


Figure 1 – Scheme of CS of LCP

For simplification of the task solution of optimal control synthesis we will switch from generalized model (6) to the CO model with linearly entering control by transition from controlling coordinate to its speed (its change for the current control interval) $G^*[k] = G[k] - G[k-1]$:

$$\bar{\gamma}[k+n] = \bar{A} + \bar{B} \cdot G^*[k], \quad (8)$$

where $\bar{\gamma}[k+n] = \{\bar{\gamma}_{out}[k+n], G[k]\}^T$; $\bar{A} = \{F_{\bar{\gamma}}, G[k-1]\}^T$; $\bar{B} = \{0, 1\}^T$.

Then taking into account (2), FGW with quadratic functions of control expenses [3] becomes:

$$J_{contr} = E\{V(\bar{\gamma}[k_{j+1}]) + \sum_{k=k_j+n}^{k_{j+1}-1} Q_z(\bar{\gamma}[k], \gamma_{out}^{task}[k]) + 2 \cdot K^{-1} \cdot \left\{ \sum_{k=k_j}^{k_{j+1}-n-1} (G^*[k])^2 + \sum_{k=k_j}^{k_{j+1}-n-1} (G_{opt}^*[k])^2 \right\}\}, \quad (9)$$

where according to (5): $Q_z = \|\bar{\gamma}_{out}[k+n] - \gamma_{out}^{task}[k+n]\|$.

The task consists in finding of value G_{opt}^* , which minimizes functional (9) with limitations $P_{cr} \leq P_{crmax}$, $Q_{cr} \geq Q_{crmin}$ and $G_{min} \leq G \leq G_{max}$.

Bellman discrete equation, taking into consideration the expressions (6), (8)–(9), has the following form:

$$V_i(\bar{\gamma}[i+n]) = E\{Q_z(\bar{\gamma}[k], \gamma_{out}^{task}[k]) +$$

$$+ V_{i+1}\{\bar{A} + \bar{B} \cdot G_{opt}^*[i]\} - \frac{\partial V_{i+1}}{\partial \bar{\gamma}[i+1]} \cdot \bar{B} \cdot G_{opt}^*[i]\};$$

$$i = k_{j+1} - n - 1, k_{j+1} - n - 2, \dots, k_j.$$

With limiting condition $V_{k_{j+1}}(\bar{\gamma}[k_{j+1}]) = V_z(\bar{\gamma}[k_{j+1}])$, its solution is determined according to equality

$$\frac{\partial}{\partial G_{opt}^*} (G_{opt}^*[i])^2 = -\frac{\partial V_{i+1}}{\partial \bar{\gamma}[i+1]} \cdot \bar{B} \text{ and optimal control is}$$

equal to:

$$G_{opt}^*[i] = -K \cdot \frac{\partial V_{i+1}}{\partial G[i+1]}. \quad (10)$$

The algorithm of synthesis of the adaptive optimal control includes:

- 1) estimation of the LCP current state at the moments of beginning of the regular control interval k_j according to (7);
- 2) identification of structure $F_{\bar{\gamma}}$ and parameters $a_{\bar{\gamma}}$ of the model (6) by the time of k_j ;
- 3) prediction of LCP free movement in the model (6) (in

the expanded form (8) with $G^*[k]=0$) at the current interval $[k_j + n, k_{j+1} - 1]$ of control optimization;

4) calculation of gradient of objective function $V_{i+1}(\bar{\gamma}[i+n+1])$ and formation of signal of optimal control according to (10).

The LCP identification consists of the stages of estimation of state and characteristics, as well as structural-parametrical identification [7].

The estimation of state and characteristics of CO includes the following procedures:

a) determination of CO functioning mode by Kolmogorov correlation entropy;

b) estimation of CO temporary characteristics (correlation interval of predictability (depth of prediction), equivalent time of delay, period of discretization, correlation dimension of attractor (dimension of phase space – memory depth));

c) formation of estimation of vector of CO condition \bar{z} according to expression (7).

Structural-parametrical identification of CO includes:

a) choice of criteria of structural and parametrical identification, basis functions and methods of optimization;

b) structural identification (generation of structures of applicant models and selection of the best of them by criterion of structural optimization);

c) parametrical identification (determination of parameters of model of optimal structure through its training by criterion of regularity).

It is possible to determine the Kolmogorov correlation entropy, which characterizes the estimation of depth of exact prediction of the generating system state and in what mode it is, as well as correlation dimension of attractor (system order) [11, 12] by the temporal realizations of the generating process.

When using NN and hybrid NN with fuzzy logic as the basis functions, their parameters are the neurons scales, and coefficients of their functions of activation and membership (for hybrid networks). Their structural characteristics are the type of structure, type of functions of activation and membership, size and quantity of layers, training functions, etc. [7].

The different approaches may be used for determination of CO model structure. At that, the nonlinear dynamic system (CO model) may be presented by composition of linear dynamic and nonlinear static links, for example, in the form of the Wiener-Hammerstein model [9].

Generally, the criterion of identification (3) is polymodal that demands the use of global optimization methods, among which the most effective are searching methods [13, 14]. There the search algorithm of decision connects the decisions following one after another so that to receive the new best decision.

In algorithms of direct casual search (DCS) the directions are given and the values of criterion J_{ident} are determined in search points. The development of searching methods is evolutionary algorithms, among which it is most commonly used the genetic algorithms (GA), modeling the development of biological population at genomes level.

For identification it is effective the external criteria, adequate to problem of model creation with minimal dispersion of prediction error, which are divided into criteria of regularity and criteria of unbiasedness [8].

The criterion of regularity (error) is based on division of data into learning C and training D sampling. The model optimization is carried out on learning sampling, and check of its efficiency (error value) on training one. All sampling $N = C + D$.

The criteria of biasing minimum (unbiasedness) are more resistant to disturbances. For example, based on the analysis of decisions the criterion of unbiasedness has the following form:

$$J_{sm} = \frac{\|\hat{\gamma}_{+100C}[k+n] - \hat{\gamma}_{+100D}[k+n]\|}{\|\gamma_{+100}[k+n]\|}. \quad (11)$$

4 EXPERIMENTS

When developing the LCP predictive model, as GC of the crushed ore γ_{out} it was used the content of class +100 mm γ_{+100} in it. The experimental values of estimation of the LCP state (7) are determined by results of industrial experiment at the Ingulets Mining and Processing Works. The sample size is $N=60$ time steps (ore portions of dump trucks).

At identification, DCS and GA were applied as global methods of optimization for structure of models of Wiener-Hammerstein with basis functions in the form of NN: cascade, with RBF and Anfis. The criterion of unbiasedness (11) and mean-squared error of the model were used as criteria of structural and parametrical optimization.

The GA had single-point crossing, selective choice of parents and formation of new population with displacement, DCS algorithm – adaptive step of search and complete search around the current iteration. The number of iterations of DCS (in GA of generations) was 100, and size of the DCS search space (in GA population size) – 30.

The earlier received optimal model was used for estimation of efficiency of LCP CS. The ranges of values of variables were standardized in signals with the range of change [0, 1].

The time of admissible downtime of the crushing equipment was used for accounting of restriction on productivity of LCP:

$$T_{dop} = T_n \cdot (Q_{pc} - Q_{pg}) / Q_{pg}.$$

It is taken into account the expenses of time for the scheduled repairs, delays in ore supply and equipment failure in the designed productivity Q_{pc} . As long as the setting of optimal change of crushing opening width is performed at its idle running, the time of downtimes because of control realization should be $T_{pr} \leq T_{dop}$.

The values of G (Control) are structurally limited to values of $G_{min} = 160$ mm and $G_{max} = 240$ mm, $\gamma_{+100}^{task} = 49\%$ is accepted as the task (Set-point), and the mean-squared deviation (error) of the current content of class +100 mm in the crushed ore from the given value is chosen as the quality measure of optimal control.

5 RESULTS

It is determined that for LCP, generating the signal γ_{+100} , the depth of the exact prediction is 4 time steps, and memory depth – from 3 to 5 time steps.

In result of identification of model structure (fig. 2) it is established that the basis functions in the form of cascade NN optimized by means of GA are correspond to the minimum of structural criterion of unbiasedness (12). At the same time, the amount of neurons in the hidden layer is 26, the function of activation of the hidden layer is sigmoid, of the output layer is linear, the NN training algorithm is Fletcher-Reeves method.

The value of the mean-squared error of the LCP model is 0.036.

The results of LCP modeling in uncontrollable (Plant not control) and managed (Plant with control) modes are given on fig. 3.

The values of the mean-squared deviations of the current content of class +100 mm in the crushed ore from the given value are: 0.141 in the uncontrollable mode and 0.076 in controlled mode that determines the decrease of control error in 1.85 time.

6 DISCUSSION

The solution of problem of synthesis of LCP optimal control is carried out during system functioning by the principle of minimum of the generalized work on the sliding optimization interval with attraction of information about controlled process state to the new interval of optimization and its future state by the predictive model that allows to simplify the solution of problem of synthesis for nonlinear LCP and to compensate disturbances.

The basis functions in the form of cascade NN correspond to the minimum of test of location for LCP. The models in the form of NN with RBF demand much less calculations, but their value of criterion of unbiasedness is

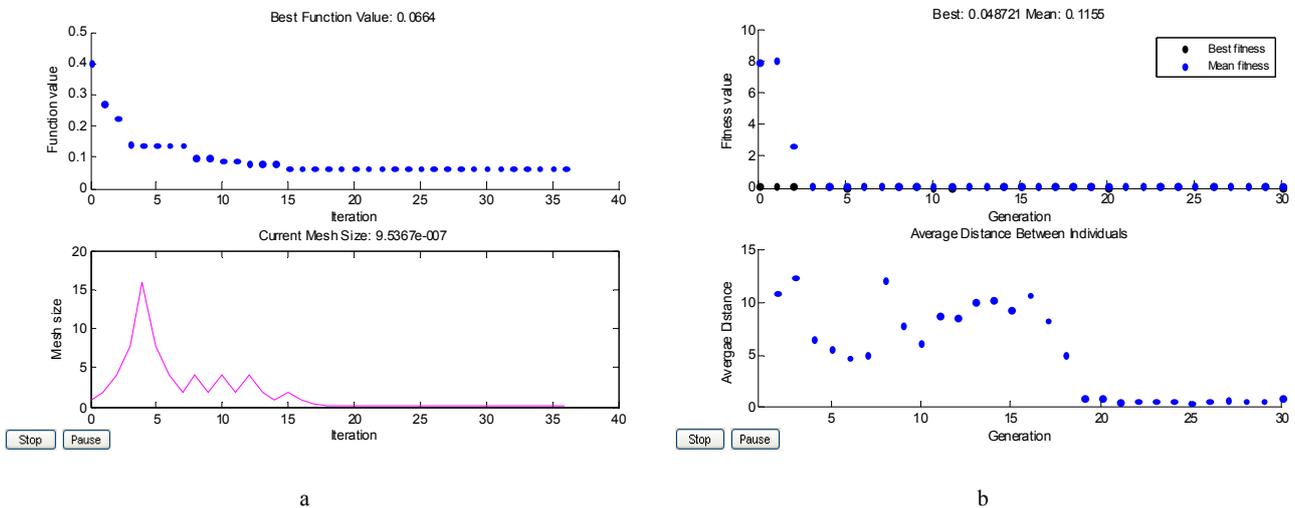


Figure 2 – The results of global optimization of the LCP model structure, using DCS (a) and GA (b)

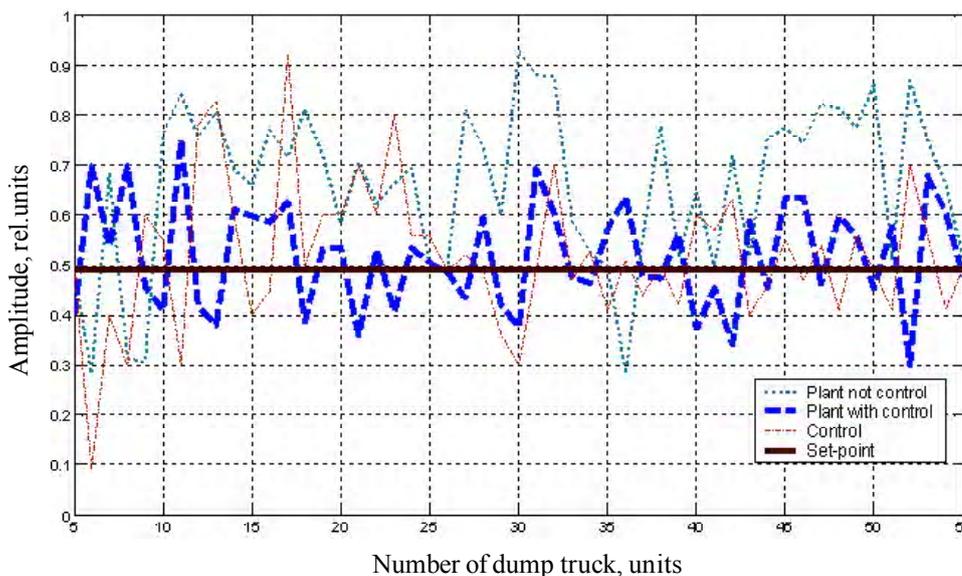


Figure 3 – The results of LCP optimal control

significantly higher that is possible to explain by poor predictive ability of these NN. The models in the form of NN with fuzzy logic Anfis have sufficient accuracy, but they have low speed at vector lengths of inputs more than 5 (the total quantity of inputs of the LCP model is 10).

In result of modeling (fig. 2), it is established that GA has the higher speed of convergence (GA comes to the area of optimal solutions at the first generations, and DCS – after 15 iterations). The algorithm of DCS revealed the higher speed (4,2 s per iteration with 10,6 s at generation in GA). The convergence of algorithm of GA is higher than DCS (the values of criterion (11) is 0,048 and 0,066 respectively).

The realization of the offered algorithms does not bring the temporary restrictions to their use in LCP control system.

It is determined that for LCP the offered optimal control with prediction provides the decrease of the control error in ~ 2 times and increase of productivity of the process of ore self-grinding, the next one in the technological line, (due to stabilization of content of class +100 mm in its input ore) on 3.8%.

The statistical check by nonparametric criterion of signs confirmed the adequacy of the developed LCP model and the importance of the received results.

CONCLUSIONS

The scientific novelty of the work consists in development of adaptive system of LCP optimal control, in which the optimal control is formed in the course of functioning of CS by the principle of minimum of generalized work with the current estimation of the state of operated process and its future state by the predictive model that provides the CS invariance to the changes of operating modes of the equipment and the disturbing environment, and therefore, the improvement of control quality.

The LCP identification is carried out by definition of the operating mode and dimension of its state, based on which it is performed the model structure and parameters with the help of composition of methods of global and local optimization that allows to increase the model accuracy.

The practical importance of results of the work consists in development of algorithms of the current estimation and prediction of LCP state, its identification and synthesis of optimal control realizing CS. The performed experiments and modeling allowed to estimate the efficiency of the offered solutions.

The further researches should be aimed at design and realization of LCP CS at mining and processing works on iron ores processing.

ACKNOWLEDGEMENTS

The work is performed within the state budgetary research and development project GP-458 “Intelligent control

Корнієнко В. І.¹, Мацюк С. М.², Удовик І. М.³

¹Д-р техн. наук, доцент, завідувач кафедри безпеки інформації та телекомунікацій Національного гірничого університету, Дніпро, Україна

²Аспірант кафедри безпеки інформації та телекомунікацій Національного гірничого університету, Дніпро, Україна

³Канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Національного гірничого університету, Дніпро, Україна

АДАПТИВНА СИСТЕМА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ КРУПНОГО ДРОБЛЕННЯ РУДИ

Актуальність. Вирішено завдання підвищення ефективності енергоємного процесу крупного дроблення руди шляхом створення системи оптимального керування ним.

Мета роботи – підвищення якості керування процесом крупного дроблення руди в умовах невизначеності інформації про його стан шляхом синтезу оптимального керування на основі ідентифікації прогнозуючої моделі процесу в ході функціонування системи керування.

Метод. Розроблена адаптивна система оптимального керування процесом крупного дроблення, що реалізує процедури: оцінки стану керуваного процесу, його структурно-параметричної ідентифікації, прогнозування ходу процесу, а також синтезу оптимального

technologies of the mining processes in problems of energy saving and energy efficiency” (No. of the state registration 0113U000402) of the State Higher-Education Institution “National Mining University”.

REFERENCES

1. Марюта А. Н. Автоматическое управление технологическими процессами обогатительных фабрик / А. Н. Марюта, Ю. Г. Качан, В. А. Бунько. – М. : Недра, 1983. – 277 с.
2. Optimal Control of Communion Operations / [J. A. Herbst, F. A. Alba, W. T. Pate, A. E. Oblad] // International Journal of Mineral Processing. – 1988. – Vol. 22, № 1–4. – P. 275–296.
3. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. – М. : Наука, 1987. – 712 с.
4. Красовский А. А. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами / А. А. Красовский, В. Н. Буков, В. С. Шендрик. – М. : Наука, 1977. – 272 с.
5. Kornienko V. I. Methods and principles of control over the complex objects of mining and metallurgical production / V. I. Kornienko, A. Yu. Gusev, A. V. Gerasina // Energy Efficiency Improvement of Geotechnical Systems. – London : CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013. – P. 183–192.
6. Корниенко В. И. Оптимальное управление нелинейным динамическим процессом с интеллектуальным прогнозированием его состояния / В. И. Корниенко, С. М. Мацюк // Штучний інтелект. – 2015. – № 4. – С. 137–145.
7. Method and algorithms of nonlinear dynamic processes identification / [V. I. Kornienko, S. M. Matsyuk, I. M. Udovik, A. M. Alekseyev] // Науковий вісник Національного гірничого університету. – 2016. – № 1. – С. 98–103.
8. Ивахненко А. Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами / А. Г. Ивахненко. – К. : Техніка, 1975. – 312 с.
9. Nelles O. Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural and Fuzzy Models / O. Nelles. – Berlin : Springer, 2001. – 785 p.
10. Круглов В. В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Голунов. – М. : Физматлит, 2001. – 224 с.
11. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение / Г. Шустер. – М. : Мир, 1988. – 256 с.
12. Кузнецов С. П. Динамический хаос / С. П. Кузнецов. – М. : Физматлит, 2002. – 296 с.
13. Holland J. H. Adaptation in natural and artificial systems. An introductory analysis with application to biology, control and artificial intelligence / J. H. Holland. – London : Bradford book edition, 1994. – 211 p.
14. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности / [Г. К. Вороновский, К. В. Махотило, С. Н. Петрашев, С. Н. Сергеев]. – Харьков : Основа, 1997. – 112 с.

Article was submitted 11.07.2017.

After revision 20.08.2017.

керування. Рішення задачі синтезу оптимального керування здійснюється в ході функціонування системи за принципом мінімуму узагальненої роботи на ковзному інтервалі оптимізації із залученням інформації про стан керованого процесу до нового інтервалу оптимізації і його майбутнього стану за прогнозуючою моделлю, що дозволяє спростити рішення задачі синтезу для нелінійного процесу крупного дроблення руд і компенсувати збурення. Ідентифікація процесу крупного дроблення руди здійснюється шляхом визначення режиму роботи і розмірності його стану, на основі чого за допомогою композиції методів глобальної і локальної оптимізації визначається структура і параметри прогнозуючої моделі, що дозволяє підвищити її точність.

Результати. Визначено, що запропоноване оптимальне керування з прогнозуванням забезпечує зниження в ~ 2 рази помилки керування і підвищення продуктивності наступного в технологічній лінії процесу самоздрібнювання руди (за рахунок стабілізації вмісту класу +100 мм в його вхідній руді) на 3.8%.

Висновки. Наукова новизна роботи полягає в розробці системи керування процесом крупного дроблення руди, в якій оптимальне керування формується в процесі функціонування системи за принципом мінімуму узагальненої роботи з поточним оцінюванням стану керованого процесу і оцінюванням його майбутнього стану за прогнозуючою моделлю, що забезпечує інваріантність системи керування до змін режимів роботи устаткування та збурюючого середовища, й, таким чином, підвищення якості керування.

Практична значущість результатів роботи полягає в розробці алгоритмів поточного оцінювання і прогнозування стану процесу, його ідентифікації і синтезу оптимального керування, які дозволяють реалізувати систему керування ним.

Ключові слова: крупне дроблення руди, система керування, оптимальне керування, ідентифікація, прогнозування.

Корниенко В. И.¹, Мацюк С. М.², Удовик И. М.³

¹Д-р техн. наук, доцент, заведуючий кафедри безпеки інформації та телекомунікацій Національного горного університету, Дніпро, Україна

²Аспірант кафедри безпеки інформації та телекомунікацій Національного горного університету, Дніпро, Україна

³Канд. техн. наук, доцент, заведуючий кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Національного горного університету, Дніпро, Україна

АДАПТИВНА СИСТЕМА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ КРУПНОГО ДРОБЛЕННЯ РУДИ

Актуальність. Решена задача підвищення ефективності енергоємного процесу крупного дроблення руди путем створення системи оптимального управління ним.

Цель работы – повышение качества управления процессом крупного дробления руды в условиях неопределенности информации о его состоянии путем синтеза оптимального управления на основе идентификации прогнозирующей модели процесса в ходе функционирования системы управления.

Метод. Разработана адаптивная система оптимального управления процессом крупного дробления, реализующая процедуры: оценки состояния управляемого процесса, его структурно-параметрической идентификации, прогнозирования хода процесса, а также синтеза оптимального управления. Решение задачи синтеза оптимального управления осуществляется в ходе функционирования системы по принципу минимума обобщенной работы на скользящем интервале оптимизации с привлечением информации о состоянии управляемого процесса к новому интервалу оптимизации и его будущего состояния по прогнозирующей модели, что позволяет упростить решение задачи синтеза для нелинейного процесса крупного дробления руд и компенсировать возмущения. Идентификация процесса крупного дробления руды осуществляется путем определения режима работы и размерности его состояния, на основе чего с помощью композиции методов глобальной и локальной оптимизации определяется структура и параметры прогнозирующей модели, что позволяет повысить ее точность.

Результаты. Определено, что предлагаемое оптимальное управление с прогнозированием обеспечивает снижение в ~ 2 раза ошибки управления и повышение производительности следующего в технологической линии процесса самоизмельчения руды (за счет стабилизации содержания класса +100 мм в его входной руде) на 3.8%.

Выводы. Научная новизна работы состоит в разработке системы управления процессом крупного дробления руды, в которой оптимальное управление формируется в процессе функционирования системы по принципу минимума обобщенной работы с текущим оцениванием состояния управляемого процесса и оцениванием его будущего состояния по прогнозирующей модели, что обеспечивает инвариантность системы управления к изменениям режимов работы оборудования и возмущающей среды, и, таким образом, повышение качества управления.

Практическая значимость результатов работы заключается в разработке алгоритмов текущего оценивания и прогнозирования состояния процесса, его идентификации и синтеза оптимального управления, позволяющих реализовать систему управления ним.

Ключевые слова: крупное дробление руды, система управления, оптимальное управление, идентификация, прогнозирование.

REFERENCES

1. Maryuta A. N., Kachan Yu. G., Bunko BV. A. Avtomaticheskoe upravlenie technologicheskimi protsessami obogatitelnykh fabrik. Moscow, Nedra, 1983, 277 p.
2. Herbst J. A., Alba F. A., Pate W. T., Oblad A. E. Optimal Control of Communion Operations, *International Journal of Mineral Processing*, 1988, Vol. 22, No. 1–4, pp. 275–296.
3. Krasovskogo A. A. pod red. Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya. Moscow, Nauka, 1987, 712 p.
4. Krasovskiy A. A., Bukov V. N., Shendrik V. S. Universalnye algoritmy optimalnogo upravleniya nepreryvnymi protsessami. Moscow, Nauka, 1977, 272 p.
5. Kornienko V. I., Gusev A. Yu., Gerasina A. V., Kornienko V. I. Methods and principles of control over the complex objects of mining and metallurgical production, *Energy Efficiency Improvement of Geotechnical Systems*. London, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013, pp. 183–192.
6. Kornienko V. I., Matsyuk S. M. Optimalnoe upravlenie nelinejnym dinamichekim protsessom s intellektualnym prognozirovaniem ego sostoyaniya, *Shuchnyi intelekt*, 2015, No. 4, pp. 137–145.
7. Kornienko V. I., Matsyuk S. M., Udovik I. M., Alekseyev A. M. Method and algorithms of nonlinear dynamic processes identification, *Naukovyi visnyk Natsionalnogo girnychogo universyteta*, 2016, No. 1, pp. 98–103.
8. Ivachnenko A. G. Dolgosrochnoe prognozirovanie i upravlenie clozhnymi sistemami. Kyiv, Technika, 1975, 312 p.
9. Nelles O. Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural and Fuzzy Models. Berli. Springer, 2001, 785 p.
10. Kruglov V. V., Вдш М. І., Golunov K. Yu. Nrchetskaya logika I isskustvennye nejronnye seti. Moscow, Fizmatlit, 2001, 224 p.
11. Shuster G. Determinirovanniy khaos. Vvedenie. Moscow, Mir, 1988, 256 p.
12. Kuznetsov S. P. Dinamicheskij khaos. Moscow, Fizmatlit, 2002, 296 p.
13. Holland J. H. Adaptation in natural and artificial systems. An introductory analysis with application to biology, control and artificial intelligence. London, Bradford book edition, 1994, 211 p.
14. Voronovskiy G. K., Makhotilo K. V., Petrashev S. N., Sergeev S. N. Geneticheskie algoritmy, isskustvennye nejronnye seti i problemy virtualnoy realnosti. Kharkov, Osnova, 1997, 112 p.

¹Д-р физ.-мат. наук, профессор Бакинського Государственного Университета и зав. отделом Института Систем Управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан

²Д-р философии по математике, ст. преподаватель Национальной Академии Авиации Азербайджана, Баку, Азербайджан

ПОНЯТИЕ ГАРАНТИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ ПО ФУНКЦИОНАЛУ ДЛЯ МНОГОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ О РАНЦЕ И МЕТОДЫ ЕГО ПОСТРОЕНИЯ

Актуальность. Рассмотрена задача построения гарантированного субоптимального (приближенного) решения по функционалу в одномерной и многомерной задачах о ранце. Объектом исследования являлась модель с приращением коэффициентов целевой функции.

Цель работы. Разработка методов построения гарантированного субоптимального решения по функционалу в одномерной и многомерной задачах о ранце, т. е. найти такие минимальные изменения коэффициентов функционала в заданных интервалах, чтобы найденное решение гарантировало значения функционала не меньше, чем заранее фиксированного.

Метод. Введены понятия допустимого, гарантированного и гарантированного субоптимального решений по функционалу в многомерной задаче о ранце. В заданных интервалах необходимо найти такие минимальные изменения коэффициентов функционала, чтобы найденное решение гарантировало значение функционала не меньше, чем заранее фиксированного. Такое решение называем гарантированным решением по функционалу для одномерной и многомерной задачи о ранце. Разработаны методы их построения. Составлен программный комплекс для нахождения этих решений и проведены многочисленные вычислительные эксперименты над случайными задачами большой размерности.

Результаты. Разработан алгоритм для построения гарантированного субоптимального решения по функционалу в одномерной и многомерной задачах о ранце.

Выводы. Составлен программный комплекс для нахождения гарантированного субоптимального решения по функционалу и проведены многочисленные вычислительные эксперименты над случайными задачами большой размерности.

Ключевые слова: одномерная и многомерная задачи о ранце, гарантированное решение и гарантированное субоптимальное решение по функционалу, многокритериальная нелинейная задача Булевого программирования, принцип дихотомии, вычислительные эксперименты.

НОМЕНКЛАТУРА

$c_j, a_{ij}, a_j, b_i, \beta_j (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}), b$ – заданные целые неотрицательные числа;

$\alpha_{ij}, (j = \overline{1, n})$ – заданные неположительные целые числа;

$x_j, (j = \overline{1, n})$ j -ый неизвестный;

X – n -мерный вектор;

$X^k (k = 0, 1, 2, \dots)$ – текущее субоптимальное (приближенное) решение в k -м шаге;

X^Z – гарантированное субоптимальное решение по функционалу;

X^* – оптимальное решение;

X^S – субоптимальное (приближенное) решение;

f^* – оптимальное значение целевой функции;

f^S – субоптимальное (приближенное) значения целевой функции;

Δ^* – приращение оптимального значения f^* ;

Δ^S – приращение субоптимального (приближенного) значения f^S ;

p – фиксированный процент;

$\delta_j, (j = \overline{1, n})$ – приращение коэффициентов C_j ;

j^* – фиксированный номер;

$f^k (k = 0, 1, 2, \dots)$ – субоптимальное (приближенное)

значение функционала в k -м шаге;

\overline{X}^Z – текущие субоптимальные решения по функционалу;

\overline{f}^Z – текущие субоптимальные (приближенные) значения целевой функции;

C_{cp} – среднее изменение коэффициентов целевой функции;

$\Delta(f)$ – погрешность функционала.

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим следующую задачу Булевого программирования:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, (i = \overline{1, m}), \quad (2)$$

$$x_j = 0 \vee 1, (j = \overline{1, n}). \quad (3)$$

С целью выяснения практического значения ниже рассмотренной модели, дадим некоторые экономические интерпретации для задачи (1)–(3).

Допустим, что для реализации необходимо выбрать или игнорировать из каждых заданных проектов (мероприятия и т. д.). Если выбирается для реализации некоторый j -ый ($j = \overline{1, n}$) проект, то получается прибыль в объе-

ме $c_j, (j = \overline{1, n})$ единиц. Пусть для реализации этих проектов выделены m видов ресурсов в объеме – $b_i, (i = \overline{1, m})$ единиц. А для реализации j -ого ($j = \overline{1, n}$) объекта необходимо использовать $a_{ij}, (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$ единиц из выделенных ресурсов $b_i, (i = \overline{1, m})$ соответственно. Естественно, что необходимо реализовать такие проекты, в которых использование общих ресурсов не превышало бы выделенных ресурсов $b_i, (i = \overline{1, m})$, и одновременно полученная прибыль стала максимальной. Принимая неизвестные $x_j, (j = \overline{1, n})$, где

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{если } j\text{-ый проект выбирается для реализации,} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

экономико-математическая модель получается в виде (1)–(3). Целью данной работы является разработка методов построения гарантированного субоптимального решения по функционалу в одномерной и многомерной задачах о ранце. Другими словами, необходимо найти такие минимальные изменения коэффициентов функционала в заданных интервалах, чтобы найденное решение гарантировало значения функционала не меньше, чем заранее фиксированного.

Отметим что, это задача особенно актуальна в современной экономике, при учете финансовых проблем. Потому, что за счет изменения рыночных цен $c_j, (j = \overline{1, n})$ не изменяются затраты $a_{ij}, (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$ из выделенных ресурсов $b_i, (i = \overline{1, m})$.

1 ЛИТЕРАТУРНОЙ ОБЗОР

Общеизвестная задача (1)–(3), называется многомерной задачей о ранце и разработаны ряд методов [1–13, и т. д.] для построения оптимального и субоптимального (приближенного) решений этой задачи.

Допустим, что, каким-то известным методом найдено оптимальное или субоптимальное (приближенное) решение задачи (1)–(3) и определены соответствующие значения функционала (1). Предположим, заказчику интересно получить такое решение, которое гарантирует значения функции (1) не меньше, чем найденное. Очевидно, что для достижения этой цели возможно два варианта:

1) Не изменяя коэффициенты c_j и $a_{ij}, (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$, минимально увеличить (изменить) выделенные ресурсы $b_i, (i = \overline{1, m})$. Такие типы задач математически моделированы и решены в работах [14, 15].

2) Не изменяя коэффициенты a_{ij} и $b_i, (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$, минимально изменить цены $c_j, (j = \overline{1, n})$ в заданных интервалах $[\alpha_j, \beta_j], (j = \overline{1, n})$. Эта задача в случае $m=1$ была решена в работе [16].

В данной работе рассмотрен второй вариант и разработан метод построения гарантированного решения по функционалу.

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Допустим, что, оптимальное решение $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ или некоторое субоптимальное решение $X^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_n^S)$ задачи (1)–(3) найдено каким-то методом. Тогда оптимальное f^* или субоптимальное значение f^S функции (1) можно вычислить:

$$f^* = \sum_{j=1}^n c_j x_j^*; \quad f^S = \sum_{j=1}^n c_j x_j^S.$$

Предположим, что необходимо найти такое решение $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ или $X^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_n^S)$ задачи (1)–(3) для которого максимальное или субоптимальное значение функции (1) стало не меньше, чем $f^* + \Delta^*$ или $f^S + \Delta^S$ соответственно. В частном случае, можно

принять $\Delta^* = \left[f^* \cdot \frac{p}{100} \right]$ или $\Delta^S = \left[f^S \cdot \frac{p}{100} \right]$. Здесь p

является фиксированным процентом f^* или f^S , а $[z]$ – означает целую часть числа z . Этого можно добиться минимальным изменением коэффициентов $c_j, (j = \overline{1, n})$, в заданных интервалах $[\alpha_j, \beta_j], (j = \overline{1, n})$ не изменяя заданные коэффициенты b_i и $a_{ij}, (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$. Таким образом получается следующая модель:

$$\sum_{j=1}^n (c_j + \delta_j) x_j \rightarrow \max, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, (i = \overline{1, m}), \quad (5)$$

$$\alpha_j \leq \delta_j \leq \beta_j, (j = \overline{1, n}), \quad (6)$$

$$x_j = 0 \vee 1, (j = \overline{1, n}). \quad (7)$$

Отметим, что решением задачи (4)–(7) является такое минимальное значение $\delta_j, (j = \overline{1, n})$ и вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, для которого выполняется ограничения (5)–(7) и одновременно функция (4) принимает максимальное значение. При этом, если для некоторой

j^* , $\delta_j^* < 0$, то соответствующий C_j^* уменьшается на δ_j^* единиц. Наоборот, если $\delta_j^* > 0$, то соответствующий C_j^* увеличивается на δ_j^* единиц. В случае $\delta_j^* = 0$ коэффициент C_j^* не меняется. Таким образом, получаем следующую математическую модель:

$$\delta_j \rightarrow \min, (j = \overline{1, n}) \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n (c_j + \delta_j) x_j \geq f^* + \Delta^*, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, (i = \overline{1, m}), \quad (10)$$

$$\alpha_j \leq \delta_j \leq \beta_j, (j = \overline{1, n}), \text{ и целые,} \quad (11)$$

$$x_j = 0 \vee 1, (j = \overline{1, n}). \quad (12)$$

Необходимо отметить, что задача (8)–(12) является нелинейной (смотри (9)) многокритериальной задачей Булевого программирования. Естественно, что это задача также входит в класс NP-полных (т. е. трудно решаемых).

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Сначала введем следующие понятия.

Определение 1. Допустимым решением задачи (8)–(12) является n -мерный вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, который удовлетворяет ограничениям (9)–(12) при фиксированных $\delta_j, (j = \overline{1, n})$

Определение 2. Допустимое решение $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ задачи (8)–(12) дающее минимальное значение параметров $\delta_j, (j = \overline{1, n})$ назовем гарантированным решением по функционалу.

Учитывая, что задача (8)–(12) входит в класс NP-полных, то нахождение оптимального решения для задач большой размерности за реальное время невозможно. Поэтому появляется необходимость построения, гарантированного субоптимального (приближенного) решений задач (8)–(12). С этой целью введем следующие понятия.

Определение 3. Допустимое решение $X^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_n^S)$ задачи (8)–(12) дающее меньшее значение параметров $\delta_j, (j = \overline{1, n})$ будем называть гарантированным субоптимальным решением по функционалу.

Пусть, каким-то методом найдено субоптимальное решение $X^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_n^S)$ задачи (1)–(3). Тогда соответствующие значения f^S функции (1) составляет

$f^S = \sum_{j=1}^n c_j x_j^S$. Таким образом, можно вычислить

$$\Delta^S = \left[f^S \cdot \frac{p}{100} \right], \text{ где } p - \text{ фиксированный процент, а обо-}$$

значение $[z]$ означает целую часть числа z .

Мы должны построить такой вектор $X^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_n^S)$, удовлетворяющий (10), (12), который позволяет найти целые значения $\delta_j, (j = \overline{1, n})$ обеспечивающие выполнение условий $\alpha_j \leq \delta_j \leq \beta_j,$

$$(j = \overline{1, n}), \text{ и } \sum_{j=1}^n (c_j + \delta_j) x_j^S \geq f^S + \Delta^S.$$

Таким образом, нужно найти гарантированное субоптимальное решение по функционалу следующей задачи

$$\delta_j \rightarrow \min, (j = \overline{1, n}) \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n (c_j + \delta_j) x_j \geq f^S + \Delta^S, \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, (i = \overline{1, m}), \quad (15)$$

$$\alpha_j \leq \delta_j \leq \beta_j, (j = \overline{1, n}), \text{ и целые,} \quad (16)$$

$$x_j = 0 \vee 1, (j = \overline{1, n}). \quad (17)$$

Процесс построения гарантированного субоптимального решения по функционалу задачи (13)–(17) проводится методом дихотомии (деления пополам). В начале принимаем $\delta_j := \alpha_j, (j = \overline{1, n})$ поскольку необходимо

минимизировать значения параметров $\delta_j, (j = \overline{1, n})$. При этом, с целью запомнить заданных значений $c_j, (j = \overline{1, n})$

примем $c_j' := c_j, (j = \overline{1, n})$. После этого принимая

$c_j := c_j' + \delta_j, (j = \overline{1, n})$ находим субоптимальное решение

$X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ в задаче (1)–(3). Тогда соответ-

ствующее значение функции (1) составит $f^0 = \sum_{j=1}^n c_j x_j^0$.

Очевидно, что, $f^0 < f^S + \Delta^S$, поскольку начальные значения параметров $\delta_j, (j = \overline{1, n})$ отрицательные. Для того, чтобы построить новую задачу типа (1)–(3), используя принцип дихотомии принимаем

$\delta_j := \frac{\alpha_j + \beta_j}{2}, (j = \overline{1, n})$ и определяем новые значения

коэффициентов функции (1): $c_j := c_j' + \delta_j, (j = \overline{1, n})$.

После этого находим субоптимальное решение

$X^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$ текущей задачи (1)–(3) и соответ-

ствующее значение $f^1 = \sum_{j=1}^n c_j x_j^1$.

Для значения f^1 возможно 2 случая:

1) $f^1 < f^S + \Delta^S$; 2) $f^1 \geq f^S + \Delta^S$.

В первом случае необходимо принимать $\alpha_j := \delta_j$ и

$\delta_j := \frac{\alpha_j + \beta_j}{2}, (j = \overline{1, n})$. Далее принимая новые значения

$c_j := c_j' + \delta_j, (j = \overline{1, n})$ находим решение

$X^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$ новой задачи (1)–(3) и соответствующее значение

$$f^2 = \sum_{j=1}^n c_j x_j^2. \quad (18)$$

А в случае $f^1 \geq f^S + \Delta^S$, запоминая $X^S := X^1$ и $\overline{\delta}_j := \delta_j, (j = \overline{1, n})$ принимаем $\beta_j := \delta_j$ и

$\delta_j := \frac{\alpha_j + \beta_j}{2}, (j = \overline{1, n})$. После этого фиксируем

$c_j := c_j' + \delta_j, (j = \overline{1, n})$. Необходимо отметить, что наша

цель является минимизация параметров $\delta_j, (j = \overline{1, n})$ в

интервале $[\alpha_j, \beta_j], (j = \overline{1, n})$.

Далее, находим субоптимальное решение

$X^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$ задачи (1)–(3) и соответствующие значения

$$f^2 = \sum_{j=1}^n c_j x_j^2. \quad (19)$$

Отметим, что найденные значения f^2 из соотношений (18) и (19) различны, поскольку они соответствуют

различным значениям $\delta_j, (j = \overline{1, n})$. Другими словами,

оба варианта отмеченные выше не могут выполняться одновременно.

Для значения f^2 , как отмечено выше возможны два

случая: либо $f^2 < f^S + \Delta^S$, либо $f^2 \geq f^S + \Delta^S$.

Процесс решения повторяется аналогично вышеуказанному, делением интервалов $[\alpha_j, \beta_j], (j = \overline{1, n})$ пополам.

Вычисления завершаются, в случае выполнения

$|\beta_j - \alpha_j| \leq 1$ для всех $j, (j = \overline{1, n})$. Другими словами,

процесс решения продолжается до такого шага k , пока

выполняется условия $|\beta_j - \alpha_j| \leq 1$ для всех $j, (j = \overline{1, n})$.

Особенно отметим, что в процессе построения гарантированного субоптимального решения вышеуказанным

образом, в каком-то шаге $l, 1 \leq l \leq k$, если $f^l \geq f^S + \Delta^S$,

то запоминается $X^S := X^l$ и $\overline{\delta}_j := \delta_j, (j = \overline{1, n})$.

В конечном итоге, коэффициенты функции (1) при-

нимают значения $c_j := c_j' + \delta_j, (j = \overline{1, n})$. Отсюда легко

определяются изменения (увеличение или уменьшение)

исходных значений коэффициентов $c_j, (j = \overline{1, n})$.

В процессе решения, последний запомненный век-

тор $X^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_n^S)$ является гарантированным су-

боптимальным решением по функционалу для задачи (1)–(3).

Отметим что, разработанный выше метод построения, гарантированного субоптимального решения по

функционалу в случае $m=1$, т. е. для задачи о ранце выполняется более просто. В этом случае задача (1)–(3)

принимает следующий вид:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max, \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b, \quad (21)$$

$$x_j = 0 \vee 1, (j = \overline{1, n}). \quad (22)$$

Тогда для задачи (20)–(22) соответствующая задача (8)–(12) будет принимать следующий вид:

$$\delta_j \rightarrow \min, (j = \overline{1, n}) \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^n (c_j + \delta_j) x_j \geq f^S + \Delta^S, \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b, \quad (25)$$

$$\alpha_j \leq \delta_j \leq \beta_j, \quad (j = \overline{1, n}), \quad \text{и целые,} \quad (26)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, n}). \quad (27)$$

Теперь напишем алгоритм для построения гарантированного субоптимального решения по функционалу для задачи (20)–(22). Другими словами, напишем алгоритм решения задачи (23)–(27).

Шаг 1. Ввод целых чисел $n, c_j, a_j, \alpha_j, \beta_j, (j = \overline{1, n}), p$ и b .

Шаг 2. Построить начальное субоптимальное решение $X^S = (x_1^S, x_2^S, \dots, x_n^S)$ задачи (20)–(22) и вычислить

$$f^S = \sum_{j=1}^n c_j x_j^S.$$

Шаг 3. Вычислить $\Delta^S = \left[f^S \cdot \frac{p}{100} \right]$, где $[z]$ означает целую часть число z .

Шаг 4. Принять $\delta_j := \alpha_j, c'_j := c_j$ и $c_j := c'_j + \delta_j, (j = \overline{1, n})$ и подставить значения $c_j, (j = \overline{1, n})$ в задаче (20)–(22).

Шаг 5. Построить субоптимальное решение $\overline{X}^Z = (\overline{x}_1^Z, \overline{x}_2^Z, \dots, \overline{x}_n^Z)$ текущей задачи (20)–(22) и соответствующее значениям функционала $\overline{f}^Z = \sum_{j=1}^n c_j \overline{x}_j^Z$.

Если $|\beta_j - \alpha_j| \leq 1$ для всех $j, (j = \overline{1, n})$ то переход к шагу 8.

Шаг 6. Если $\overline{f}^Z < f^S + \Delta^S$, то принять $\alpha_j := \delta_j,$

$$\delta_j := \frac{\alpha_j + \beta_j}{2}, c_j := c'_j + \delta_j, (j = \overline{1, n}) \quad \text{и переход к шагу 5.}$$

Шаг 7. Если $\overline{f}^Z \geq f^S + \Delta^S$ то запомнить $X^Z := \overline{X}^Z$

и принимая $\beta_j := \delta_j, \delta_j := \frac{\alpha_j + \beta_j}{2}, c_j := c'_j + \delta_j, (j = \overline{1, n})$ переход к шагу 5.

Шаг 8. Выдать на печать найденное гарантированное решение по функционалу $X^Z = (x_1^Z, x_2^Z, \dots, x_n^Z)$ соот-

ветствующее значениям функционала $f^Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j^Z$ и

приращений $f^Z - f^S, \Delta^S, f^Z - f^S - \Delta^S$.

Шаг 9. Останов.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Сначала применением разработанного метода в данной работе, найдем гарантированное субоптимальное решение по функционалу следующей задачи из книги [5].

$$15x_1 + 8x_2 + 12x_3 + 20x_4 + 17x_5 + 14x_6 + 6x_7 + 4x_8 + 5x_9 + 2x_{10} \rightarrow \max,$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18,$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, 10}).$$

Субоптимальное решение и соответствующие значения функционала этой задачи являются

$X^S = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ и $f^S = 41$. Запоминаем заданные коэффициенты функционала

$c'_j = (15, 8, 12, 20, 17, 14, 6, 4, 5, 2)$ Допустим, что значение

$f^S = 41$ необходимо увеличить на $\Delta^S = 41$ единиц.

Тогда полученная задача соответствующая (23)–(27), принимает следующий вид:

$$\delta_j \rightarrow \min, \quad (j = \overline{1, 10}). \quad (28)$$

$$(15 + \delta_1)x_1 + (8 + \delta_2)x_2 + (12 + \delta_3)x_3 + (20 + \delta_4)x_4 + (17 + \delta_5)x_5 + (14 + \delta_6)x_6 +$$

$$+ (6 + \delta_7)x_7 + (4 + \delta_8)x_8 + (5 + \delta_9)x_9 + (2 + \delta_{10})x_{10} \geq f^S + \Delta^S = 50, \quad (29)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18, \quad (30)$$

$$\delta_1 \in [-3, 5], \delta_2 \in [-2, 6], \delta_3 \in [-1, 5], \delta_4 \in [-4, 0], \delta_5 \in [-3, 1],$$

$$\delta_6 \in [-2, 9], \delta_7 \in [-3, 7], \delta_8 \in [-1, 0], \delta_9 \in [0, 5], \delta_{10} \in [0, 3] \quad (31)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, 10}). \quad (32)$$

В начальном этапе принимаем $\delta'_j = \alpha_j, (j = \overline{1, 10})$ т.е. принимаем $\delta'_j = (-3, -2, -1, -4, -3, -2, -3, -1, 0, 0)$. Тогда

подставляя эти величины вместо δ_j в задаче (28)–(32) получаем следующую текущую задачу:

$$12x_1 + 6x_2 + 11x_3 + 16x_4 + 14x_5 + 12x_6 + 3x_7 + 3x_8 + 5x_9 + 2x_{10} \rightarrow \max, \quad (33)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18, \quad (34)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, 10}). \quad (35)$$

Субоптимальное решение и соответствующие значения задачи (33)–(35) будут

$X^0 = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$ и

$f^0 = 34$. Поскольку $f^0 = 34 < 50$, то принимаем

$$\alpha_j = \delta'_j, \quad \delta'_j = \frac{\alpha_j + \beta_j}{2}, \quad (j = \overline{1, 10}). \quad \text{Тогда}$$

$\delta'_j = (1, 2, 2, -2, -1, 3, 2, 0, 2, 1)$. Подставляя эти значения в задаче (28)–(32) получаем следующую задачу:

$$16x_1 + 10x_2 + 14x_3 + 18x_4 + 16x_5 + 17x_6 + 8x_7 + 4x_8 + 7x_9 + 3x_{10} \rightarrow \max, \quad (36)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18, \quad (37)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, 10}). \quad (38)$$

Субоптимальное решение и соответствующие значения функционала задачи (36)–(38) будут $X^1 = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ и $f^1 = 48$. Поскольку,

$$f^1 = 48 < 50, \text{ то принимаем } \alpha_j = \delta'_j, \quad \delta'_j = \frac{\alpha_j + \beta_j}{2},$$

$(j = \overline{1, 10})$. Тогда $\delta'_j = (3, 4, 3, -1, 0, 6, 4, 0, 3, 2)$. Учитывая эти значения в (29) задача (28)–(32) принимает следующий вид:

$$18x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 19x_4 + 17x_5 + 20x_6 + 10x_7 + 4x_8 + 8x_9 + 4x_{10} \rightarrow \max, \quad (39)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18, \quad (40)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, 10}). \quad (41)$$

Субоптимальное решение и соответствующие значения функционала в задаче (39)–(41) будут $X^2 = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ и $f^2 = 55$. Так как, здесь

$$f^2 = 55 > 50, \text{ то принимаем } \beta_j = \delta'_j,$$

$$\delta'_j = \frac{\alpha_j + \beta_j}{2}, \quad (j = \overline{1, 10}). \text{ Тогда получим } \delta_1 \in [1, 3],$$

$$\delta_2 \in [2, 4], \quad \delta_3 \in [2, 3], \quad \delta_4 \in [-2, -1], \quad \delta_5 \in [-1, 0], \quad \delta_6 \in [3, 6],$$

$$\delta_7 \in [2, 4], \quad \delta_8 \in [0, 0], \quad \delta_9 \in [2, 3], \quad \delta_{10} \in [1, 2].$$

В результате получаем $\delta'_j = (2, 3, 2, -2, 0, 4, 3, 0, 2, 1)$. Учитывая эти значения в (29) получаем:

$$17x_1 + 11x_2 + 14x_3 + 18x_4 + 17x_5 + 18x_6 + 9x_7 + 4x_8 + 7x_9 + 3x_{10} \rightarrow \max, \quad (42)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18, \quad (43)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, 10}). \quad (44)$$

Субоптимальное решение и соответствующие значения функционала задачи (42)–(44) будут $X^3 = (0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$ и $f^3 = 47$. Поскольку

$$f^3 = 47 < 50, \text{ то принимаем } \alpha_j = \delta'_j, \quad \delta'_j = \frac{\alpha_j + \beta_j}{2},$$

$(j = \overline{1, 10})$. Тогда $\delta'_j = (2, 3, 2, -1, 0, 5, 3, 0, 2, 1)$. Учитывая эти значения в (29) задачи (28)–(32) принимают

следующий вид:

$$17x_1 + 11x_2 + 14x_3 + 19x_4 + 17x_5 + 19x_6 + 9x_7 + 4x_8 + 7x_9 + 3x_{10} \rightarrow \max, \quad (45)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18, \quad (46)$$

$$x_j = 0 \vee 1, \quad (j = \overline{1, 10}). \quad (47)$$

Субоптимальное решение и соответствующие значения функционала задач (45) – (47) будут $X^4 = (0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$ и $f^4 = 48$. Поскольку

$$f^4 = 48 < 50, \text{ то принимаем } \alpha_j = \delta'_j, \quad \delta'_j = \frac{\alpha_j + \beta_j}{2},$$

$$(j = \overline{1, 10}). \text{ Тогда получим } \delta_1 \in [2, 3],$$

$$\delta_2 \in [3, 4], \quad \delta_3 \in [2, 3], \quad \delta_4 \in [-1, -1], \quad \delta_5 \in [-1, -1],$$

$$\delta_6 \in [5, 6], \quad \delta_7 \in [3, 4], \quad \delta_8 \in [0, 0], \quad \delta_9 \in [2, 3], \quad \delta_{10} \in [1, 2].$$

Поскольку удовлетворяется $|\beta_j - \alpha_j| \leq 1, (j = \overline{1, 10})$, то процесс вычисления останавливается. В результате получим $\delta'_j = (3, 4, 3, -1, 0, 6, 4, 0, 3, 2)$ и соответствующее

решение будет $X^S = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$. Следовательно, исходное значение коэффициентов заменяется на $c_j = (18, 12, 15, 19, 17, 20, 10, 4, 8, 4)$.

В итоге получаем следующие основные показатели:

$$c_{cp} = 2, 4, \quad \Delta(f) = 55 - 41 = 14, \quad \Delta^S = 9, \quad \Delta(f) - \Delta^S = 5,$$

$$\text{где } c_{cp} = \frac{\sum_{j=1}^n (c_j - c'_j)}{n}, \quad \Delta(f) = f^Z - f^S.$$

Как видно, для получения гарантированного значения функционала не меньше, чем 50 среднее изменение коэффициентов целевой функции составило 2,4, а вместо ожидаемого приращения функционала 9 получили 14 единиц.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

Для получения более подробной информации об эффективности в данной работе разработанного метода, были проведены многочисленные вычислительные эксперименты. Коэффициенты решенных задач, являются случайными целыми числами, из следующих интервалов:

$$0 \leq a_{ij} \leq 999, \quad 0 \leq c_j \leq 999, \quad b_i = \left[0, 4 \cdot \sum_{j=1}^n a_{ij} \right], \quad (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$$

Здесь $[z]$ означает целую часть числа z . Результаты вычислительных экспериментов представлены в следующих таблицах 1–2. Приближенные решения построены методом [11].

Таблиця 1 – Результаты процесса решения задачи (13)–(17)

$m \times n$	10×100	10×200	10×500	10×1000
C_{cp}	5,6	8,3	7,2	9,6
$\Delta(f)$	82	93	135	168
Δ^S	65	71	91	105
$\Delta(f) - \Delta^S$	17	22	44	63

Таблиця 2 – Результаты процесса решения задачи (13)–(17)

$m \times n$	20×100	20×200	20×500	20×1000
C_{cp}	5,2	7,8	8,1	9,2
$\Delta(f)$	76	84	127	146
Δ^S	62	67	83	99
$\Delta(f) - \Delta^S$	14	17	44	48

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Из выше приведенных таблиц видно, что для 8 случайно выбранных задач различной размерности среднее изменение коэффициентов целевой функции (1) находится в интервалах от 5,2 до 9,6 единиц. В этих задачах погрешность функционала меняется от 76 до 168 единиц. А приращение субоптимального (приближенного) значения f^S составляет от 62 до 105 единиц. Эти результаты показывают, что не существенно изменяя коэффициенты целевой функции, обеспечивается получение гарантированной прибыли. А это очень важно для решения реальных практических задач.

Таким образом, результаты проведенных экспериментов еще раз подтверждают практическое и теоретическое значения рассмотренной задачи в данной работе.

ВЫВОДЫ

Исходя из текста таблиц и обсуждений можно сделать следующие выводы. В работе рассмотрена математическая модель построения гарантированного решения по функционалу на основе многомерной и одномерной задачи о ранце. Введены понятия допустимого, гарантированного и гарантированного субоптимального решений по функционалу. Разработан метод построения гарантированного субоптимального (приближенного) решения по функционалу этой задачи. Составлен программный комплекс для нахождения этих решений и проведены многочисленные вычислительные эксперименты над случайными задачами большой размерности.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках госбюджетной научно-исследовательской темы Института систем управления НАН Азербайджана «Разработка методов решения, алгоритмов и программных средств для решения различных классов задач целочисленного программирования»

Мамедов К. Ш.¹, Мамедов Н. Н.²

¹Д-р физ.-мат. наук, профессор Бакинского Государственного Университету та зав. відділом Інституту Систем Управління НАН Азербайджану, Баку, Азербайджан

²Д-р філософії з математики, ст. викладач Національної Академії Авіації Азербайджану, Баку, Азербайджан

ПОНЯТТЯ ГАРАНТОВАНОГО РІШЕННЯ ЗА ФУНКЦІОНАЛОМ ДЛЯ БАГАТОВИМІРНОЇ ЗАВДАЧІ ПРО РАНЦЬ І МЕТОДИ ЙОГО ПОБУДОВИ

Актуальність. Розглянуто задачу побудови гарантованого субоптимального (наближеного) рішення по функціоналу в одновимірній та багатовимірній задачах про ранець. Об'єктом дослідження є модель з простом коефіцієнтів цільової функції.

(номер гос. регистрации № 0101 Аз 00736). Отметим, что часть этой работы рассмотрена авторами в работе [16].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корбут А. А. Дискретное программирование / А. А. Корбут, Ю. Ю. Финкельштейн. – М. : Наука, 1969. – 368 с.
2. Ковалев М. М. Дискретная оптимизация (целочисленное программирование) / М. М. Ковалев. – М. : УРСС, 2003. – 246 с.
3. Martello S. Knapsack problems, Algorithm and Computers implementations. / S. Martello, P. Toth. – John Wiley & Sons, Chichster, 1990. – 296 p.
4. Kellerer H. Knapsack problems. / H. Kellerer, U. Pferschy, D. Pisinger. – Berlin, Heidelberg, New-York : Springer Verlag, 2004. – 546 p.
5. Сигал И. Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели, вычислительные алгоритмы / И. Х. Сигал, А. П. Иванова. – М. : Физмат лит., 2007. – 304 с.
6. Сергиенко И. В. Приближенные методы решения дискретных задач оптимизации / И. В. Сергиенко, Т. Т. Лебедева, В. А. Рошин. – Киев : Наукова думка, 1980. – 276 с.
7. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И. В. Сергиенко. – АН УССР, Институт Кибернетики : Наукова Думка, 1988. – 471 с.
8. Сергиенко И. В. Исследование устойчивости и параметрический анализ дискретных оптимизационных задач / И. В. Сергиенко, Л. Н. Козерацкая, Т. Т. Лебедева. – Киев : Наук. думка, 1995. – 169 с.
9. Сергиенко И. В. Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы, решения, исследования / И. В. Сергиенко, В. П. Шило. – Киев : Нац. акад. наук Украины, Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова Наука. думка, 2003. – 261 с.
10. Мамедов К. Ш. Исследование по целочисленной оптимизации (методы, алгоритмы и вычислительные эксперименты) / К. Ш. Мамедов. – Германия : Lambert Academic Publishing, 2012. – 276 с.
11. Бабаев Дж. А. Методы построения субоптимальных решений многомерной задачи о ранце / Дж. А. Бабаев, К. Ш. Мамедов, М. Г. Мехтиев // ЖВМ и МФ. – 1978. – Т. 28, № 6. – С. 1443–1453.
12. Нуриев У. Г. Гибридный метод для решения многомерной задачи о ранце / У. Г. Нуриев. – Препринт ИК АН УССР, 1983. – 45 с.
13. Emelichev V. Quantitative stability analysis for vector problems of 0-1 programming / V. Emelichev, D. Podkopaev // Discrete Optimization. – 2010. – Vol. 7. – P. 48–63.
14. Мамедов К. Ш. Алгоритмы построения гарантированного решения и гарантированного приближенного решения многомерной задачи о ранце / К. Ш. Мамедов, Н. Н. Мамедов // Международный научно-технический журнал «Проблемы Управления и Информатики». – 2014. – № 5. – С. 30–37.
15. Mamedov K. Sh. Guaranteed solution and its finding in the Integer Programming Problems. / K. Sh. Mamedov, N. N. Mamedov // International Journal of Applied Science and Tecnology. – August. – 2015. – Vol. 5, № 4. – P. 46–54.
16. Мамедов К. Ш. Понятие гарантированного решения и гарантированного субоптимального решения относительно целевой функции в задаче о ранце и его построение (на азерб. языке) / К. Ш. Мамедов, Н. Н. Мамедов // Изв. НАН Азерб. Баку. – 2016. – № 3. – С. 42–49.
17. Senjy S. An approach to linear programming with 0-1 variables. / S. Senjy, Y. Toyoda // J. Manag. Sci. – 1978. – V.15, № 4. – P. 196–207.

Статья поступила в редакцию 16.07.2017.

После доработки 01.09.2017.

Мета роботи. Розробка методів побудови гарантованого субоптимального рішення по функціоналу в одновимірній та багатовимірній задачах про ранець, тобто знайти такі мінімальні зміни коефіцієнтів функціонала в заданих інтервалах, щоб знайдене рішення гарантувало значення функціоналу не менше, ніж заздалегідь фіксоване.

Метод. Введено поняття допустимого, гарантованого і гарантованого субоптимального рішень по функціоналу в багатовимірній задачі про ранець. У заданих інтервалах необхідно знайти такі мінімальні зміни коефіцієнтів функціонала, щоб знайдене рішення гарантувало значення функціоналу не менш, ніж заздалегідь фіксоване. Таке рішення називаємо гарантованим рішенням по функціоналу для одновимірної і багатовимірної задачі про ранець. Розроблено методи їх побудови. Створено програмний комплекс для знаходження цих рішень і проведені численні обчислювальні експерименти над випадковими завданнями великої розмірності.

Результати. Розроблено алгоритм для побудови гарантованого субоптимального рішення по функціоналу в одновимірній та багатовимірній задачах про ранець.

Висновки. Створено програмний комплекс для знаходження гарантованого субоптимального рішення по функціоналу і проведені численні обчислювальні експерименти над випадковими завданнями великої розмірності.

Ключові слова: одновимірна і багатовимірна задачі про ранець, гарантоване рішення і гарантоване субоптимальне рішення по функціоналу, багатокритеріальна нелінійна задача Булевого програмування, принцип дихотомії, обчислювальні експерименти.

Mamedov K. Sh.¹, Mamedov N. N.²

¹Dr. Sc., Professor of Baku State University and head of Department of the Institute of Control Systems of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, Baku, Azerbaijan

²Ph. D., senior lecturer of the National Aviation Academy of Azerbaijan, Baku, Azerbaijan

THE CONCEPT OF GUARANTEED SOLUTION THROUGH THE FUNCTIONAL FOR MUTIDIMENSIONAL KNAPSACK PROBLEM AND METHODS OF ITS CONSTRUCTION

Contex. The problem of constructing a guaranteed suboptimal (approximate) solution with respect to a functional in one-dimensional and multidimensional knapsack problems is considered. The object of the study was a model with an increment of the coefficients of the objective function.

Objective. The methods of constructing guaranteed suboptimal solution through the functional in one-dimensional and multidimensional knapsack problem has been developed.

That is it is necessary to find such minimal changes coefficient of the objective function in the set of integer intervals so that the solution found guarantees the value of the functional not less than the predetermined value.

Method. The concept of guaranteed solution and guaranteed suboptimal solution relative to the objective function in the satchel problem is introduced. It is necessary to find such minimal changes coefficient of the objective function in the set of integer intervals so that the solution found guarantees the value of the functional not less than the predetermined value. Such kind of solution we name as guaranteed solution through the functional for one-dimensional and multidimensional knapsack problem. The methods of their construction has been developed. A software package was developed to find these solutions and numerous computational experiments were performed on random large-dimensional problems.

Results. The algorithm of constructing guaranteed suboptimal solution through the functional in one-dimensional and multidimensional knapsack problem has been developed.

Conclusions. A software package was developed to find the concept of guaranteed solution and guaranteed suboptimal solutions and numerous computational experiments were performed on random large-dimensional problems.

Keywords: one-dimensional and multidimensional knapsack problems, guaranteed solution and guaranteed suboptimal solution through the functional, non-linear multicriteria the problem of Boolean programming, dichotomy approach, computational experiment.

REFERENCES

1. Korbust A. A., Finkel'shtein Yu. Yu. Diskretnoe programmirovaniye. Moscow, Nauka, 1969. – 368 p.
2. Kovalev M. M. Diskretnaya optimizatsiya (celochislennoe programmirovaniye). Moscow, URSS, 2003, 246 p.
3. Martello S., Toth P. Knapsack problems, Algorithm and Computers implementations. John Wiley & Sons, Chichester, 1990, 296 p.
4. Kellerer H., Pferschy U., Pisinger D. Knapsack problems. Berlin, Heidelberg, New-York, Springer Verlag, 2004, 546 p.
5. Sigal I. X., Ivanova A. P. Vvedeniye v prikladnoye diskretnoe programmirovaniye: modeli, vychislitel'nye algoritmy. Moscow, Fizmat lit., 2007, 304 p.
6. Sergienko I. V., Lebedeva T. T., Roshin V. A. Priblizhennyye metody resheniya diskretnyx zadach optimizatsii. Kiev, Naukova dumka, 1980, 276 p.
7. Sergienko I. V. Matematicheskie modeli i metody resheniya zadach diskretnoy optimizatsii. AN USSR, Institut Kibernetiki, Naukova Dumka, 1988, 471 p.
8. Sergienko I. V., Kozerackaya L. N., Lebedeva T. T. Issledovaniye ustojchivosti i parametricheskij analiz diskretnyx optimizacionnyx zadach. Kiev, Nauk. dumka, 1995, 169 p.
9. Sergienko I. V., Shilo V. P. Zadachi diskretnoy optimizatsii: problemy, metody, resheniya, issledovaniya. Kiev, Nac. akad. nauk Ukrainy, In-t kibernetiki im. V. M. Glushkova Nauka. dumka, 2003, 261 p.
10. Mamedov K. Sh. Issledovaniye po celochislennoy optimizatsii (metody, algoritmy i vychislitel'nye e'ksperimenty). Germaniya, Lambert Academic Publishing, 2012, 276 p.
11. Babaev Dzh. A., Mamedov K. Sh., Mextiev M. G. Metody postroeniya suboptimal'nyx reshenij mnogomernoy zadachi o rance, *ZhVM i MF*, 1978, Vol. 28, No. 6, pp. 1443–1453.
12. Nuriev U. G. Gibridnyj metod dlya resheniya mnogomernoy zadachi o rance. Preprint IK AN USSR, 1983, 45 p.
13. Vladimir Emelichev, Podkopaev Dmitry Quantitative stability analysis for vector problems of 0-1 programming, *Discrete Optimization*, 2010, Vol. 7, pp. 48–63.
14. Mamedov N. N., Mamedov K. Sh., Algoritmy postroeniya garantirovannogo resheniya i garantirovannogo priblizhennogo resheniya mnogomernoy zadachi o rance, *Mezhdunarodnyj nauchno-texnicheskij zhurnal «Problemy Upravleniya i Informatiki»*, 2014, No. 5, pp. 30–37.
15. Mamedov N. N., Mamedov K. Sh. Guaranteed solution and its finding in the Integer Programming Problems, *International Journal of Applied Science and Tecnology*, 2015, August, Vol. 5, No. 4, pp. 46–54.
16. Mamedov N. N., Mamedov K. Sh. Ponyatie garantirovannogo resheniya i garantirovannogo suboptimalnogo resheniya otноситelno celevoj funktsii v zadache o rance i ego postroenie (na azerb. yazyke), *Izv. NAN Azerb. Baku*, 2016, No. 3, pp. 42–49.
17. Senjy S., Toyoda Y. An approach to linear programming with 0–1 variables, *J. Manag. Sci.*, 1978, Vol.15, No. 4, pp. 196–207.

Nahorny V. V.¹, Lavrov E. A.², Fedotova N. A.³, Kuznetsov E. G.⁴¹PhD., Senior Lecturer of the Computer Science Department, Section of the Information Technologies, Sumy State University, Sumy, Ukraine²Doctor of Technical Sciences, Professor of the Computer Science Department, Section of the Information Technologies, Sumy State University, Sumy, Ukraine³PhD., Senior Lecturer of the Computer Science Department, Section of the Information Technologies, Sumy State University, Sumy, Ukraine⁴PhD., Senior Lecturer of the Computer Science Department, Section of the Information Technologies, Sumy State University, Sumy, Ukraine

CONTROL OF TECHNICAL SYSTEMS BASED ON PREDICTION OF THEIR INDIVIDUAL RESOURCE

Contex. The actual task of forecasting an individual resource of a variety of design and design of technical systems was solved.

Objective. The purpose of the work is to develop a methodology for managing the operation of complex technical systems based on the forecasting of their individual resource.

Method. Modern management methods allow you to make advance management decisions to prevent accidents and the consequent technogenic catastrophes. These decisions are based on extrapolating the value of the monitored signal to the maximum permissible level. However, the norms are compiled based on average statistical data, which can only relate to a controlled sample of the machine with a certain degree of probability. This is the cause of errors in predicting the moment when this sample is stopped for repairs. This problem is especially urgent for complex and responsible technical systems manufactured in small series or even in single specimens. Such systems do not have statistical data to create these norms.

To solve this problem, another management methodology was developed that excludes the extrapolation procedure and allows determining the operating time of the technical system prior to repair based on the identification results of the model, describing the time variation of the value of the monitored parameter

Results. The methodology of management of technical systems is developed, ensuring the control of their current technical condition based on information on their individual resource. The methodology was used to control the gradual deterioration of the technical state of the hydro turbine, which resulted in its catastrophic destruction.

Conclusions. The performed calculations confirmed the efficiency of the proposed methodology for managing the operation of technical systems based on the forecasting of their individual resource, which makes it possible to recommend it for use in practice when solving problems of controlling the operation of complex technical systems, thus preventing their accidents, often leading to man-made disasters. Prospects for further research will be the development of a forecasting - diagnostic complex, the software of which reflects the algorithm for applying the developed methodology of forecasting an individual resource of various designs and designation of technical systems.

Keywords: control, individual resource, software product, rotor systems, resource forecast, identification, information signal trend, mathematical model, defect-free period, condition of supervised equipment.

NOMENCLATURE

VSS is vibration Severity Standards;

$\bar{V}e$ is effective vibration rate;

$[Ve]$ is vibration velocity effective level according to VSS;

Δ is both way gap between the shaft neck and sliding bearing sleeve;

n is number of revolutions ;

$\bar{V}e$ is mathematical expectation of an effective vibration rate;

σ_V is standard distribution deviation;

\bar{T}_r is machine resource predictive value;

ΔT_r is life prediction variation ;

$\Delta[Ve]$ is machine bearing capacity variation;

$H(P)$ is quintile of the normal distribution;

σ_{-1}, σ_i is the structural material fatigue limit and the current mechanical stresses value, respectively, for a symmetric cycle loading;

N_0, N_i is basic cycles number and the number of cycles that material can withstand at the mechanical stresses equal to the fatigue limit σ_{-1} , and at mechanical stresses σ_i , accordingly;

m is rate of the curve fatigue;

α is angle of inclination of the fatigue curve;

N_{LIFE} is total working life;

n_i is accrued operating time ;

A is oscillation amplitude;

t is operation time;

f_{LOAD} is certain repetition frequency;

k_{LOAD} is equipment load factor ;

Ψ is the conversion factor (3600x24) in terms of calendar day and (3600x24x365) in terms of calendar years;

T_{RES} is required residual life;

T_{LIFE} is total calendar working life;

λ is exponent;

k is the approximating amount of data ($k > 2$);

T_{LB} is most probable value of the working life (lower border of a predicting time);

t_{CUR} is operating time of the machine at the time of the current control;

P is the machine reliability;

Q is the probability of stopping the machine at the time of the current control;

δ is estimation error;

\bar{A} is the degree change of the vibration level;

Ve_0 is the effective level of vibration velocity recorded at initial controlling;

μ, γ is coefficients of proportionality;

$[Ve]_{CR}$ is the maximum permissible level of effective vibration rate by vibration severity standards;

\bar{V} is dimensionless rate of change of the monitored parameter;

T_{PPR} is the operating time before the next preventive maintenance;

T_{PR} is the predictable operating time before repair due to the unacceptable defect development degree;

t_0 is the operating time at initial controlling;

ξ is the weigh coefficient;

η is number of parameters, describing the monitored signal.

INTRODUCTION

The object of the study is the process of controlling technical systems based on the forecasting of their individual resource.

The number of man – made disasters in the world is growing because of the imperfection of methods for predicting the residual resource of various in design and designation of technical systems. The existing methods of controlling the technical condition of the controlled equipment are guided by the use of average statistical data on the maximum permissible value of the monitored parameter, which often leads to control errors.

The subject of the research is the methods of forecasting the individual resource of technical systems used in the control of their technical condition.

The purpose of this work was to develop a method for controlling technical systems based on the forecasting of their individual resource, carried out based on the identification of the trend model of the information signal generated by technical systems in the process of their operation.

1 LITERATURE REVIEW

There are a number of methods for assessing the resource of technical systems. So, for example, with probabilistic methods of calculating a resource, the number of intersections represents the operating time of an object under load by a centered process of zero level with the sign of the derivative greater than zero. This process is described by mathematical expectation and standard deviation. The representation of random and other processes using the indicated parameters makes it possible to describe, for example, the results of fatigue tests obtained under various types of loading (harmonic, polychromic, random, mixed) [1].

Parametric methods for assessing the condition and residual life of metal structures based on the non-destructive testing methods performed during the whole life cycle [2].

As a model for the distribution of failures of mechanical products, a monotonic diffusion distribution is used, which makes it possible to obtain the mathematical expectation of the residual resource [3].

One possible way of calculating the resource allocation is to use individual fatigue curves in the form of quintiles of the corresponding probability values [4, 5]. There are two possible approaches to the construction of such curves: direct and reverse. A direct approach is to find the resource allocation and determine the actual behavior of the samples based on these distributions. There is also a reverse approach to modeling the fatigue phenomenon. If resource distributions obtained based on are given tests, it is necessary to find random objects responsible for the fatigue behavior of the samples [6].

In determining the residual resource, methods based on the analysis of time series are widely used. These methods allow obtaining resource forecasts in the near future [7, 8].

However, these methods make it possible to obtain a satisfactory forecast only for relatively “stable” data, the trends of which are not prone to a drastic change. Consequently, their application is most suitable in conditions of stable operation of technical systems.

The analysis of the methods for estimating the remaining resource showed the advisability of further improving the methods for more accurate detection of faults in products at an early stage of operation. Estimation of the residual resource using such techniques is characterized by the use of a large number of multifactor dependencies, which excludes the expansion of the database in real time. Thus, the creation of techniques for obtaining the most informative signs of the technical state of the control object with the aim of further predicting the probability of failure of an object is an urgent task.

2 PROBLEM STATEMENT

There are two parts of the problem in controlling technical systems: diagnostics of the machine current state and predicting the onset of machine critical state and its stop for the repairs.

Many diagnosticians have been working and continue to work successfully at the solution of the first part of the task [9–11]. However, the second part of the problem as the most important for responsible machines has not found its effective solution yet. Prediction of source based on the analysis of development defects rate allows making management decisions in order to prevent accidents and technological disasters and to optimize the algorithm for repair of industrial equipment in real time.

The extrapolation methods are most commonly used methods for predict the service life of machines. This type of methods based on the definition the parameters of the approximating function, performed by the processing result of time series, which consist of the machine vibration levels, accumulated during periodic measurements of its oscillations. Further, the approximating function graph prolong to its intersection with maximum permissible vibration velocity effective level $[Ve]$ according to VSS [12]. The point of the abscissa intersection is a predictable life of the machine.

VSS represent the average statistical data of machines vibration with its nature of the disadvantage prediction method. That is why VSS relate to concerned sample machine only with a certain probability and condition of the model of machine viewed at present moment. For example, standards for third class machines shown on a linear diagram in Figure 1. There is principle of levels distribution of effective values vibration rate of that class rotate machine. The machine has the following parameters:

- shaft diameter is 100 mm;
- the number of revolutions $n = 3000$ rev/min;
- rotor mounted on sliding bearings.

The calculations performed in case where the slide bearing has H8/f8 landing class, which provides double amplitude variation of the gap Δ between the bushing and the shaft in the interval from 36/2 to 125/2 microns. The distribution principle of the machine vibration level generated by rotor limit movement in the sliding bearing gap when there is shaft neck running in around the circumference of the sleeve was obtained by “Monte Carlo” method. Effective vibration level calculated, using the following formula:

$$Ve = \Delta \frac{\pi n}{30} \frac{1}{\sqrt{2}} 10^{-3}, \text{ mm/sec.} \quad (1)$$

The following parameters of the normal distribution of vibration levels were obtained through the following calculation: $\Delta = 18 \dots 62.5$ microns, $n = 3000$ rev/min, $\bar{Ve} = 9$ mm/c; $\sigma_V = 2.9$ mm/c, $v = 0.32$. The gap in the sliding

bearings could be exhaust at the vibration level that does not reach the maximum permissible by standards in 77.8% of machines. This is shown in Figure 1. This leads to the fact that the vibration level as diagnostic feature, does not reach the maximum permissible by the standards ($[Ve]_{CR} = 11.2$ mm/sec [12]), and machine bearings tests damaging limit load. Conversely, a stop for repairs due to the sliding bearings can be premature in 22% of cases, when reached the maximum level of vibration, and if the other machine components defects were missing at this time.

Manufacturing tolerances on the machine components leads not only to variations in machine vibration levels of its bearing capacity, but there is also the reason for predict resource of machine errors.

Consider the reason of these errors, when linear approximation function used at the prediction (see Figure 2):

$$Ve = \mu \cdot t, \text{ mm/sec} \quad (2)$$

Solving the equation (2) by t , and assuming, that the vibration level is equal to the maximum allowable value of the norms $[Ve]_{CR}$ in its left part, we obtain a demonstration of the machine resource predictive value:

$$\bar{T}_r = \frac{[Ve]_{CR}}{\mu} \quad (3)$$

By linking up the life prediction variation ΔT_r with machine bearing capacity variation $\Delta [Ve]$ by previously known relation, the formula is:

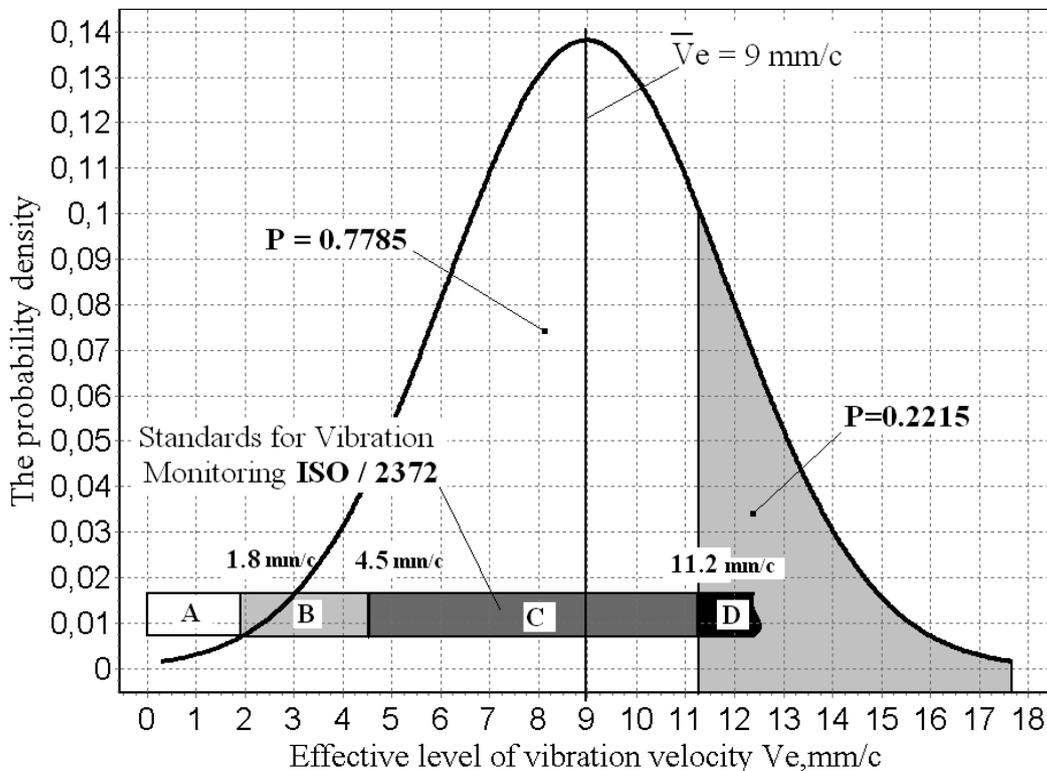


Figure 1 – The distribution principle of the effective vibration rate values and VSS

$$\Delta Tr = \frac{dTr}{dVe} \Delta[Ve] = \frac{1}{\mu} \Delta[Ve]. \quad (4)$$

To simplify the demonstration (4) needs to divide the left and right parts of the equation (3).

$$\frac{\Delta Tr}{\bar{Tr}} = \frac{1}{\mu} \Delta[Ve] \frac{\mu}{[Ve]} = \frac{\Delta[Ve]}{[Ve]} = v. \quad (5)$$

We solve the equation (5) relatively to prediction variation.

$$\Delta Tr = v \cdot \bar{Tr}. \quad (6)$$

Taking into account the equation (6), prediction could be write in the following form

$$Tr = \bar{Tr} \pm H(P) \Delta Tr = \bar{Tr} \pm v H(P) \bar{Tr}. \quad (7)$$

The equation (7) shows that the estimated forecast of the machine service life is 100 days. In fact, the actual service life varies with the probability 0.95 ($H(0.95) = 1.645$), from 47.4 to 152.6 days (see Figure 2). This difference between the real and calculated resources of the machine reduces idea of its prediction to zero. In this connection, it can be research for new prediction methods without any disadvantages. Thus, the analytical dependence should be use as an approximation function, reflecting the fracture mechanics of machines.

3 MATERIALS AND METHODS

Generally, machines operate in conditions of alternating force action and therefore their working life determined by the metal fatigue as well as depends on the load level and the duration of its action. Dependence of permissible mechanical stresses level of the number of cycles represented in the form of a fatigue curve (see Figure 3), which described by the following [13] equation:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{-1}} = \left(\frac{N_0}{N_i} \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (8)$$

The equation (1) on the sloping part of the curve during the stress change from σ_1 to σ_i can be rewritten in the following way:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_1} = \left(\frac{N_1}{N_i} \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (9)$$

Residual life could be formulated through total working life N_{LIFE} that has the construction and accrued operating time n_i ,

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_1} = \left(\frac{N_{LIFE} - n_1}{N_{LIFE} - n_i} \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (10)$$

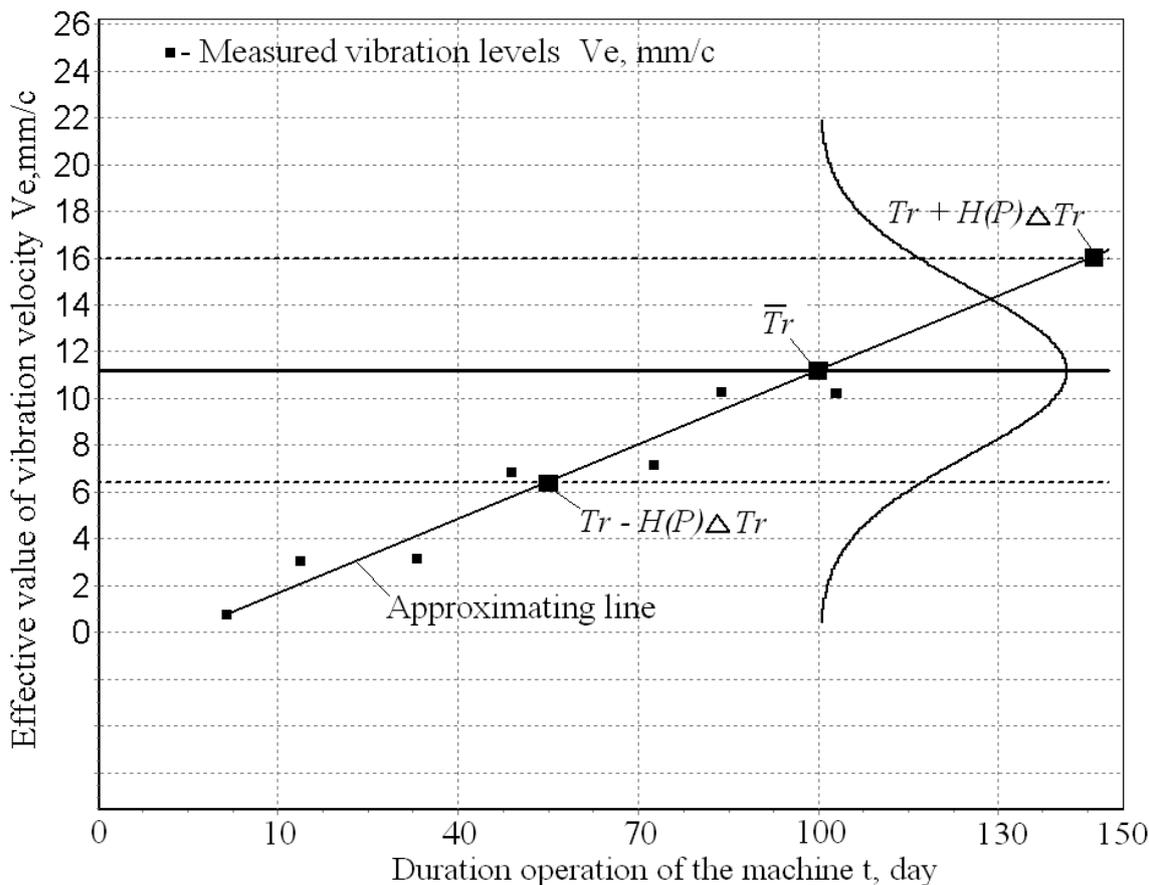


Figure 2 – Working life machine prediction at its bearing capacity variation

The Graph of the function (10) in Figure 4 shows a mirror reflection of the graph (9) in Figure 3. With increase of the number of operating cycle's n the mechanical stresses values σ submitted on the Graph (10) also growth.

The transition from the mechanical stresses to the oscillation amplitude A and from cycles to operation time t is necessary for practical usage of the formula (10). The nonlinear dependence between the oscillation amplitude A and a mechanical stress describes the equation below:

$$A = \gamma \cdot \sigma^\beta, \text{ mm/sec.} \quad (11)$$

The certain repetition frequency f_{LOAD} and the equipment load factor k_{LOAD} characterize effect of load. Instead of the number of cycles by entering a conversion factor the astronomical time (hours, days and years) is easily detect the operating time t_i :

$$t_i = \frac{n_i}{\Psi \cdot f_{LOAD} \cdot \kappa_{LOAD}}. \quad (12)$$

The required residual life T_{RES} expressed through the total calendar working life T_{LIFE} and current operating time t_i :

$$T_{RES} = T_{LIFE} - t_i, \quad (13)$$

Total calendar working life T_{LIFE} can be express through the resource in cycles N_{LIFE} :

$$T_{LIFE} = \frac{N_{LIFE}}{\Psi \cdot f_{LOAD} \cdot \kappa_{LOAD}}. \quad (14)$$

If the formulas (11–14) into (10) substitute, an expression relating the oscillation amplitude A with the current operating time t_i and its working life T_{LIFE} taken:

$$A(t) = A_1 \left(\frac{T_{LIFE} - t_i}{T_{LIFE} - t_1} \right)^\lambda. \quad (15)$$

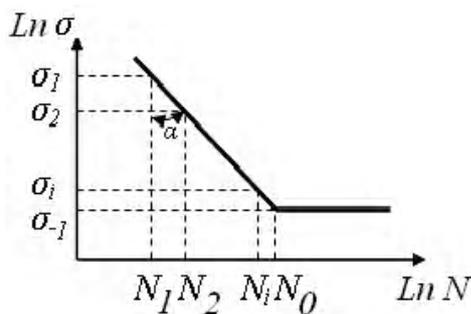


Figure 3 – The fatigue curve on a logarithmic scale

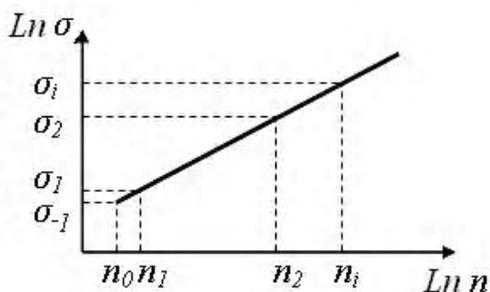


Figure 4 – Graph of the function (10) on a logarithmic scale

Required residual life and the exponent $\lambda = \frac{\beta}{m}$ determined parameters by computer approximation of regular monitoring vibration machines data. Functional minimum is determined during this processing:

$$U = \sum_{i=1}^k \left[\frac{A_i}{A_1} - \left(\frac{T_{LIFE} - t_i}{T_{LIFE} - t_1} \right)^\lambda \right]^2. \quad (16)$$

One can apply the estimation range of the resource predict. Minimize the functional (16) allows to define the top border of this interval. The most probable value of the working life considered as the lower border, calculated by the formula below:

$$T_{LB} = Q \cdot t_{CUR} + T_{LIFE} \cdot P. \quad (17)$$

Parameters P and Q are calculated based on the results

of the resource definition ($P = e^{-\frac{t_{CUR}}{T_{LIFE}}}$, $Q = 1 - P$).

The equation (15) is an approximation model, obtained by transforming equation (8), that describes the fatigue curve. It seems reasonable to say that it was received proceeding from physical grounds. In contrast to the universal approach, when the approximation of the experimental data used graphics analytical dependences, selected on the base on formal mathematical considerations. The equation obtained because of the fatigue curve; therefore, it reflects the mechanics of destruction and its raise reliability of the prediction machine working life. The resource of the machine is a key parameter used to evaluate the criticality degree of the technical condition. However, to raise the reliability of diagnosis, the number of parameters describing the diagnostic feature could be increase.

Known from the information theory, that the system state estimation error δ is inversely proportional to the square root from the number of parameters, used to describe it.

$$\delta \approx \frac{1}{\sqrt{\eta}}. \quad (18)$$

Generally, the controlled signal described by a single parameter – its value. However, it does not provide information on the dynamics of deterioration of the machine. In this case, there are two parameters that describing the controlled signal: value of the signal A and the rate change of the its value V as an indicator of degradation of the machine technical condition. When the number of parameters, describing the monitored signal, increased to two, an error in estimating the state of the machine decreased by 30%.

For convenience, the size of the controlled parameter and the rate of its change lead to a dimensionless form. In this case, they range from zero to one. Complex (19) varies in the same range and these parameters includes in the complex as summands with weight coefficients.

$$F = \xi \cdot \bar{A} + (1 - \xi) \cdot \bar{V}. \quad (19)$$

Degree change of the vibration level:

$$\bar{A} = \frac{Ve - Ve_0}{[Ve]_{CR} - Ve_0} \quad (20)$$

Dimensionless rate of change in the control feature:

$$\bar{V} = \frac{T_{PPR} - t_0}{T_{PR} - t_0} \quad (21)$$

Recognition procedure of the defect development degree is comparing the actual value of the complex F with its boundary values (Table 1). Standard complex values shown in the Table 1. Typical values are dimensionless geometric progression with the denominator $q = \sqrt[5]{10}$. Similar geometric series of preferred numbers $R5$ [15] are used in VSS [12].

The maximum value of complex F_{MAX} among the all calculated controlled machine defects used to estimate the degree of the machine criticality condition as a whole. Boundary values of machine condition characteristics as a whole presented in the Table 2.

4 EXPERIMENTS

The effectiveness of the developed methodology for forecasting the resource of a technical system in the process of controlling its state is demonstrated by the example of the destroyed turbine of Sayano-Shushenskaya (HPP). In the example, the state of the turbine is analyzed on the eve of its catastrophic destruction. The levels and dates of vibration measurements of the turbine, shown in Figure 5, were used, as input data for predicting the turbine's operating time before its failure.

Table 1 – Normalized degree of defect development and the corresponding boundary values of the complex F

No defect	The degree of defect			
	below average	the average	above average	inadmissible
$0 < F \leq 0,25$	$0,25 < F \leq 0,41$	$0,41 < F \leq 0,63$	$0,63 < F < 1,0$	$F \geq 1,0$

Table 2 – Normalized conditions of the machine as a whole and the standard values of the complex F_{MAX}

No defect	Condition of machine			
	serviceable	able-bodied	should be improved	needs repair
$0 < F_{MAX} \leq 0,25$	$0,25 < F_{MAX} \leq 0,41$	$0,41 < F_{MAX} \leq 0,63$	$0,63 < F_{MAX} < 1,0$	$F_{MAX} \geq 1,0$

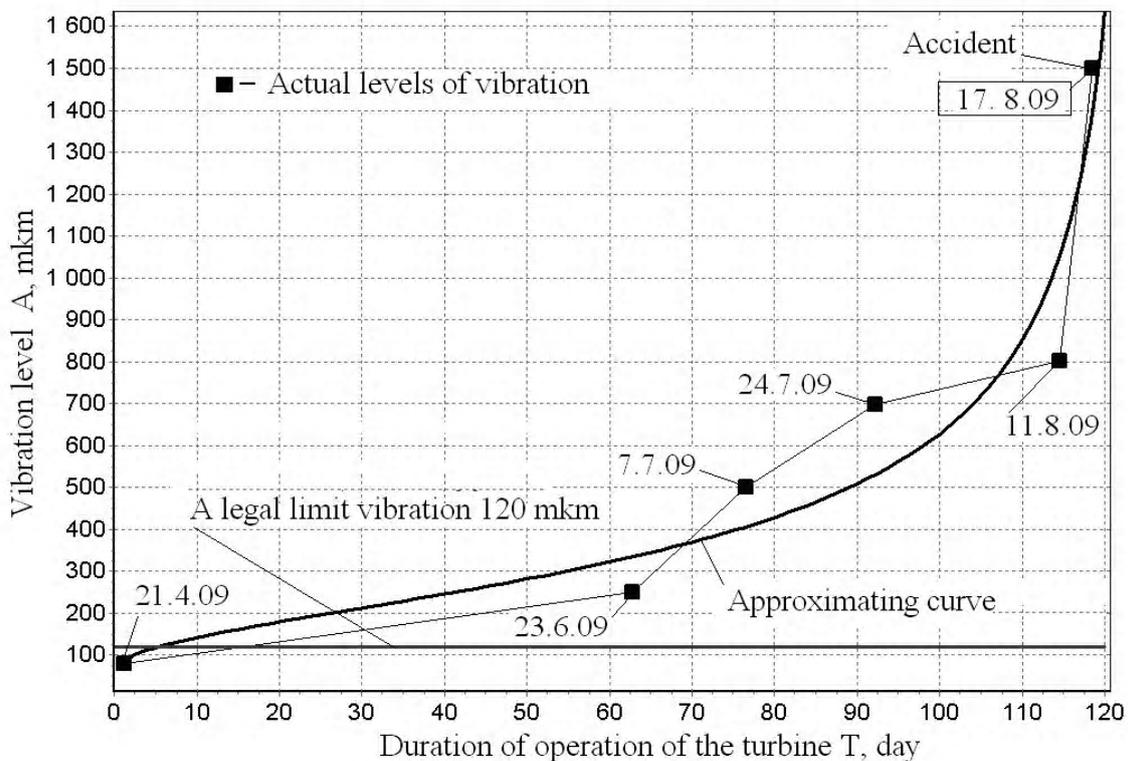


Figure 5 – Results of vibration control of hydraulic unit and its function approximation mapping the fracture mechanics of the metal

5 RESULTS

The diagnostic reports shown in Table 3. The information, given in these reports, indicates that the technical condition of the turbine deteriorated over time.

6 DISCUSSION

The results of the diagnosis show that two months before the disaster (17.8.09) in the protocol dated 23.06.09 was indicate that the degree of development of the imbalance of the rotor was “above average” and the operating time before repair was 2–3 weeks. The subsequent reports indicated that needed to stop the turbine and prediction working life was negative therefore stopping time for a repair was lost.

CONCLUSION

In the article, using the example of rotary machines, the results of research on developing a new methodology for controlling the operation of technical systems are presented.

The scientific novelty of the research results outlined in the article is that for the first time in the practice of controlling technical systems, it is wise to develop an entirely new methodology for predicting their individual resource, which allows to purposefully controlling the duration of system operation during the inter-repair period.

The practical significance of the results obtained is that the use of the methodology of forecasting an individual resource of a controlled system in the management of technical systems allows timely stopping them for repairs, which in the practice of their operation prevents accidents and subsequent technogenic catastrophes.

Prospects for further research are the development of a software product that reflects the algorithm of a new control methodology and the creation based on this product of an automated control system.

ACKNOWLEDGMENT

The work was performed as part of the state budget scientific research theme of Sumy State University “Models and information technologies of design and control in complex systems” (State registration number 0115U001569).

REFERENCES

1. Ksendzov V. N. Forecasting the residual life of machine drives / V. N. Ksendzov, G. A. Dyko, S. P. Murashko // Reliability and quality control. – 1988. – № 10. – P. 18–24.
2. Haponen N. A. Prospects for the development of nondestructive testing / N. A. Haponen, G. P. Ivanov, A. A. Hudashin // Safety in industry. – 2001. – № 1. – P. 48–50.
3. Strelnikov V.P. Determination of the expected residual life at the DM-distribution / V. P. Strelnikov // Mathematical machines and systems. – 2000. – № 1. – P. 94–100.
4. Izmernann R. Perspective methods of monitoring, detection and diagnostics of faults and their application / R. Isermann // Instruments and control systems. – 1998. – № 4. – P. 56–70.
5. Analysis of the applicability of the equations and investigation of the shape of the fatigue curve / [Yu. S. Borisov, Yu. N. Blagoveshchensky, S. S. Dmitrichenko, etc.] // Factory laboratory. Diagnostics of materials. – 2000. – № 10. – P. 41–52.
6. Calculations and strength tests. Methods for calculating the characteristics of fatigue resistance : GOST 25.504-82. – [Effective from 1983-07-01]. – М. : Издательство стандартов, 1982. – 80 p.
7. Kopnov V. A. Residual life, linear fatigue damage accumulation and optimal stopping / V. A. Kopnov // Reliability Engineering and System Safety. – 1993. – № 40. – P. 319–325.
8. Brockwell P. J. Introduction to Time Series and Forecasting / P. J. Brockwell, D. V. Davis. – Springer-Verlag, 2002. – 153 p.
9. Li C. J. Gear fatigue crack prognosis using embedded model, gear dynamic model and fracture mechanics / C. J. Li, H. Lee // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2005. – No. 19. – P. 836–846.

Table 3 – Diagnosing reports

Date of diagnosis	Defect type and its characteristics	Hours before failure, T , day	Diagnosis of the machine
21.4.09	Rotor imbalance: the degree of development of the defect: – above average	–	Machine requires inspection. Reason: – rotor imbalance
23.6.09	Rotor imbalance: the degree of development of the defect: – above average	12–19	Machine requires inspection. Reason: – rotor imbalance
7.7.09	Rotor imbalance: the degree of development of the defect: – above average	8...17	Machine requires inspection. Reason: – rotor imbalance
24.7.09	Rotor imbalance: the degree of development of the defect: – inadmissible	25 ...22	The machine must be repaired. Reason: – rotor imbalance
11.8.09	Rotor imbalance: the degree of development of the defect: – inadmissible	31...27	The machine must be repaired. Reason: – rotor imbalance
17. 8.09	Rotor imbalance: the degree of development of the defect: – inadmissible	54...50	The machine must be repaired. Reason: – rotor imbalance

10. Liao H.T. Maintenance of continuously monitored degrading systems / H.T. Liao, E.A. Elsayed, L.Y. Chan // *European Journal of Operational Research*. – 2006. – No. 175(2). – P. 821–835.
 11. Lin D. Using principal components in a proportional hazards model with applications in conditionbased maintenance / D. Lin, D. Banjevic, A. K. Jardine // *Journal of the Operational Research Society*. – 2006. – No. 57. – P 910–919.
 12. Mechanical vibration of machines with operating speeds from 10 to 200 rev/c – Basis for specifying evaluation standards : ISO 2372. – [Effective from 1974-11-01]. – Geneva : ISO, 1974. – 34 p.
 13. Stephens I. Ralph. Metal Fatigue in Engineering, second ed / Ralph I. Stephens. – Sidney : John Wiley & Sons John Wiley & Sons, Inc, 2001. – 496 p.
 14. Claude E. Shannon. The Mathematical Theory of Communication / Shannon E. Claude, Weaver Warren. – Illinois : University of Illinois Press, 1963. – 132 p.
 15. Yakushev A. I. Interchangeability, standardization and technical measurements, sixth ed. / A. I. Yakushev, L. N. Vorontsov, N. M. Fedotov. – Moscow : Mashinostroyeniye, 1986. – 352 p.
- Article was submitted 20.07.2017.
After revision 25.09.2017.

Нагорний В. В.¹, Лавров Є. А.², Федотова Н. А.³, Кузнецов Е. Г.⁴

¹Канд. техн. наук, старший викладач кафедри комп'ютерних наук секції інформаційних технологій проектування, Сумський державний університет, Суми, Україна

²Д-р техн. наук, професор кафедри комп'ютерних наук секції інформаційних технологій проектування, Сумський державний університет, Суми, Україна

³Канд. техн. наук, старший викладач кафедри комп'ютерних наук секції інформаційних технологій проектування, Сумський державний університет, Суми, Україна

⁴Канд. техн. наук, старший викладач кафедри комп'ютерних наук секції інформаційних технологій проектування, Сумський державний університет, Суми, Україна

УПРАВЛІННЯ ТЕХНІЧНИМИ СИСТЕМАМИ НА ОСНОВІ ПРОГНОЗУВАННЯ ЇХ ІНДИВІДУАЛЬНОГО РЕСУРСУ

Актуальність. Вирішено актуальне завдання прогнозування індивідуального ресурсу різноманітних по конструкції і призначенню технічних систем.

Мета роботи – розробка методології управління роботою складних технічних систем на основі прогнозування їх індивідуального ресурсу.

Метод. Сучасні методи управління дозволяють заздалегідь приймати управлінські рішення для запобігання аварій і наступних за цим техногенних катастроф. Ці рішення ґрунтуються на екстраполяції величини контрольованого сигналу до гранично допустимого за нормами рівня. Однак норми складені на основі середньо статистичних даних, які можуть тільки з певною часткою ймовірності ставитися до контрольованого зразком машини. Це є причиною помилок при прогнозуванні моменту зупинки даного зразка на ремонт. Особливо актуальна ця проблема для складних і відповідальних технічних систем, виготовлених малими серіями або взагалі в одиничних екземплярах. У подібних систем статистичні дані для створення зазначених норм відсутні. Для вирішення даної проблеми була розроблена інша методологія управління, яка виключає процедуру екстраполяції і дозволяє визначати напрацювання технічної системи до ремонту за результатами ідентифікації моделі, яка описує зміну в часі величини контрольованого параметра.

Результати. Розроблено методологію управління технічними системами, що забезпечує контроль їх поточного технічного стану на основі інформації про їх індивідуальний ресурс. Методологія була використана при контролі за поступовим погіршенням технічного стану гідротурбіни, що закінчилося її катастрофічним руйнуванням.

Висновки. Проведені розрахунки підтвердили працездатність запропонованої методології управління роботою технічних систем на основі прогнозування їх індивідуального ресурсу, що дозволяє рекомендувати її для використання на практиці при вирішенні завдань управління роботою складних технічних систем, запобігаючи тим самим їх аварії, які часто призводять до техногенних катастроф. Перспективи подальших досліджень будуть спрямовані на розробку прогностико-діагностичного комплексу, програмне забезпечення якого буде відображати алгоритм застосування розробленої методології прогнозування індивідуального ресурсу різноманітних по конструкції і призначенню технічних систем.

Ключові слова: управління, індивідуальний ресурс, програмний продукт, роторні системи, прогноз ресурсу, ідентифікація, тренд інформаційного сигналу, математична модель, період бездефектної роботи, стан піднаглядного обладнання.

Нагорный В. В.¹, Лавров Е. А.², Федотова Н. А.³, Кузнецов Е. Г.⁴

¹Канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры компьютерных наук секции информационных технологий проектирования, Сумский государственный университет, Сумы, Украина

²Д-р техн. наук, профессор кафедры компьютерных наук секции информационных технологий проектирования, Сумский государственный университет, Сумы, Украина

³Канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры компьютерных наук секции информационных технологий проектирования, Сумский государственный университет, Сумы, Украина

⁴Канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры компьютерных наук секции информационных технологий проектирования, Сумский государственный университет, Сумы, Украина

УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ НА ОСНОВЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИХ ИНДИВИДУАЛЬНОГО РЕСУРСА

Актуальность. Решена актуальная задача прогнозирования индивидуального ресурса разнообразных по конструкции и назначению технических систем.

Цель работы – разработка методологии управления работой сложных технических систем на основе прогнозирования их индивидуального ресурса.

Метод. Современные методы управления позволяют заранее принимать управленческие решения для предотвращения аварий и следующих за этим техногенных катастроф. Эти решения основываются на экстраполяции величины контролируемого сигнала до предельно допустимого по нормам уровня. Однако нормы составлены на основе средне статистических данных, которые могут только с определенной долей вероятности относиться к контролируемому образцу машины. Это является причиной ошибок при прогнозировании момента останковки данного образца на ремонт. Особенно актуальна эта проблема для сложных и ответственных технических систем, изготавливаемых малыми сериями или вообще в единичных экземплярах. У подобных систем статистические данные для создания

указанных норм отсутствуют. Для решения данной проблемы была разработана иная методология управления, которая исключает процедуру экстраполяции и позволяет определять наработку технической системы до ремонта по результатам идентификации модели, описывающей изменение во времени величины контролируемого параметра

Результаты. Разработана методология управления техническими системами, обеспечивающая контроль их текущего технического состояния на основе информации об их индивидуальном ресурсе. Методология была использована при контроле за постепенным ухудшением технического состояния гидротурбины, закончившегося ее катастрофическим разрушением.

Выводы. Проведенные расчеты подтвердили работоспособность предложенной методологии управления работой технических систем на основе прогнозирования их индивидуального ресурса, что позволяет рекомендовать ее для использования на практике при решении задач управления работой сложных технических систем, предотвращая тем самым их аварии, часто приводящие к техногенным катастрофам. Перспективы дальнейших исследований будут заключаться в разработке прогнозно-диагностического комплекса, программное обеспечение которого отражает алгоритм применения разработанной методологии прогнозирования индивидуального ресурса разнообразных по конструкции и назначению технических систем.

Ключевые слова: управление, индивидуальный ресурс, программный продукт, роторные системы, прогноз ресурса, идентификация, тренд информационного сигнала, математическая модель, период бездефектной работы, состояние поднадзорного оборудования.

REFERENCES

1. Ksendzov V. N., Dyko G. A., Murashko S. P. Forecasting the residual life of machine drives, *Reliability and quality control*, 1988, No. 10, pp. 18–24.
2. Haponen N. A., Ivanov G. P., Hudashin A. A. Prospects for the development of nondestructive testing, *Safety in industry*, 2001, No. 1, pp. 48–50.
3. Strelnikov V. P. Determination of the expected residual life at the DM-distribution, *Mathematical machines and systems*, 2000, No. 1, pp. 94–100.
4. Izermann R. Perspective methods of monitoring, detection and diagnostics of faults and their application, *Instruments and control systems*, 1998, No. 4, pp. 56–70.
5. Borisov Yu. S., Blagoveshchensky Yu. N., Dmitrichenko S. S. etc. Analysis of the applicability of the equations and investigation of the shape of the fatigue curve, *Factory laboratory. Diagnostics of materials*, 2000, No. 10, pp. 41–52.
6. Calculations and strength tests. Methods for calculating the characteristics of fatigue resistance. GOST 25.504-82. [Effective from 1983-07-01]. Moscow, Izdatel'stvo standartov, 1982, 80 p.
7. Kopnov V. A. Residual life, linear fatigue damage accumulation and optimal stopping, *Reliability Engineering and System Safety*, 1993, No. 40, pp. 319–325.
8. Brockwell P. J., Davis D. V. Introduction to Time Series and Forecasting. Springer-Verlag, 2002, 153 p.
9. Li C. J., Lee H. Gear fatigue crack prognosis using embedded model, gear dynamic model and fracture mechanics, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2005, No. 19, pp. 836–846.
10. Liao H. T., Elsayed E. A., Chan L. Y. Maintenance of continuously monitored degrading systems, *European Journal of Operational Research*, 2006, No. 175(2), pp. 821–835.
11. Lin D., Banjevic D., Jardine A. K. Using principal components in a proportional hazards model with applications in conditionbased maintenance, *Journal of the Operational Research Society*, 2006, No. 57, pp. 910–919.
12. Mechanical vibration of machines with operating speeds from 10 to 200 rev/c. Basis for specifying evaluation standards : ISO 2372. [Effective from 1974-11-01]. Geneva, ISO, 1974, 34 p.
13. Stephens I. Ralph. Metal Fatigue in Engineering, second ed. Sidney, John Wiley & Sons John Wiley & Sons, Inc, 2001, 496 p.
14. Claude E. Shannon, Warren Weaver The Mathematical Theory of Communication. Illinois, University of Illinois Press, 1963, 132 p.
15. Yakushev A. I., Vorontsov L. N., Fedotov N. M. Interchangeability, standardization and technical measurements, sixth ed. Moscow, Mashinostroyeniye, 1986, 352 p.

UDC 656.2

Turpak S. M.¹, Taran I. O.², Ostrohliad O. O.³

¹Dr. Sc., Associate Professor, Professor of the Department of Transport Technologies of Zaporizhzhia National Technical University, Zaporizhzhia, Ukraine

²Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Transport Management; State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnipro, Ukraine

³Postgraduate student, transport logistician at "Meta-Trans" Ltd, Zaporizhzhia, Ukraine

IMPROVEMENT OF A SYSTEM CONTROLLING A PROCESS OF RAILCARS UNLOADING IN THE CONTEXT OF CHANGES IN TEMPERATURE MODE WHILE OPERATING

Context. The problems of cost minimizing for the delivery of raw materials, fuel and materials, while meeting all the requirements of end user in terms of transportation, condition, quality and amount of the cargo, the compliance of the rolling stock with the equipment of unloading points, etc. are still the key problems of efficient transportation management. A problem to improve a system controlling a process of cargo operations performance at industrial enterprises during the cold season, when well-managed process is considerably complicated by the influence of stochastic fluctuations in the environmental temperature remains to be topical one. Delivery cost experiences significant increase due to the growth of power consumption for the cargo defrosting.

The objective of the paper is to improve a system controlling a process of railcars unloading in terms of expectations of the negative changes in the temperature mode owing to optimization of the railcars distribution among the unloading points by the criterion of the idle time minimization.

Method. Two temperature modes are singled out: standard operating mode in terms of positive temperatures and a mode of necessity to recover looseness of frozen cargos. The method of operative disbalance of incoming cargo flows has been developed to provide more rational distribution of cargos within cargo loading/unloading complexes during the periods of temperature changes being typical for Ukrainian climate. A new procedure to solve dynamic transportation problem with the varying intensity factor of incoming cargo flows in terms of time has been developed. A factor of minimum period for cargo operation has been proposed as an optimization criterion.

Results. Methodology has been developed basing upon a method of operative disbalance of incoming cargo flows. Experiments concerning the methodology application have been carried out to improve the system controlling the process of railcars unloading in terms of changes in temperature mode.

Conclusions. Analysis of the research results has shown that the proposed approach decreases significantly the idle time of the railcars in terms of temperature mode changes, reduces expenses connected with the railcars use as well as the expenses connected with the recovery cargo looseness and operation of locomotives.

Keywords: cargo flow, dynamic transportation problem, criterion of minimum time, disbalance of supply stock, optimum distribution.

NOMENCLATURE

A_i is the amount of the i^{th} cargo delivered per day;

$a_i, i \in I$ is the amount of the i^{th} cargo delivered to an enterprise;

B_j is a maximum supply to the j^{th} loading/unloading complex;

$b_j, j \in J$ is the amount of the cargo delivered to the j^{th} unloading complex of an enterprise;

N is a daily amount of possible supplies to a unloading complex;

t_{ij}^{cargo} is a standard time to unload one railcar loaded with the i^{th} cargo type at the j^{th} loading complex;

t^{cargo} is a total idle time of railcars being unloaded, hrs;

x_{ij}^p is the amount of the i^{th} cargo delivered to j^{th} loading complex in terms of the t^{th} delivery;

z_j^p is the efficiency of the j^{th} loading complex in terms of the i^{th} cargo delivery taking into consideration the number of the t^{th} delivery;

B_{idle} is a total cost of railcars being unloaded;

$B_{\text{idle}}^{\text{actual}}$ is an actual cost of idle time of railcars arrived to an enterprise per day;

$B_{\text{idle}}^{\text{calc}}$ is a calculated value of idle time of railcars arrived to an enterprise per day;

C_{idle} is a prime cost of one hour of idle time of a railcar, UAH;

E_{day} is a cost saving per idle time of railcars being unloaded.

INTRODUCTION

A problem concerning the development and application of new approaches to the organization as well as control of transportation and cargo handling at the enterprise is the priority to improve its efficiency. Loading operations at the industrial enterprises depend on physical state of certain bulk cargos. During cold season such cargoes freeze requiring additional investment of time and energy to recover their looseness.

Under the above conditions, methods of the transportation management and control foresee measures to use preventing means against freezing; besides the measures should be aimed at accumulation of cargo stocks at the warehouses of a consuming enterprise during warm season being favorable for loading/unloading operations, establishing of points to heat frozen cargos in railcars as well as the use of other means to provide smooth process of loading/unloading operations.

The objective of the research was the improvement of a system controlling the process of railcars unloading under the conditions of possible changes in temperature mode of operation at the expense of optimization of the railcars

distribution among the unloading points according to the criterion of idle time minimization.

The development of new methods for effective use of technical means involved in transportation and technological processes remains the topical research area.

1 PROBLEM STATEMENT

Suppose that X matrix with x_{ij}^p components is preset. The matrix is a set of the i^{th} cargoes delivered to j^{th} unloading complexes of the enterprise in terms of p^{th} feed according to transportation plan.

To describe the transportation problem, introduce following designations for coefficients and variables: $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$, a set of the indices of the cargo type; $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$, a set of indices for unloading complexes; $p \in P = \{1, 2, \dots, k\}$, a set of delivery number indices. Mathematical formulation of such transportation problem is (1):

$$F(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^k z_{ij}^p \cdot x_{ij}^p \rightarrow \min,$$

if $x_{ij}^p \geq 0; i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n; p = 1, 2, \dots, k$.

It is required to minimize the number of railcars being unloaded within the unloading complexes. To do that, one should minimize time losses connected with raw material unloading.

An index of minimum time required for loading/unloading operations may be used as optimization criterion.

2 REVIEW OF THE LITERATURE

Logistic approach as for the optimization of cargo delivery processes is rather common [1–5]. Formation of objectives to improve the efficiency in the form of transportation problem while optimizing transportation process is quite popular. It depends on a great number of efficient methods for its solution.

However, practice often faces such problems which formalization cannot result in classic scheme of transportation problem. Solution of such problems requires serious methodological background, development of models and methods for cost optimization, and, what is more important, the development of decision-making support systems on the basis [6].

In terms of real organizational processes of cargo delivery, the intensity of raw materials supply and its demand are usually random values. Under such conditions, calculating factors of efficiency (namely, transportation cost) are also random values, if we mean optimizing problem solving. Together with standard properties of linear programming problem, the specific features stipulate a number of its peculiarities [7]. While solving optimization problem concerning cargo transportation from suppliers to consumers, current approach, unlike traditional methods, takes into consideration, for instance, such a condition that transportation cost is a random value with a preset distribution density [8].

Solving multiindex distribution problems often results in such problems as great dimension of the initial data and multiparametric character of the optimization problem [9]. There are various approaches to certain solutions of the

problems [10–14]; a theory of solving multiindex problems of linear programming in general form has been developed [15]. The solution of the multiindex transportation problem can be obtained by the method of potential; nevertheless, implementation of the method is labour-intensive since it contains numerous iterations. To make the initial support plan for the multiindex problem of transportation logistics, it is proposed to use the null-transformation method of the initial value matrices [16].

There are three-index planar transportation problems with nonlinear cost functions [17]. Metaheuristic evolutionary algorithm is proposed for an approximate solution of the problems. The advantages of parallel search with several populations are in a higher rate of convergence and stability of the time required to obtain the solutions.

No methodology alone is fully adapted to implement the method of operational disbalance of input cargo flows. It is necessary to form new procedures to be based on common optimization algorithms.

3 MATERIALS AND METHODS

A process of railcars unloading depends on the environmental conditions. Single out standard operation mode at positive temperature and the mode of necessity to recover looseness (for freezing cargoes) at negative temperature. At the territory of Ukraine, cold season is characterized by frequent changes in temperature, and, accordingly, modes of railcars unloading.

Under such conditions, while waiting for the transition from the standard mode to the looseness recovery mode, unloading process optimization is possible by means of distribution of railcars among loading/unloading points according to the criterion of minimum time required for loading/unloading operations. The optimization relies upon the possibility to unload certain cargoes within several points. In this context, planned balance of warehouse stock as for the cargoes experiences certain disbalance, which can be recovered if temperature conditions improve and standard operation mode is applied. Fig.1 demonstrates the method

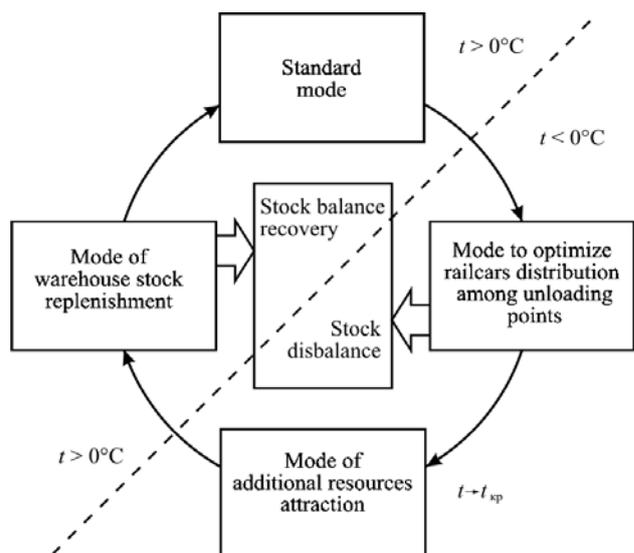


Figure 1 – Scheme of cargo loading/unloading processes performance under conditions of changes in temperature operation mode

of operational disbalance of incoming cargo flows using the scheme of cargo loading/unloading processes performance proposed by the paper.

Optimization process of railcars unloading. To optimize the unloading process by means of correction of planned distribution of railcars among loading/unloading complexes, one can use a new procedure based on traditional methods of transportation problem solution (formula (1)).

Fig. 2 demonstrates graphical representation of the transportation problem.

Description of the optimization procedure for the process of railcars unloading in terms of small transportation systems of enterprises. For the enterprises with small amounts of raw material delivery (up to 100 railcars per day), the number of deliveries for a certain unloading complex is limited; it is convenient to present the transportation problem in an expanded form.

To do this, the “Unloading complex” column is divided into additional columns which number depends on the number of deliveries per each loading complex. As for each of the complexes, determine daily number of possible deliveries using formula (2):

$$N = \left\lceil \frac{A_i}{B_j} \right\rceil. \quad (2)$$

It should be taken into consideration that in the majority of cases the last delivery will be “incomplete”; thus, determine its dimension using formula (3):

$$B_j^{last} = A_i - B_j(N-1). \quad (3)$$

For the first delivery series, z_{ij}^1 value is taken as:

$$z_{ij}^1 = t_{ij}^{cargo},$$

Following cargo delivery should involve time spent to unload railcars from the first delivery:

$$z_{ij}^2 = t_{ij}^{cargo} + t_{ij}^{cargo} \cdot B_j.$$

Similarly, one can calculate z_{ij}^p value for any number of deliveries (4):

$$z_{ij}^p = t_{ij}^{cargo} (1 + B_j(N-1)). \quad (4)$$

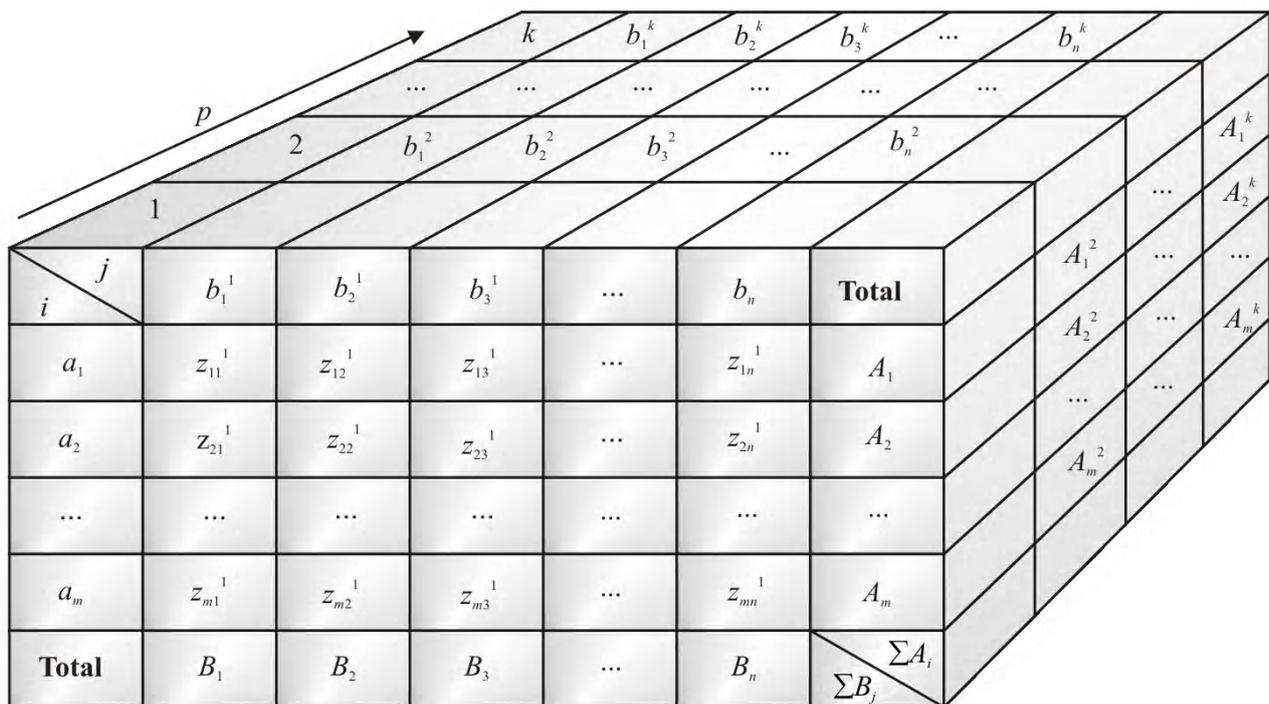


Figure 2 – General arrangement of the transportation problem taking into account delivery number

Table 1 – Cargo distribution for small transportation systems

Complex	b_1				b_2				...	b_n				
Cargo	b_1^1	b_1^2	...	b_1^k	b_2^1	b_2^2	...	b_2^k		b_n^1	b_n^2	...	b_n^k	
a_1	z_{11}^1	z_{11}^2	...	z_{11}^k	z_{12}^1	z_{12}^2	...	z_{12}^k		z_{1n}^1	z_{1n}^2	...	z_{1n}^k	A_1
a_2	z_{21}^1	z_{21}^2	...	z_{21}^k	z_{21}^1	z_{22}^2	...	z_{22}^k		z_{2n}^1	z_{2n}^2	...	z_{2n}^k	A_2
...
a_m	z_{m1}^1	z_{m1}^2	...	z_{m1}^k	z_{m2}^1	z_{m2}^2	...	z_{m2}^k		z_{mn}^1	z_{mn}^2	...	z_{mn}^k	A_m
	B_1	B_1	...	B_1^{last}	B_2	B_2	...	B_2^{last}		B_n	B_n	...	B_n^{last}	
	$B_1(N-1) + B_1^{last}$				$B_2(N-1) + B_2^{last}$...	$B_n(N-1) + B_n^{last}$				

Description of the optimization procedure for the process of railcars unloading in terms of large transportation systems of enterprises. Large enterprises require constant delivery of raw materials for the continuous production. Such enterprises have more complicated transportation systems; thus, it is rather difficult to determine in advance the required number of deliveries and sometimes it is even impossible.

Transportation problem consisting of p -number of blocks depending on each other is proposed for such cases. Each of the blocks is a transportation problem for a separate delivery series. The initial data for the first delivery series are the cargo volumes arriving per the estimated period of time, maximum delivery amount per each unloading complex and the time required to unload one railcar in accordance with the capacity of each complex.

A_i value is assumed as that being equal to the total number of railcars with a certain cargo delivered to the enterprise. Since B_j value is taken as the number of railcars within one delivery, it is obvious that A_i sum will exceed significantly B_j sum. Optimum plan of the problem will be singular one, i.e. not all cargo will be unloaded within loading/unloading complexes. Consequently, for the following delivery series, A_i value will be equal to the number of the railcars remaining after the previous delivery, etc., until the whole cargo is distributed among loading/unloading complexes.

z_{ij}^1 value for the first delivery series is assumed as that to be equal to the period required to unload one railcar with certain cargo within the corresponding complex. For all subsequent delivery series, z_{ij}^p value is found using formula (5):

$$z_{ij}^p = t_{ij}^{cargo} + t_{ij}^{cargo} \cdot B_j^1 + t_{ij}^{cargo} \cdot B_j^2 + \dots + t_{ij}^{cargo} \cdot B_j^k. \quad (5)$$

As a result, we obtain a transportation problem which general form is represented in Fig. 3.

4 EXPERIMENTS

To demonstrate implementation of the procedure optimizing a process of the railcars unloading, consider the application of the method for such transportation problem solving in terms “Zaporizhstal” integrated works.

Basic freezing cargoes (i.e. ore, coal, coke and limestone in hoppers and open box cars) arrive to five basic unloading complexes: Aglofabryka station, “Bunkery” park (railway lines #2 and #4), Rudna station, Vuhilna station, and Pidbirkova station. In this context, some of them can be unloaded only within one complex (ore and coal) while the rest are distributed among several complexes.

Each of the unloading complexes has different capacities. Unloading duration within certain complex depends on the delivered cargo type. Moreover, it should be taken into consideration that certain cargoes should be delivered only to certain complexes.

It is necessary to minimize the time spent for raw materials unloading.

The initial table of the transportation problem can be represented as follows (Table 2).

Since the amount of stock (volumes of cargo deliveries) is not equal to the sum of the demand (the delivery amount in terms of loading/unloading complexes), than the obtained transportation problem is open one. To solve the problem it is necessary to transform it into a closed one. To do this, introduce a theoretic consumer (loading/unloading complex) for excessive cargo amount.

Obtain optimum plan for the first delivery series cargo distribution within loading/ unloading complexes:

- “Bunkery” park, railway line #2 – 9 railcars with coke (0.43 hrs/railcar);
- “Bunkery” park, railway line # 4 – 9 hoppers with limestone (0.07 hrs/railcar);

					Unloading complex Cargo	b_1^k	b_2^k	b_3^k	...	b_n^k	Total			
				Unloading complex Cargo	Total	A_1^k			
			Unloading complex Cargo	Unloading complex Cargo	b_1^3	b_2^3	b_3^3	...	b_n^3	Total	...	A_2^k		
		Unloading complex Cargo	Unloading complex Cargo	Unloading complex Cargo	b_1^2	b_2^2	b_3^2	...	b_n^2	Total	A_1^3	
Unloading complex Cargo	b_1^1	b_2^1	b_3^1	...	b_n^1	Total	A_1^2	A_2^3	...	A_m^k				
a_1	z_{11}^1	z_{12}^1	z_{13}^1	...	z_{1n}^1	A_1^1	A_2^2	ΣA_i
a_2	z_{21}^1	z_{22}^1	z_{23}^1	...	z_{2n}^1	A_2^1	A_m^3	ΣB_j	ΣA_i
...	A_m^2	ΣB_j	ΣA_i
a_m	z_{m1}^1	z_{m2}^1	z_{m3}^1	...	z_{mn}^1	A_m^1	ΣA_i	ΣB_j	ΣA_i
Total	B_1	B_2	B_3	...	B_n	ΣA_i	ΣB_j	ΣA_i

Figure 3 – General arrangement of transportation problem for transportation systems of metallurgical enterprises with continuous production process

Table 2 – The initial table of the transportation problem of freezing cargos delivery to a metallurgical enterprise

Cargo	Loading/unloading complex					Total
	“Bunkery” railway line #2	“Bunkery” railway line #4	Rudna station	Vuhilna station	Pidbirkova station	
Ore	–	–	0.06	–	–	137
Coal	–	–	0.06	0.06	–	17
Limestone in open box cars	–	–	–	–	0.32	23
Limestone in hoppers	–	0.07	–	–	0.07	37
Coke	0.43	–	0.06	–	–	74
Total	9	9	15	14	9	288
			56			

- Rudna station – 15 railcars with ore (0.06 hrs/railcar);
- Vuhilna station – 14 railcars with coal (0.06 hrs/railcar);
- Pidbirkova station – 9 hoppers with limestone (0.07 hrs/railcar).

Minimum time spent to unload the first delivery series is:

$$F(x) = 0.06 \cdot 15 + 0.06 \cdot 14 + 0.07 \cdot 9 + 0.07 \cdot 9 + 0.43 \cdot 9 = 6.87 \text{ hrs.}$$

As it is understood, the optimum plan is singular one as not the whole amount of cargo has been distributed. Thus, the rest of the cargo is transferred to following transportation problem of the second delivery series as A_i value, and the unloading period per one railcar (z_{ij}^2 value) is calculated using formula (5) taking into account cargo type and the unloading complex capacity (Fig. 4).

Similarly, all following delivery series are distributed until all the cargos are unloaded within the loading/unloading complexes.

5 RESULTS

Result of the dynamic transportation problem solving will help obtain optimum distribution of cargo deliveries to the unloading complexes:

- 9 coke series (8 of them are 9 railcars, and 1 is 2 railcars) will be delivered to Agglofabryka station, “Bunkery” park, railway line #2;
- 3 limestone series (2 of them are 9 railcars, and 1 is 1 railcars) will be delivered to Agglofabryka station, “Bunkery” park, railway line #4;

Initial table of transportation problem for the second delivery series

Unloading complex	“Bunkery” railway lines №2	“Bunkery” railway lines №4	Rudna station	Vuhilna station	Pidbirkova station	The rest	Total
Ore			0.06 [15]			122	137
Coal				0.06 [14]		3	17
Limestone in open box cars						23	23
Limestone in hoppers		0.07 [9]			0.07 [9]	19	37
Coke	0.43 [9]					65	74
Total	9	9	15	14	9	232	288

Optimum plan to distribute cargos within complexes of the first delivery series

Figure 4 – Calculation of the data and formation of the initial table for the transportation problem of the second delivery series

- 10 ore series (9 of them are 15 railcars, and 1 is 2 railcars) will be delivered to Rudna station;
- Vuhilna station will get 2 coal series (14 railcars and 3 railcars).
- 2 series of limestone in hoppers (9 railcars each) and 3 series of limestone in open box cars (2 series of 9 railcars and 1 series of 5 railcars) will be delivered to Pidbirkova station.

Table 3 contains total minimum time spent to unload all delivery series involving unloading complex as well as comparison of the obtained values with the actual ones.

The difference in the number of railcars within loading/unloading complexes in the actual and calculated variant is insignificant. The difference can be easily added in a less

strenuous period, i.e. if the temperature conditions improve, when it will not be necessary to heat the cargos. Thus, one can assume that the requirements of all unloading complexes are met.

The difference between the actual and calculated idle time of railcars within the determined loading/unloading complexes is shown in Fig. 5.

The method cannot take into consideration the fact that under the conditions of continuous production period new cargos can arrive even before previous cargos were distributed and unloaded. The factor may affect significantly the capacity of loading/unloading complexes as well as the distribution of delivery series within the complexes. Therefore, in future it is planned to improve the optimization method of railcars unloading process.

Table 3 – Comparison of the obtained calculated values with the actual ones

Unloading complex	Actual values			Calculated values		
	Number of railcars	Number of deliveries	Total idle time, hrs	Number of railcars	Number of feeds	Total idle time, hrs
“Bunkery”, railway line #2	72	12	312.08	74	9	280.36
“Bunkery”, railway line #4	15	6	51.25	19	3	11.41
Rudna station	140	15	136.58	137	10	121.74
Vuhilna station	16	2	18.67	17	2	12.3
Pidbirkova station	45	14	110.33	45	5	71.18
Total	288	49	628.92	288	29	496.99

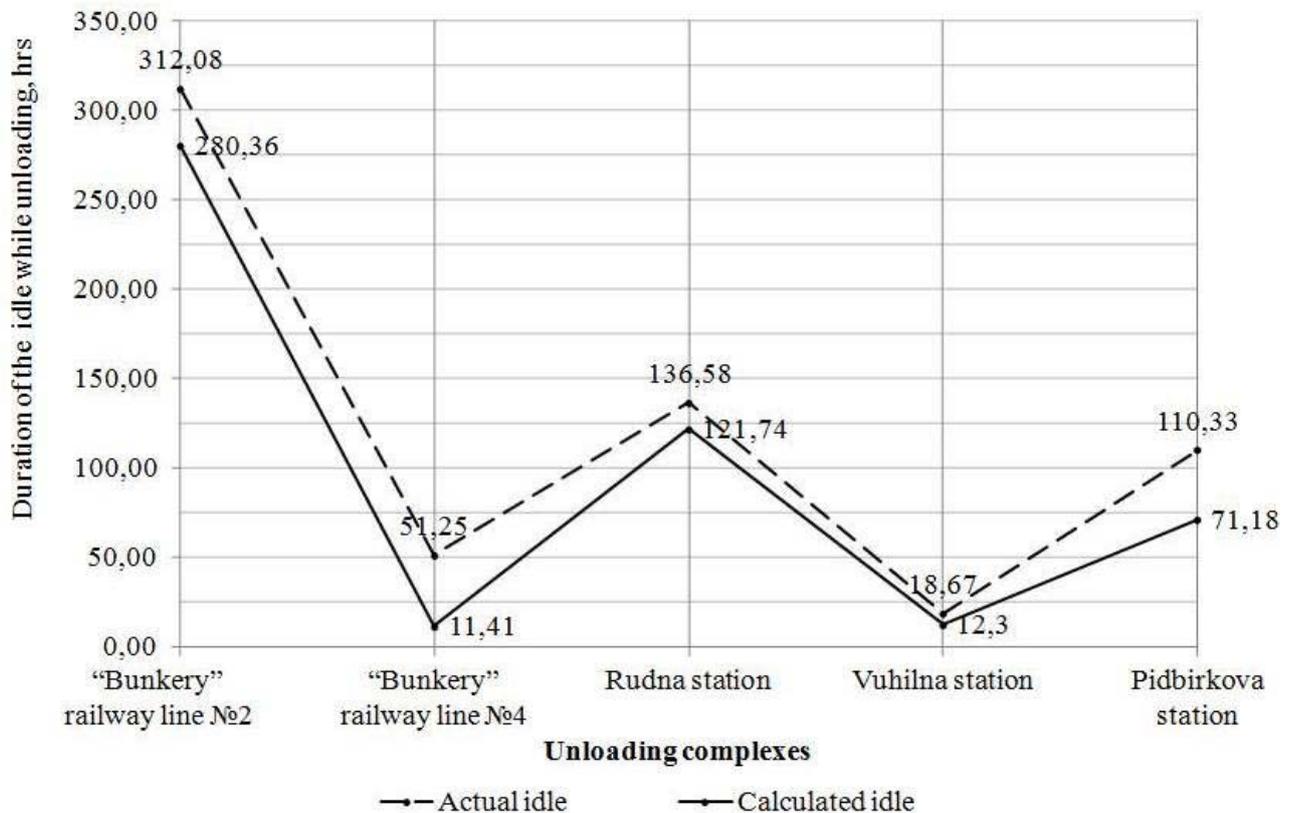


Figure 5 – Curves of changes in railcars idle period within loading/unloading complexes

Total cost of idle time of the railcars being unloaded is determined using formula (6):

$$B_{idle} = t_{cargo} \cdot C_{idle}. \quad (6)$$

Cost of one hour of railcar idle time at “Zaporizhstal” PJSC as of January 2015 was 12.04 UAH/hour.

Therefore, the cost of idle time of the railcars arrived at the enterprise during 6 January 2015 actually was:

$$B_{idle}^{actual} = 12.04 \cdot 628.92 = 7572.16 \text{ UAH}.$$

Application of the above method of railcars distribution will help reduce the cost of idle time of those very railcars:

$$B_{idle}^{calc} = 12.04 \cdot 496.99 = 5983.76 \text{ UAH}.$$

Determine the cost savings in idle time of the railcars being unloaded and the railcars arrived within a day (7):

$$E_{day} = B_{idle}^{actual} - B_{idle}^{calc}. \quad (7)$$

$$E_{day} = 7572.16 - 5983.76 = 1588.4 \text{ UAH}.$$

6 DISCUSSION

Owing to more rational distribution of railcars according to the deliveries involving the capacity of loading/unloading complexes, the number of deliveries has experienced significant reduction. That makes it possible to shorten idle time of the railcars during when transportation system of an enterprise is overloaded. Cost savings can account for UAH 1.588,4 (21%) when the method is applied.

Average idle time of the railcars depended upon the necessity to heat cargos during cold season is 2 hours. Taking into consideration the number of days with a temperature differential, annual effect can be up to UAH 1500000 per year considering the reduction of expenditures connected with defrosting of cargos if it is required.

The proposed method does not take into account the necessity to recover the balance of incoming cargo flows and the replenishment of disbalanced warehouse stock; thus, it requires further improvement to obtain more accurate results and efficiency indices.

CONCLUSIONS

The paper has solved the burning problem concerning the improvement of a system controlling a process of railcars unloading in terms of expectations of the negative changes in the temperature mode owing to optimization of the railcars distribution among the unloading points by the criterion of the idle time minimization.

Scientific novelty of the research is that the innovative method of operational disbalance of incoming cargo flows has been proposed. The method makes it possible to organize more efficient operation loading/unloading complexes of an industrial enterprise, to shorten railcars idle time under the condition of frequent temperature changes during cold season.

A procedure to optimize a process of railcars unloading for small transportation systems of enterprises for short-time period has been proposed. The procedure solves dynamic transportation problem by means of its reducing to a common form.

A procedure optimizing a process of railcars unloading for large transportation systems of enterprises has been proposed. The procedure involves the dynamic transportation problem solving with time varying factor of intensity of incoming cargo flows.

Practical importance of the obtained results is as follows: at the expense of the use of operational disbalance of incoming cargo flows and procedures optimizing unloading process during cold season, optimization of transportation system functioning is performed according to the criterion of minimum railcars driveway time during unloading operations; that helps cut the cost for railcars use by 21%. Annual saving is up to UAH 1500000.

Prospects for the future research is to determine the effectiveness of the proposed method taking into consideration the reduction of idle time of railcars before their unloading and involving the replenishment of warehouse stock during transition period from the mode of unloading process optimization (when negative temperatures are forecasted) to the standard operational mode.

ACKNOWLEDGMENTS

The research has been carried out as the part of research and development project 02015 “Improvement of transportation and transportation and technological systems of Zaporizhzhia region” of the Department of Transportation Technologies of Zaporizhzhia National Technical University.

REFERENCES

1. Van der Aalst W. M. P. *Logistics: A Systems Oriented Approach.* / W. M. P. Van der Aalst // *Proceedings of Third International Working Conference on Dynamic Modeling of Information Systems.* – 1992. – P. 169–190.
2. Taha H. A. *Operations Research: An Introduction* / H. A. Taha. – Prentice Hall, 2006. – 838 p.
3. Nunez A. *Hybrid Predictive Control for Dynamic Transport Problems.* / A. Nunez, D. Saez. – Springer Verlag London, 2013. – 169 p.
4. Stocchetti A. *Supply chain management in industrial production. A retrospective view* / A. Stocchetti, E. Scattola // *MPRA Paper, University Library of Munich, Germany.* – 2011. – 1(09). – P. 45–66.
5. Stock G. N. *Enterprise logistics and supply chain structure: the role of fit* / G. N. Stock, N. P. Greis, J. D. Kasarda // *Journal of Operations Management.* – 2000. – 18. – P. 531–547.
6. Косенко О. В. *Модель управления на основе решения несимметричных транспортных задач* / О. В. Косенко, И. В. Пушнина // *Известия Южного федерального университета. Технические науки.* – 2013. – № 2 (139). – С. 175–180.
7. Раскин Л. Г. *Многоиндексные задачи линейного программирования (теория, методы, приложения)* / Л. Г. Раскин, И. О. Кириченко. – М.: Радио и связь, 1982. – 240 с.
8. Дунаевская О. И. *Задача транспортной логистики со случайной стоимостью перевозок* / О. И. Дунаевская, Л. Г. Раскин // *Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета.* – 2007. – № 37. – С. 87–89.
9. Косенко О. В. *Повышение эффективности методов решения многоиндексных задач распределения ресурсов* / О. В. Косенко // *Известия ЮФУ. Технические науки.* – 2016. – № 4 (177). – С. 73–81.
10. Нечитайло Н. М. *Транспортная задача по критерию минимума общего времени с учетом потерь на промежуточную обработку ресурсов* / Н. М. Нечитайло // *Известия высших учеб-*

- ных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия : естественные науки. – 2003. – № 3. – С. 11–14.
11. Осыкина Ю. А. Многокритериальная транспортная задача с разрывной целевой функцией / Ю. А. Осыкина, Г. Д. Чернышова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: системный анализ и информационные технологии. – 2008. – № 2. – С. 10-12.
 12. Котенко И. А. Транспортная задача линейного программирования на орграфе состояний системы массового обслуживания / И. А. Котенко, Е. Д. Шикина, С. Д. Туровец // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды десятой всероссийской научной конференции с международным участием: в 3-х томах. – 2016. – С. 133–135.
 13. Александров А. Э. Стохастическая постановка динамической транспортной задачи с задержками с учетом случайного сброса времени доставки и времени / А. Э. Александров, Н. В. Якушев // Управление большими системами : сборник трудов. – 2006. – Вып. 12–13. – С. 5–14.
 14. Бочкарев А. А. Теория и методология процессного подхода к моделированию и интегрированному планированию цепи поставок: автореф. дис. ... д-ра эконом. наук: 09.09.09 / А. А. Бочкарев. – Санкт-Петербург: ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный инженерно-экономический университет», 2009. – 39 с.
 15. Юдин Д. Б. Задачи и методы линейного программирования / Д. Б. Юдин, Е. Г. Гольштейн. – М. : Сов. радио, 1961. – 364 с.
 16. Получение начального опорного плана многоиндексной задачи транспортной логистики / [Е. Б. Ахизер, О. А. Гелярская, О. И. Дунаевская, Н. Т. Процай] // Радиоэлектроника и информатика. – 2014. – № 2 (65). – С. 16-18.
 17. Пересветов В. В. Приближенное решение трехиндексных планарных нелинейных транспортных задач / В. В. Пересветов // Вестник ТОГУ. Информатика, вычислительная техника и управление. – 2015. – № 2(37). – С. 113–120.
- Article was submitted 20.07.2017.
After revision 01.11.2017.

Турпак С. М.¹, Таран І. О.², Острогляд О. О.³

¹Д-р техн. наук, доцент, професор кафедри транспортних технологій Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна

²Д-р техн. наук, професор, професор кафедри управління на транспорті, ДВНЗ «Національний гірничий університет», Дніпро, Україна

³Спешукач, логіст по транспорту ТОВ «Мета-Транс», Запоріжжя, Україна

УДОСКОНАЛЕННЯ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ РОЗВАНТАЖЕННЯ ВАГОНІВ В УМОВАХ ЗМІНИ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ РОБОТИ

Актуальність. Головними задачами ефективного управління на транспорті залишаються завдання мінімізації витрат на доставку сировини, палива та матеріалів за умов дотримання всіх вимог кінцевого споживача щодо термінів перевезень, стану, якості та кількості вантажу, відповідності рухомого складу обладнанню вантажоприймальних пунктів та ін. Серед цих завдань актуальною є задача удосконалення системи управління процесом виконання вантажних робіт на промислових підприємствах в холодний період року, коли відрегульований процес виконання вантажних робіт значним чином ускладнюється під впливом стохастичних коливань температури навколишнього середовища. Вартість доставки суттєво збільшуються через зростання витрати енергоносіїв на розморожування вантажів.

Мета роботи – удосконалення системи управління процесом розвантаження вагонів в умовах очікування негативних змін температурного режиму роботи за рахунок оптимізації розподілу вагонів по пунктах вивантаження за критерієм мінімізації часу простою.

Метод. Виділено звичайний режим роботи при позитивних показниках температури та режим необхідності відновлення сипкості вантажів, які змерзаються. Розроблено метод оперативного дисбалансу вхідних вантажопотоків, який забезпечує більш раціональний розподіл вантажів по вантажним фронтам в періоди зміни температурних режимів, який є характерним для клімату України. Була розроблена нова процедура розв'язку динамічної транспортної задачі зі змінним фактором інтенсивності вхідних вантажопотоків за часом. В якості критерію оптимізації запропоновано показник мінімального часу виконання вантажних операцій.

Результати. На основі методу оперативного дисбалансу вхідних вантажопотоків розроблено методику та проведено експерименти по її застосуванню для удосконалення системи управління процесом розвантаження вагонів в умовах зміни температурного режиму роботи.

Висновки. Аналіз результатів досліджень показав, що при запропонованому підході значно скорочується простій вагонів в умовах зміни температурних режимів, зменшуються витрати на плату за користування вагонами, на відновлення сипкості вантажу та експлуатацію локомотивів.

Ключові слова: вантажопотік, динамічна транспортна задача, критерій мінімального часу, порушення балансу запасів, оптимальний розподіл.

Турпак С. Н.¹, Таран І. А.², Острогляд Е. А.³

¹Д-р техн. наук, доцент, професор кафедри транспортних технологій Запорізького національного технічного університету, Запоріжжя, Україна

²Д-р техн. наук, професор, професор кафедри управління на транспорті, ДВНЗ «Національний горний університет», Дніпро, Україна

³Соискатель, логист по транспорту ООО «Мета-Транс», Запоріжжя, Україна

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ВЫГРУЗКИ ВАГОНОВ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ

Актуальность. Главными задачами эффективного управления на транспорте остаются задачи минимизации затрат на доставку сырья, топлива и материалов при условии соблюдения всех требований конечного потребителя по срокам перевозок, состоянию, качества и количества груза, соответствия подвижного состава оборудованию грузоприемных пунктов и др. Среди этих задач актуальной является задача совершенствования системы управления процессом выполнения грузовых работ на промышленных предприятиях в холодный период года, когда отрегулированный процесс выполнения грузовых работ в значительной степени осложняется под влиянием стохастических колебаний температуры окружающей среды. Стоимость доставки существенно увеличиваются из-за роста расхода энергоносителей на размораживание грузов.

Цель работы – совершенствование системы управления процессом разгрузки вагонов в условиях ожидания негативных изменений температурного режима работы за счет оптимизации распределения вагонов по пунктам выгрузки по критерию минимизации времени простоя.

Метод. Выделены обычный режим работы при положительных показателях температуры и режим необходимости восстановления сыпучести смерзающихся грузов. Разработан метод оперативного дисбаланса входящих грузопотоков, который обеспечивает более рациональное распределение грузов по грузовым фронтам в периоды смены температурных режимов, что характерно для климата Украины. Была разработана новая процедура решения динамической транспортной задачи с переменным фактором интенсивности входящих грузопотоков по времени. В качестве критерия оптимизации предложен показатель минимального времени выполнения грузовых операций.

Результаты. На основе метода оперативного дисбаланса входящих грузопотоков разработана методика и проведены эксперименты по ее применению для усовершенствования системы управления процессом разгрузки вагонов в условиях изменения температурного режима работы.

Выводы. Анализ результатов исследований показал, что при предложенном подходе значительно сокращается простой вагонов в условиях изменения температурных режимов, уменьшаются расходы на плату за пользование вагонами, на восстановление сыпучести груза и эксплуатацию локомотивов.

Ключевые слова: грузопоток, динамическая транспортная задача, критерий минимального времени, нарушение баланса запасов, оптимальное распределение.

REFERENCES

1. Van der Aalst W. M. P. Logistics: A Systems Oriented Approach, *Proceedings of Third International Working Conference on Dynamic Modeling of Information Systems*, 1992, pp. 169–190.
2. Taha H. A. Operations Research: An Introduction. Prentice Hall, 2006, 838 p.
3. Nunez A., Saez D. Hybrid Predictive Control for Dynamic Transport Problems. Springer Verlag London, 2013, 169 p.
4. Stocchetti A., Scattola E. Supply chain management in industrial production. Aretrospective view, *MPRA Paper, University Library of Munich, Germany*, 2011, 1(09), pp. 45–66.
5. Stock G. N., Greis N. P., Kasarda J. D. Enterprise logistics and supply chain structure: the role of fit, *Journal of Operations Management*, 2000, 18, pp. 531–547.
6. Kosenko O. V., Pushnina I. V. Model' upravlenija na osnove reshenija nesimmetrichnyh transportnyh zadach, *Izvestija Juzhnogo federal'nogo universiteta. Tehnicheskie nauki*, 2013, No. 2 (139), pp. 175–180.
7. Raskin L. G., Kirichenko I. O. Mnogoindeksnye zadachi linejnogo programmirovaniya (teorija, metody, prilozhenija). Moscow, Radio i svjaz', 1982, 240 p.
8. Dunaevskaja O. I., Raskin L. G. Zadacha transportnoj logistiki so sluchajnoj stoimost'ju perevozok, *Vestnik Har'kovskogo nacional'nogo avtomobil'no-dorozhnogo universiteta*, 2007, No. 37, pp. 87–89.
9. Kosenko O. V. Povyshenie jeffektivnosti metodov reshenija mnogoindeksnyh zadach raspredelenija resursov, *Izvestija JuFU. Tehnicheskie nauki*, 2016, No. 4 (177), pp. 73–81.
10. Nechitajlo N. M. Transportnaja zadacha po kriteriju minimuma obshhego vremeni s uchetom poter' na promezhutochnuju obrabotku resursov, *Izvestija vysshih uczebnyh zavedenij. Severo-Kavkazskij region. Serija: estestvennye nauki*, 2003, No. 3, pp. 11–14.
11. Osykina Ju. A., Chernyshova G. D. Mnogokriterial'naja transportnaja zadacha s razryvnoj celevoj funkciej, *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii*, 2008, No. 2, pp. 10–12.
12. Kotenko I. A., Shikina E. D., Turovec S. D. Transportnaja zadacha linejnogo programmirovaniya na orgrafe sostojanij sistemy massovogo obsluzhivaniya, *Matematicheskoe modelirovanie i kraevye zadachi. Trudy decjatoj vserossijskoj nauchnoj konferencii s mezhdunarodnym uchastiem: v 3-h tomah*, 2016, pp. 133–135.
13. Aleksandrov A. Je., Jakushev N. V. Stohasticheskaja postanovka dinamičeskoj transportnoj zadachi s zaderzhkami s uchetom sluchajnogo razbroza vremeni dostavki i vremeni, *Upravlenie bol'shimi sistemami: sbornik trudov*, 2006, Vyp. 12–13, pp. 5–14.
14. Bochkarev A. A. Teorija i metodologija processnogo podhoda k modelirovaniju i integrirovannomu planirovaniju cepi postavok: avtoref. dis. ... d-ra jekonom. nauk: 09.09.09. Sankt-Peterburg, GOU VPO «Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj inzhenerno-jekonomicheskij universitet», 2009, 39 p.
15. Judin D. B., Gol'shtejn E. G. Zadachi i metody linejnogo programmirovaniya. Moscow, Sov. radio, 1961, 364 p.
16. Ahiezer E. B., Geljarovskaja O. A., Dunaevskaja O. I., Procaj N. T. Poluchenie nachal'nogo opornogo plana mnogoindeksnoj zadachi transportnoj logistiki, *Radiojelektроника i informatika*, 2014, No. 2 (65), pp. 16–18.
17. Peresvetov V. V. Priblizhennoe reshenie trehindeksnyh planarnyh nelinejnyh transportnyh zadach, *Vestnik TOGU. Informatika, vychislitel'naja tehnika i upravlenie*, 2015, No. 2(37), pp. 113–120.

¹Аспирант кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій і метрології Українського державного хіміко-технологічного університету, Дніпр, Україна

²Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій і метрології Українського державного хіміко-технологічного університету, Дніпр, Україна

СТАТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РЕКТИФИКАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДВИЖНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Актуальность. Решена актуальная задача многокритериальной статической оптимизации процессов ректификации с использованием подвижных управляющих воздействий, которые заключаются в изменении места ввода сырья в колонну, а также исследована эффективность их использования при различных статических режимах процесса.

Цель работы – повышение производительности процесса ректификации и снижение энергетических затрат на его ведение путем использования при управлении процессом подвижных управляющих воздействий и многокритериального подхода к расчету их оптимальных величин.

Метод. Предложены методы расчета оптимальной тарелки питания совместно с расчетами оптимальных величин традиционных управляющих воздействий – расхода пара в куб колонны и выхода целевого продукта – на основании критериев максимизации производительности и минимизации энергозатрат с использованием нормализованного критерия оптимизации. Расчеты проводятся с использованием нелинейной математической модели процесса, описывающей процессы тепло- и массообмена на каждом контактном устройстве установки. Расчет оптимальной точки на границе рабочей области ректификационной колонны в координатах традиционных управляющих воздействий предложено вести методом секущих. Так как величина искомого подвижного управляющего воздействия может принимать только дискретные, целочисленные значения, то для решения оптимизационной задачи предложен метод сканирования.

Результаты. Разработанный оптимизационный метод использовался для расчетов оптимальных статических режимов ректификационной колонны для разделения смеси метанол-вода при изменении значений параметров модели в широких пределах. Доказана экстремальная зависимость от величины подвижного управляющего воздействия как частных критериев, так и нормализованного критерия оптимизации. Результаты моделирования показали, что достигаемое использованием подвижных управляющих воздействий повышение производительности составляет 1–5% при экономии тепла в кубе колонны на 6–8%.

Выводы. Проведенные исследования доказали эффективность многокритериального подхода к решению задачи статической оптимизации процессов ректификации с использованием подвижных управляющих воздействий, что позволяет использовать его на практике. Предложенные методы статической оптимизации применимы для процессов многокомпонентной, сложной ректификации. Дальнейшие исследования в данном направлении заключаются в разработке методов и алгоритмов статической оптимизации процессов ректификации с использованием непрерывных подвижных управляющих воздействий, подвижных воздействий с двумя степенями свободы, в моделировании переходных процессов в ректификационных колоннах при подвижном управлении.

Ключевые слова: процесс ректификации, подвижное управление, многокритериальная статическая оптимизация.

НОМЕНКЛАТУРА

D – мольный расход дистиллята, кмоль/ч;
 F – мольный расход питания, кмоль/ч;
 L – мольный расход жидкой фазы, кмоль/ч;
 N_f – номер тарелки питания;
 P – давление, МПа;
 Q – расход тепла, кДж/ч;
 t – температура, °С;
 V – мольный расход паровой фазы, кмоль/ч;
 x – мольная концентрация компонента в жидкой фазе, кмоль/кмоль;
 y – мольная концентрация компонента в паровой фазе, кмоль/кмоль;
 β – коэффициент массоотдачи, кмоль/(м²·ч);
 ε – точность расчетов;
 η – эффективность контактного устройства по Мерфри;
 λ – нормализованный критерий оптимизации;
 Нижние индексы:
 d, D – параметры дистиллята;
 f – параметры питания;
 fl – параметры флегмы;
 i – рассматриваемый компонент смеси;

j – рассматриваемая тарелка;
 \min, \max – граничные условия;
 nz – целевой компонент смеси;
 opt – оптимальные условия;
 Q – расход тепла;
 w – параметры кубового остатка;
 $t_{кип}$ – температура кипения.

ВВЕДЕНИЕ

Значительное число технологических схем во многих отраслях промышленности включают в себя процесс ректификации, использующийся для разделения однородных жидких смесей на различных стадиях переработки сырья. Несмотря на многие особенности и сложности, связанные с управлением данным процессом, широкое распространение ректификации подчеркивает её незаменимость в настоящее время.

Большинство научных работ, исследующих как технологические основы, так и подходы к автоматическому управлению ректификационными аппаратами, направлено на снижение значительных энергозатрат, необходимых для осуществления процесса разделения [1]. Необходимость обеспечения непрерывного парового потока в колонне ставит эксплуатационные затраты определяющими перед капитальными, а, значит, особенно важно

внедрение систем автоматического управления, которые позволяют вести процессы ректификации оптимальным образом.

Однако оптимальное управление ректификационной колонной представляет собой сложную инженерную задачу вследствие большого числа регулируемых параметров, их взаимосвязи и распределенности в пространственной области аппарата, а также значительного времени запаздывания и инерционности каналов управления. Аналитическое описание динамики процесса в общем случае состоит из нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, общее число которых может составлять несколько тысяч. С другой стороны, высокая инерционность ректификационных колонн позволяет отказаться от описания динамики процесса в пользу более простых статических моделей, и именно статическая оптимизация дает основную составляющую экономического эффекта от внедрения систем управления [2].

Названные особенности ректификационных установок как объектов управления обуславливают актуальность задачи статической оптимизации процессов ректификации и применения при этом новых подходов к автоматическому управлению распределенными объектами.

Анализ существующих решений в области управления и оптимизации статических режимов работы ректификационных колонн показал, что управляющие воздействия на процесс наносятся традиционным способом – путем изменения материальных или энергетических потоков, поступающих в установку [3]. Однако при управлении таким существенно распределенным объектом это не позволяет раскрыть все его потенциальные возможности.

В последние годы для объектов с распределенными параметрами успешно применяются системы подвижного управления [4]. Появление новой степени свободы – возможности выбора закона движения в пространстве источников вещества и/или энергии – дает положительный эффект [5, 6] и требует дальнейших исследований.

Цель работы – разработка метода расчета оптимальных величин подвижных управляющих воздействий, обеспечивающих при управлении ректификационными колоннами наилучшие экономические показатели процесса.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Известна нелинейная математическая модель колонны, позволяющая исследовать технологические основы подвижного управления процессами многокомпонентной ректификации [7]. Модель представляет собой совокупность систем нелинейных уравнений, приводящую в соответствие векторам возмущающих и управляющих воздействий (в том числе и подвижных) вектор выходных координат.

Выходными параметрами – результатами расчетов – являются расходы паровой и жидкой фаз в каждом сечении аппарата, концентрационные и температурный профили колонны в установившемся режиме, энергетическая нагрузка дефлегматора.

Совокупность входных переменных модели включает основные возмущения на процесс – расход, состав и энергетическое состояние питания, а также традицион-

ные управляющие воздействия – тепловую нагрузку куба колонны, расход целевого продукта, флегмы. Изменения номера тарелки питания принимаются в качестве подвижного управляющего воздействия.

Решение систем уравнений, составляющих математическое описание процесса ректификации, совместно с балансовыми уравнениями аппарата позволяет однозначно определить качество продуктов разделения при известных значениях входных переменных [8]

$$\bar{L}, \bar{V}, \bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{t}, Q_d = f(N_f, Q_w, D, F, \bar{x}_f, t_f, P_f, \bar{P}, t_{fl}, t_d, \bar{\eta}_i) \quad (1)$$

Критерием статической оптимизации процессов ректификации является отдельный показатель или функция названных входных и выходных переменных, которая численно выражает заинтересованность в том или ином режиме объекта. При заданных управляющих и возмущающих величинах и необходимых ограничениях критерий оптимизации принимает определенное значение. Тогда задачей статической оптимизации является расчет таких значений традиционных и подвижных управляющих величин при известных возмущающих, которые обеспечивают максимальное (минимальное) значение выбранного отдельного критерия или их совокупности при выполнении определенных ограничений, наложенных на входные и выходные переменные.

Так как зависимость (1), связывающая основные показатели процесса и критерии оптимизации, не может быть представлена в явном виде, то статическая оптимизация процессов ректификации относится к задачам нелинейного программирования и должна решаться соответствующими методами.

2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Наибольший интерес с позиций статической оптимизации процессов ректификации представляет использование в качестве подвижного управляющего воздействия изменения точки ввода сырья в колонну [5], позволяющее существенно расширить рабочую область объекта управления.

Решению задачи выбора тарелок питания в теории и практике процессов ректификации всегда уделялось серьезное внимание. Общепринятым для практики критерием является технологический, согласно которому расположением тарелки ввода сырья отвечает тому уровню по высоте колонны, на котором концентрации ключевых компонентов в жидкой фазе соответствуют концентрациям в потоке питания [9]. Известны также эмпирические уравнения, позволяющие определять номера тарелок. Недостатки данных упрощенных способов очевидны – результаты слабо обусловлены физико-химическими основами рассчитываемого процесса.

Устранение данного недостатка возможно применением нелинейных моделей процесса ректификации. В качестве показателей оптимальности режимов работы установок различными авторами использовались: раздельная способность колонны, критерий относительной термодинамической раздельной способности колонны (критерий Майкова) и критерий суммы примесей [10], энтропийный критерий, его температурная и концентрационная составляющие [11]. Также рассчиты-

вались энергозатраты на разделение единицы сырья [12], выполнялось построение и анализ семейства «кривых качества» [13].

Однако, как известно, различным критериям статической оптимизации отвечают различные номера оптимальных тарелок питания [14]. В связи с этим необходима методика, позволяющая решать задачи многокритериальной оптимизации и определять такое место ввода сырья, которое дает преимущество согласно нескольким показателям качества одновременно.

3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Обзор литературы показал существование большого числа различных критериев, однако наибольший интерес представляют классические экономические показатели – производительность и энергопотребление. В этом случае значения соответствующих критериев оптимизации численно равны величинам традиционных управляющих воздействий – расходу дистиллята D и расходу тепла в куб колонны Q_w . Решение данной задачи многокритериальной статической оптимизации без использования подвижных управляющих воздействий приведено в [15]. При этом оптимальные величины традиционных управляющих воздействий определялись с использованием нормализованного критерия.

Аналогичный подход предлагается использовать и при определении оптимальной величины подвижного управляющего воздействия – номера тарелки питания.

Требуемое качество продуктов разделения

$$x_{d,nz} = x_{d,nz,min} \quad (2)$$

достижимо при различных значениях выхода целевого продукта и энергозатрат. Между этими значениями существует однозначная зависимость, а их совокупность определяет участок границы рабочей области ректификационной колонны. Для каждой тарелки питания возможно выполнить расчет и построение таких участков. Оптимальной тарелке питания будет отвечать самая широкая область, начальная и конечная точки $(D_{max}; Q_{w,max})$, $(D_{min}; Q_{w,min})$ которой будут смещены в сторону более высоких значений D и более низких Q_w .

И в случае изменения места ввода сырья в колонну, и при подаче питания на регламентированную тарелку важно найти оптимальную точку на границе рабочей области колонны с координатами $(D_{opt}; Q_{w,opt})$, что является первоочередной задачей. Диапазоны, в которых находятся значения оптимальных производительности D_{opt} и энергозатрат $Q_{w,opt}$ ограничены начальной и конечной точками границы рабочей области

$$D_{min} \leq D_{opt} \leq D_{max}, \quad (3)$$

$$Q_{w,min} \leq Q_{w,opt} \leq Q_{w,max}. \quad (4)$$

Величина $Q_{w,min}$ – решение задачи однокритериальной оптимизации, которая заключается в минимизации энергозатрат при заданных минимально допустимых производительности D_{min} и качестве $x_{d,nz,min}$. Аналогично D_{max} представляет собой решение задачи максимизации производительности на основании максимально допустимого расхода пара в куб колонны $Q_{w,max}$, требуемого ка-

чества $x_{d,nz,min}$, а также с учетом экстремальной зависимости $D - Q_w$. Последнее условие не гарантирует, что заданная граничная величина $Q_{w,max}$ обеспечит D_{max} .

Если предположить, что задачи снижения энергозатрат и повышения производительности равноценны и представляют одинаковый интерес, то возможна нормализация критериев оптимизации и переход к условным единицам расчета

$$\lambda_D = \frac{D - D_{min}}{D_{max} - D_{min}}, \quad (5)$$

$$\lambda_Q = \frac{Q_{w,max} - Q_w}{Q_{w,max} - Q_{w,min}}. \quad (6)$$

Суммарный показатель, учитывающий повышение выхода целевого продукта совместно со снижением затрат тепла в кипятильнике куба

$$\lambda = \lambda_D + \lambda_Q = \frac{D - D_{min}}{D_{max} - D_{min}} + \frac{Q_{w,max} - Q_w}{Q_{w,max} - Q_{w,min}}. \quad (7)$$

В том случае, если критерии не равнозначны, то возможно использование в (7) дополнительного множителя, представляющего собой отношение стоимости одной условной единицы целевого продукта к стоимости одной условной единицы затрачиваемой энергии

$$z = \frac{E_D}{E_{Q_w}}; \quad (8)$$

$$\lambda = z \cdot \lambda_D + \lambda_Q = z \cdot \frac{D - D_{min}}{D_{max} - D_{min}} + \frac{Q_{w,max} - Q_w}{Q_{w,max} - Q_{w,min}}. \quad (9)$$

Данная задача является двухкритериальной, однако получение зависимости для значительного большего числа критериев по аналогии с (7) не представляет особого труда. Однако использование совместно различных оптимизационных критериев должно быть логически обоснованным.

Так как величины D и Q_w связаны между собой моделью колонны (1) и граничным условием (2), то, задаваясь различными значениями расхода дистиллята D , лежащими в диапазоне от D_{min} до D_{max} , возможно определить соответствующие величины необходимых энергозатрат Q_w . Таким образом, каждому значению D соответствует определенный показатель λ .

Задача многокритериальной оптимизации для заданной тарелки заключается в следующем: необходимо определить такое значение D_{opt} и соответствующее ему $Q_{w,opt}$ которые, с учетом ограничения на качество целевого продукта, обеспечивают максимальное значение показателя эффективности λ .

Алгоритм решения задачи многокритериальной оптимизации содержит следующие действия. Вначале необходимо определить является ли функция экстремальной. Для этого рассчитываются скорости ее изменения в конечных точках при D_{min} и D_{max} . В случае, если скорости положительные, то функция возрастающая и величины

оптимальных управляющих воздействий соответствуют конечной точке границы рабочей области с координатами $(D_{\max}, Q_{w,\max})$. Если же скорости отрицательные, то решением является начальная точка границы $(D_{\min}, Q_{w,\min})$. При невыполнении данных условий многокритериальный подход эффективней однокритериального и осуществляется расчет максимального значения λ_{opt} с использованием метода секущих: проводится итерационный поиск нуля скорости изменения λ .

Приняв начальное приближение расхода дистиллята D , необходимо рассчитать статические характеристики установки и значение целевой функции в точках: $\lambda_1 = f(D - \Delta D)$, $\lambda_2 = f(D)$ и $\lambda_3 = f(D + \Delta D)$. Следующее приближение расхода дистиллята

$$D = D - \Delta D \cdot \frac{\lambda_3 - \lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_2) - (\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (10)$$

Далее действия повторяются до тех пор, пока не выполнится условие

$$\left| \frac{\lambda_3 - \lambda_2}{\Delta D} \right| \leq \varepsilon. \quad (11)$$

Величину ΔD необходимо подбирать с учетом требуемой точности как алгоритмов оптимизации ε , так и итерационных процедур, использующихся при расчетах статических характеристик колонны.

В точках $(D_{\min}, Q_{w,\min})$ и $(D_{\max}, Q_{w,\max})$ значение λ равно 1, так как они соответствуют однокритериальным оптимизационным задачам.

Номер оптимальной тарелки питания также определяется на основании векторного критерия оптимизации λ (5). Построение границы рабочей области и определение на ней оптимальной точки возможно выполнить для всех возможных тарелок питания и таким образом опре-

делить граничные величины $D_{\min}, D_{\max}, Q_{w,\min}, Q_{w,\max}$. Очевидно, что номеру оптимальной тарелки питания $N_{f,\text{opt}}$ соответствует максимальное значение λ .

В связи с тем, что величина искомого подвижного управляющего воздействия может принимать только дискретные, целочисленные значения, то оптимальным методом расчета является метод сканирования [16]. Достоинство такого подхода заключается в гарантированном нахождении точки оптимума независимо от вида оптимизируемой функции. А недостаток – большой объем расчетов – компенсируется дискретностью значений независимой переменной и необходимостью вычисления значений целевой функции только для нескольких десятков тарелок.

4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Задача решалась методами математического моделирования с использованием нелинейной модели процесса многокомпонентной ректификации на примере колонны, использующейся для разделения бинарной смеси метанол-вода, содержащей 18 контактных устройств, выносные кипятильник и дефлегматор. Концентрация метанола в питании составляет 0,273 мол. доли. Исходные данные для расчетов: $N_f = 9$, $Q_w = 6,4$ ГДж/ч, $D = 62,8$ кмоль/ч, $x_{d,nz} = 0,973$, $F = 229,3$ кмоль/ч, $t_f = t_{\text{кип}}$, $P_f = P_{f=0} = P_{f=18} = 1$ атм, $t_{f1} = t_{\text{кип}}$, $t_d = t_{\text{кип}}$, $\beta_x = 3060,5$ кмоль/(м²·ч), $\beta_y = 142,82$ кмоль/(м²·ч) [13].

5 РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 представлена граница рабочей области колонны на примере регламентированной 9-й тарелки, на ней отмечены решения оптимизационной задачи для различных значений коэффициента z . Так как граница рабочей области для 9-й тарелки вырождается в точку при регламентированных значениях D и Q_w , то приняты следующие граничные значения: $D_{\min} = 55$ кмоль/ч и $Q_{w,\max} = 9$ ГДж/ч.

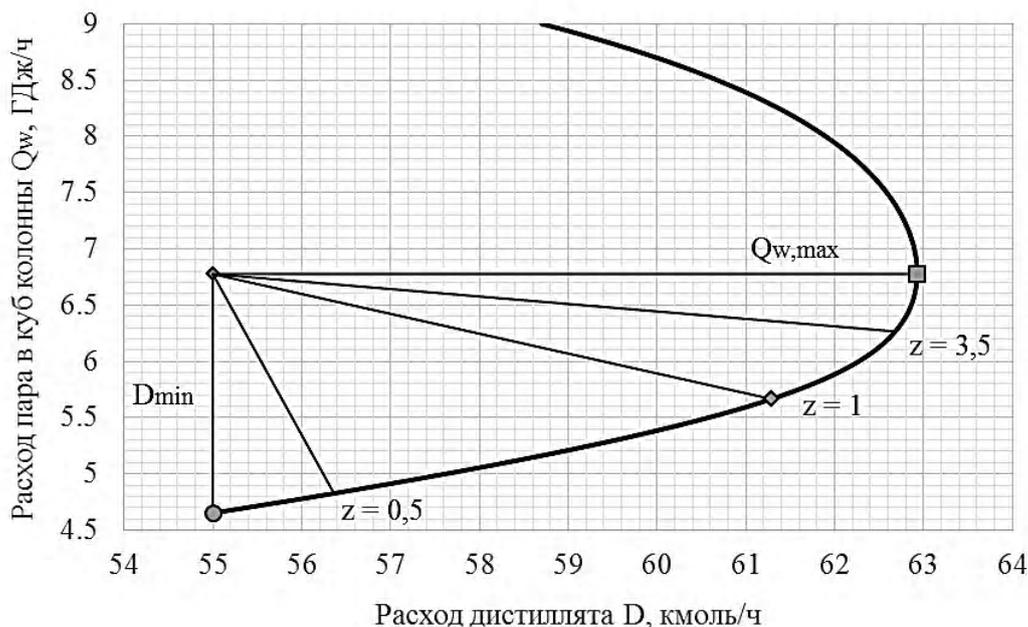


Рисунок 1 – Многокритериальная статическая оптимизация процесса ректификации при управлении колонной традиционным способом

На рис. 2 показано изменение показателей эффективности λ по мере движения вдоль данной границы при $z = 1$.

Оптимальные для регламентированного режима работы колонны величины выхода продукта и затрат тепла в куб при $z = 1$ составляют соответственно 61,29 кмоль/ч и 5,67 ГДж/ч, а максимальное значение нормализованного критерия $\lambda - 1,315$. Приведенный многокритериальный подход к статической оптимизации при управле-

нии ректификационной колонной традиционным способом позволяет повысить производительность установки на 6,29 кмоль/ч или 79,35% от максимально возможного и, одновременно с этим, снизить энергозатраты на 1,11 ГДж/ч или 52,29% от максимально возможной экономии энергоресурсов.

С целью определения оптимального места ввода сырья в колонну подобные расчеты возможно осуществить для всех тарелок питания, решения представлены на рис. 3.

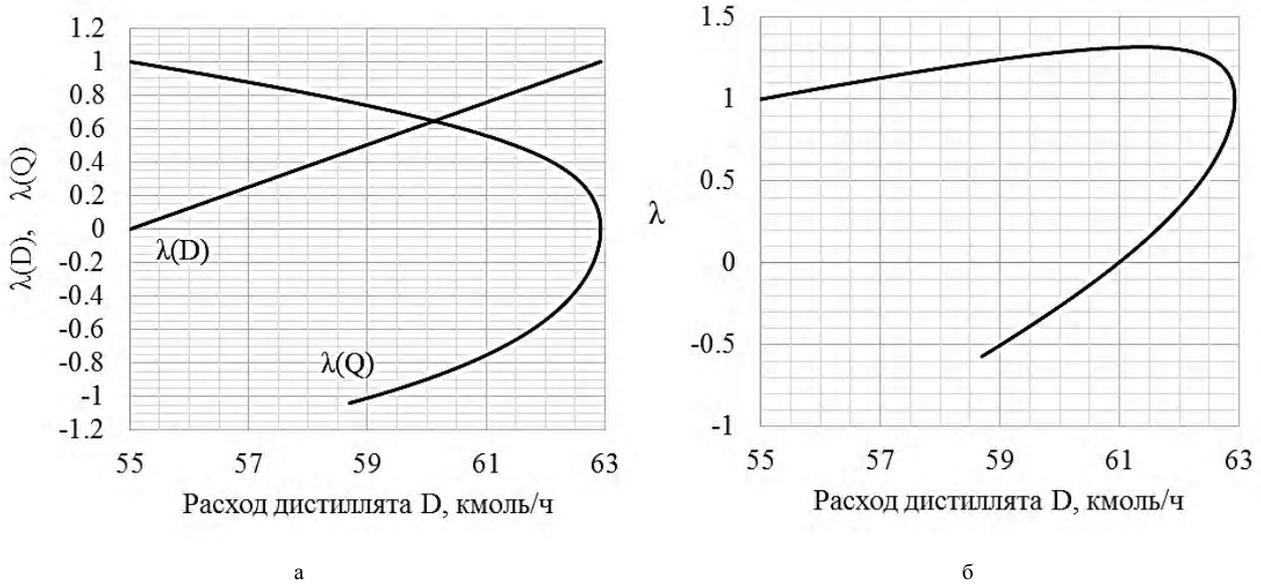


Рисунок 2 – Зависимость оптимизационных критериев от выхода целевого компонента: а – частных, б – нормализованного

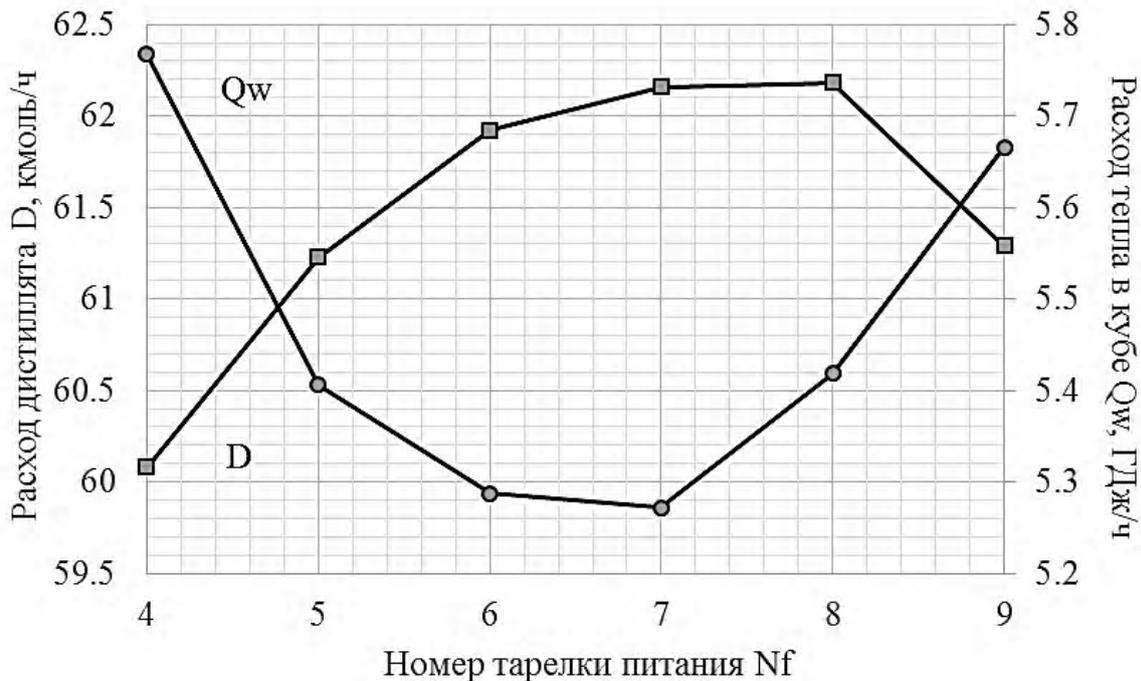


Рисунок 3 – Решения задачи многокритериальной оптимизации для различных тарелок питания

На рис. 4 приведены зависимости показателей эффективности согласно отдельным критериям (λ_D и λ_Q) и суммарного (λ) от величины подвижного управляющего воздействия – номера тарелки питания.

Оптимальной тарелкой питания является 7-я тарелка, максимальный показатель λ равен 1,989, а суммарные потери S составляют 0,011.

На рис. 5 показано смещение границы рабочей области при переключении подачи сырья с 9-й на 7-ю тарелку, а также решения оптимизационных задач с использованием подвижного управляющего воздействия и без использования.

При подвижном управлении процессом оптимальные величины D_{opt} и $Q_{w,opt}$ составляют 62,16 кмоль/ч и 5,272 ГДж/ч. По сравнению с результатами статической оптимизации без использования подвижных управляющих воздействий наблюдается повышение производительности, составляющее 1,41%, при экономии тепла на 6,95%.

Ранее исследовался только регламентированный режим работы ректификационной установки. На данном примере отмечено, что использование подвижных управляющих воздействий при статической оптимизации процесса ректификации позволяет снизить затраты теп-

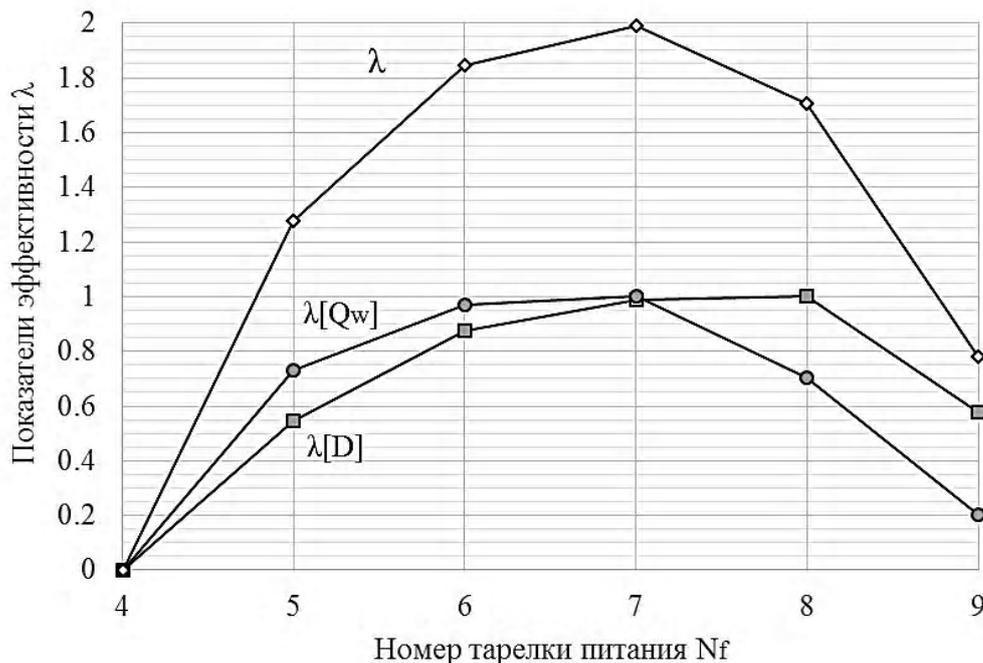


Рисунок 4 – Расчет номера оптимальной тарелки питания при решении задачи многокритериальной статической оптимизации

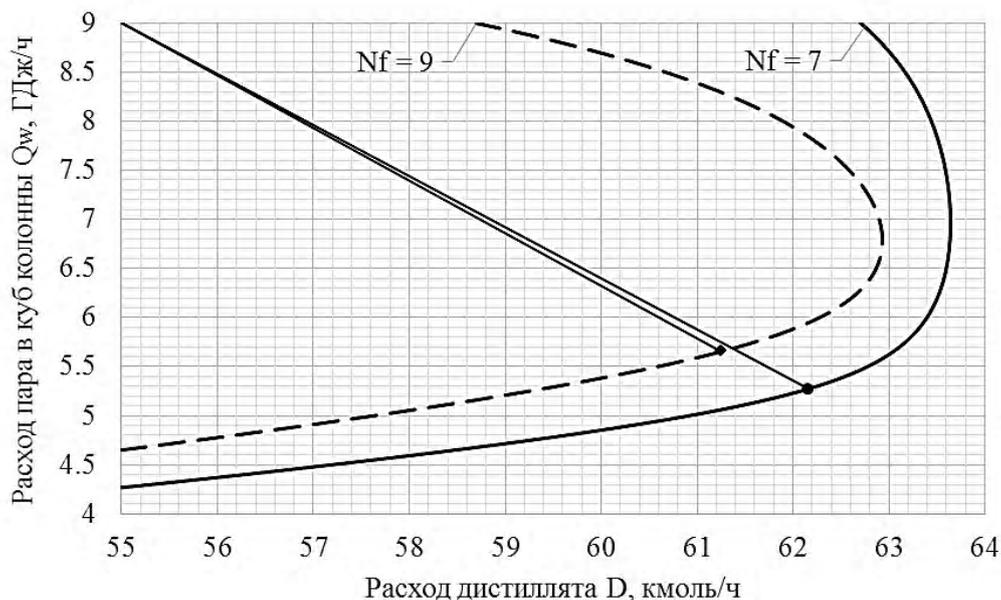


Рисунок 5 – Многокритериальная статическая оптимизация процесса ректификации с использованием подвижных управляющих воздействий

ла в куб колонни и, совместно с этим, повысит выход целевого продукта. Однако в других режимах работы колонны ситуация может носить обратный характер и эффективность подвижного управления исследовалась

при изменении характеризующих процесс параметров в широких пределах (рис. 6). Граничные значения D_{\min} и $Q_{w,\max}$ при этом выбраны равными регламентированному 62,8 кмоль/ч и 6,4 ГДж/ч соответственно.

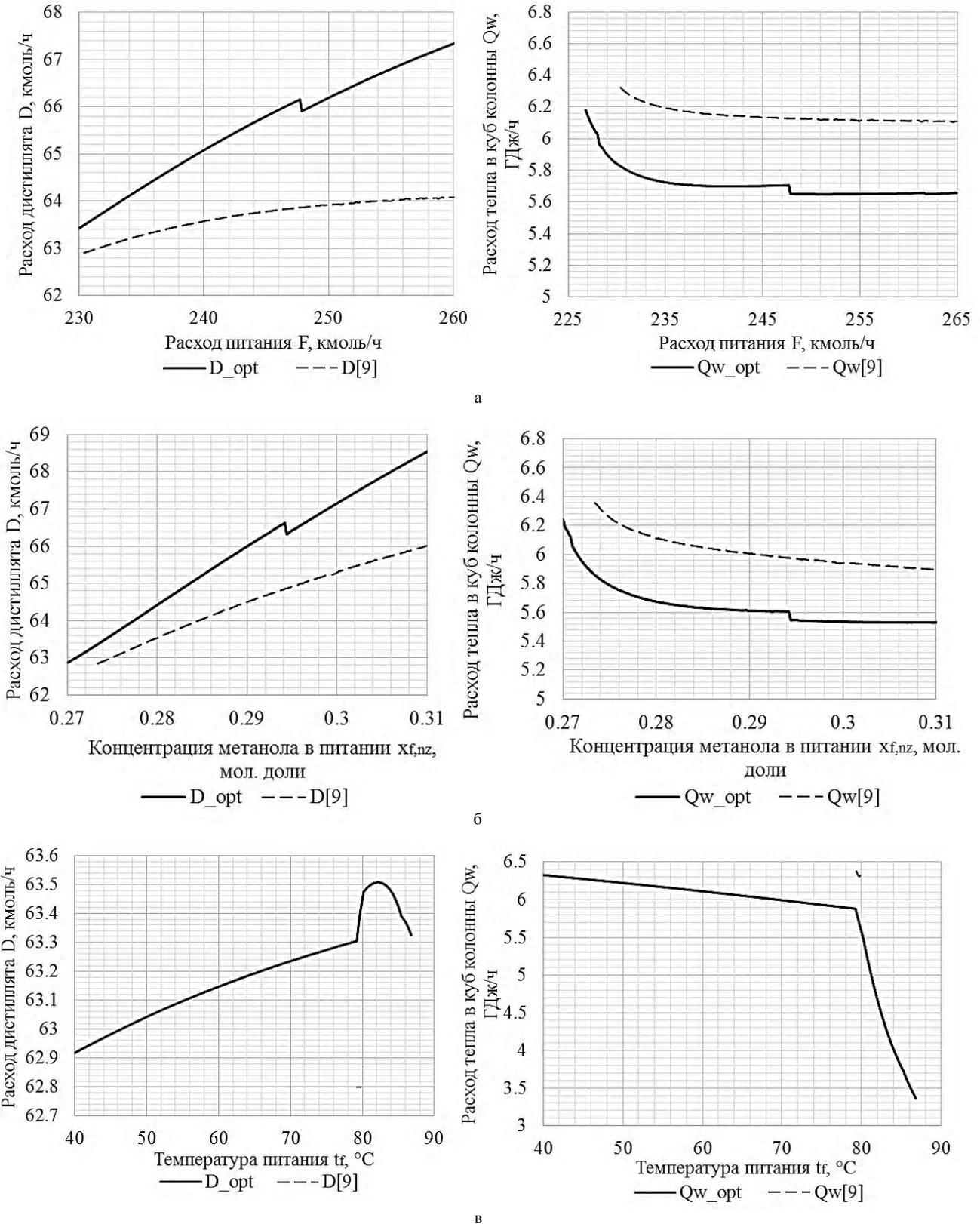


Рисунок 6 – Оптимальные производительность и энергозатраты в зависимости от: а) – расхода питания; б) – состава питания; в) – температуры питания

При исследовании оптимальных статических режимов работы ректификационной колонны в широком диапазоне изменений режимных параметров также отмечается эффективность подвижных управляющих воздействий и подхода многокритериальной оптимизации. Расчеты показывают повышение производительности в пределах от 1% до 5% путем переключения точки ввода сырья в колонну. Экономия тепла в кубе составляет 6–8%.

6 ОБСУЖДЕНИЕ

Использование нелинейной математической модели процесса ректификации при решении задачи статической оптимизации позволяет прогнозировать и рассчитывать оптимальные режимы работы колонны с учетом ее распределенности и нелинейности как объекта управления.

При использовании таких критериев, как максимизация производительности и минимизация энергозатрат, задача статической оптимизации заключается в определении такой тарелки ректификационной колонны, подача питания на которую позволяет обеспечить наилучшее соотношение между выходом целевого продукта и затратами тепла в кубе колонны при соблюдении необходимого качества разделения.

Для каждой тарелки ректификационной установки возможно выполнить построение границы рабочей области в пространстве традиционных управляющих воздействий $D - Q_w$. Решения задачи многокритериальной оптимизации существенно зависят от принятых ограничений D_{\min} и $Q_{w,\max}$, в связи с чем данные величины должны быть технологически или экономически обоснованы.

Снижение расхода или качества питания приводит к существенному сужению рабочей области ректификационной колонны. Существуют граничные величины F и $x_{f,nz}$, когда дальнейшее снижение нагрузки колонны не позволит обеспечить требуемое качество конечного продукта $x_{d,nz,\min}$. При изменениях расхода питания, концентрации целевого компонента в питании, температуры питания необходимо корректировать и требования к качеству целевого продукта (2).

Использование подвижных управляющих воздействий позволяет расширить рабочую область ректификационной колонны. Так, в случае подачи питания на 9-ю тарелку требуемая концентрация дистиллята достигается при температуре сырья 79,3–79,8°C (рис. 6в). В то же время, подача сырья на оптимальную, 7-ю тарелку позволяет обеспечить необходимое качество продукта в температурном диапазоне питания от 20 до 86,8°C.

Зависимость концентрации метанола в дистилляте от температуры питания экстремальна, что позволяет использовать температуру питания в качестве второй степени свободы подвижного управляющего воздействия – его интенсивности.

Номер оптимальной тарелки питания понижается при повышении материальной или энергетической нагрузки колонны.

ВЫВОДЫ

Впервые разработан метод многокритериальной статической оптимизации процессов ректификации с использованием подвижных управляющих воздействий.

Предложено рассчитывать оптимальную величину дискретного подвижного управляющего воздействия – номер оптимальной тарелки питания – с учетом не одного, а сразу нескольких оптимизационных критериев на основании измерений и расчетов основных показателей процесса (расхода, состава и температуры питания, профиля давления в колонне, давления в линии подачи питания, температур дистиллята и флегмы, эффективностей контактных устройств).

Доказана на примерах критериев максимизации производительности и минимизации энергозатрат экстремальная зависимость нормализованного критерия оптимизации от номера тарелки питания, из чего следует существование и однозначность решения задачи многокритериальной статической оптимизации процессов ректификации. Для решения данной оптимизационной задачи предложен метод сканирования, так как величина искомого подвижного управляющего воздействия может принимать только дискретные, целочисленные значения.

Определена эффективность многокритериальной статической оптимизации процессов ректификации с использованием подвижных управляющих воздействий на примере нормального режима работы колонны для разделения смеси метанол-вода, так и при изменениях основных показателей процесса в широких пределах. Методами математического моделирования доказано повышение производительности, составляющее 1–5%, при экономии тепла в кубе колонны на 6–8%.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы при построении оптимальных систем статической оптимизации процессов ректификации, систем оптимального управления ректификационными колоннами.

Предложенные методы многокритериальной статической оптимизации применимы для процессов многокомпонентной, сложной ректификации.

Дальнейшие исследования в данном направлении заключаются в разработке методов и алгоритмов статической оптимизации процессов ректификации с использованием непрерывных подвижных управляющих воздействий, подвижных воздействий с двумя степенями свободы, в моделировании переходных процессов в ректификационных колоннах при подвижном управлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аббаси М. К. Б. Энергосбережение в процессах ректификации бинарных и многокомпонентных смесей: дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08 / М. К. Б. Аббаси. – Москва, 2014. – 122 с.
2. Ядыкин И. Б. Адаптивное управление непрерывными технологическими процессами / И. Б. Ядыкин, В. М. Шумский, Ф. А. Овсян. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 240 с.
3. Исследование оптимальных статических режимов сложной ректификационной колонны для получения этилена / [В. П. Кривошеев, К. Е. Никифорова, А. В. Ануфриев, Б. А. Кан] // Современные проблемы науки и образования – 2013. – № 6. – URL: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=11210>.
4. Рапопорт Э. Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами : учеб. пособие / Э. Я. Рапопорт. – М. : Высш. шк., 2005. – 292 с.
5. Белоброва Е. В. Автоматическое управление тепломассообменными процессами с подвижными распределенными регулирующими воздействиями / Е. В. Белоброва, А. Р. Шейкус,

- В. И. Корсун // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 5/2 (71). – С. 51–55. DOI: 10.15587/1729–4061.2014.28037.
6. Левчук И. Л. Способ управления процессом ректификации с помощью распределенных управляющих воздействий / И. Л. Левчук, А. Р. Шейкус, В. Я. Тришкин // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Новые решения в современных технологиях. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2015. – № 14 (1123). – С. 100–105.
 7. Komissarov Yu. A. Multicomponent distillation calculations using computer simulation principles / Yu. A. Komissarov, Dam Quang Sang // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. – 2014. – Vol. 48, Issue 3. – P. 280–287. DOI: 10.1134/S0040579514030087
 8. Developing a technique for improving the efficiency of iterative methods for the calculation of the multicomponent rectification process / [Anton Sheikus, Elena Belobrova, Yaroslav Dovgopoliy et al] // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – Vol. 6, № 2 (84). – P. 38–44. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.85372.
 9. Петлюк Ф. Б. Многокомпонентная ректификация. Теория и расчет / Ф. Б. Петлюк, Л. А. Серафимов. – М. : Химия, 1983. – 304 с.
 10. Кузнецов В. Г. Алгоритмизация и оптимизация технологического процесса ректификации нефти : дис. ... канд. техн. наук: 05.13.06 / Кузнецов В. Г. – Самара, 2005. – 216 с.
 11. Хахин Л. А. Разработка энтропийной оценки работы ректификационных колонн и функциональных комплексов: дис. ... канд. техн. наук: 05.17.04 / Л. А. Хахин. – Москва, 2009. – 219 с.
 12. Выбор оптимальных тарелок питания в замкнутой системе ректификационных колонн / [Г. М. Островский, Н. Н. Зиятдинов, Т. В. Лаптева, Д. А. Рыжов] // ТОХТ. – 2008. – Т.42, №4. – С. 401–412.
 13. Леонтьев В. С. Оптимизация одноколонных ректификационных аппаратов для химических технологий и процессов нефтепереработки / В. С. Леонтьев // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». – 2012. – № 2. – С. 255–264. URL: http://ogbus.ru/authors/Leontiev/Leontiev_4.pdf.
 14. Анисимов И. В. Математическое моделирование и оптимизация ректификационных установок / И. В. Анисимов, В. И. Бодров, В. Б. Покровский. – М. : Химия, 1975. – 216 с.
 15. Торгашов А. Ю. Управление оптимальными статическими режимами ректификационных колонн на основе нелинейных моделей процесса [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.07 / А. Ю. Торгашев. – Владивосток, 2000. – 140 с.
 16. Бояринов А. И. Методы оптимизации в химической технологии / А. И. Бояринов, В. В. Кафаров. – М. : Химия, 1969. – 564 с.

Статья поступила в редакцию 11.05.2017.
После доработки 12.07.2017.

Шейкус А. Р.¹, Тришкин В. Я.²

¹Аспірант кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та метрології Українського державного хіміко-технологічного університету, Дніпро, Україна

²Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та метрології Українського державного хіміко-технологічного університету, Дніпро, Україна

СТАТИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСІВ РЕКТИФІКАЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ РУХЛИВИХ КЕРУЮЧИХ ВПЛИВІВ

Актуальність. Вирішено актуальну задачу багатокритеріальної статичної оптимізації процесів ректифікації з використанням рухливих керуючих дій, які полягають у зміні місця введення сировини в колону, а також досліджено ефективність їх використання при різних статичних режимах процесу.

Мета роботи – підвищення продуктивності процесу ректифікації і зниження енергетичних витрат на його ведення шляхом використання при управлінні процесом рухливих керуючих впливів і багатокритеріального підходу до розрахунку їх оптимальних величин.

Метод. Запропоновано методи розрахунку оптимальної тарілки живлення спільно із розрахунками оптимальних величин традиційних керуючих впливів – витрати пари в куб колони і виходу цільового продукту – на підставі критеріїв максимізації продуктивності і мінімізації енерговитрат з використанням нормалізованого критерію оптимізації. Розрахунки проводяться з використанням нелінійної математичної моделі процесу, яка описує процеси тепло- і масообміну на кожному контактному пристрої установки. Розрахунок оптимальної точки на межі робочої області ректифікаційної колони в координатах традиційних керуючих дій запропоновано вести методом січних. Так як величина шуканого рухливого керуючого впливу може приймати тільки дискретні, цілочисельні значення, то для вирішення оптимізаційної задачі запропоновано метод сканування.

Результати. Розроблений оптимізаційний метод використовувався для розрахунків оптимальних статичних режимів ректифікаційної колони для поділу суміші метанол-вода при зміні значень параметрів моделі в широких межах. Доведено екстремальну залежність від величини рухливого керуючого впливу як окремих критеріїв, так і нормалізованого критерію оптимізації. Результати моделювання показали, що використанням рухливих керуючих впливів досягається підвищення продуктивності на 1–5% при економії тепла в кубі колони на 6–8%.

Висновки. Проведені дослідження довели ефективність багатокритеріального підходу до вирішення задачі статичної оптимізації процесів ректифікації з використанням рухливих керуючих впливів, що дозволяє використовувати його на практиці. Запропоновані методи статичної оптимізації застосовні для процесів багатоконпонентної, складної ректифікації. Подальші дослідження в даному напрямку полягають в розробці методів і алгоритмів статичної оптимізації процесів ректифікації з використанням неперервних рухливих керуючих впливів, рухливих впливів з двома ступенями свободи, в моделюванні перехідних процесів в ректифікаційних колонах при рухливому керуванні.

Ключові слова: процес ректифікації, рухливе керування, багатокритеріальна статична оптимізація.

Sheikus A. R.¹, Trishkin V. Ya.²

¹Postgraduate student of Department of computer integrated technology and metrology, Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnipro, Ukraine

²Candidate of technical science, Associate professor, Associate professor of Department of computer integrated technology and metrology, Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnipro, Ukraine

STATIC OPTIMIZATION OF RECTIFICATION PROCESSES USING MOBILE CONTROL ACTIONS

Context. The actual task of multi-criteria static optimization of rectification processes with the use of mobile control actions that consist in changing the place of input of raw materials into a column is solved, and the efficiency of their use in various static modes of the process is investigated.

Objective – increasing the productivity of the process of rectification and reducing the energy costs by using mobile control actions and a multi-criteria approach to the calculation of their optimal values.

Method. Methods are proposed for calculating the optimum feed plate together with calculations of the optimal values of traditional control actions – steam flow to the column cube and the yield of the target product – based on the criteria for maximizing productivity and minimizing energy consumption using the normalized optimization criterion. Calculations are carried out using a nonlinear mathematical model of the process, describing the heat and mass transfer processes on each column contact device. Calculation of the optimal point at the boundary of the working region of the rectifying column in the coordinates of traditional control actions is suggested to be carried out by the method of secants. Since the magnitude of the desired mobile control action can only take on discrete, integer values, a scanning method is proposed to solve the optimization problem.

Results. The developed optimization method was used to calculate the optimal static regimes of the rectification column for separating the methanol-water mixture when the values of the model parameters vary widely. Extremal dependence on the magnitude of the mobile control action of both individual criteria and a normalized optimization criterion is proved. The results of the simulation showed that the increase in productivity achieved by the use of mobile control actions is 1 to 5%, while the heat savings in the reboiler of the column are 6–8%.

Conclusions. The carried out researches have proven the effectiveness of the multi-criteria approach to the solution of the problem of static optimization of rectification processes using mobile control actions, which allows using it in practice. The proposed methods of static optimization are applicable for processes of multicomponent, complex rectification. Further research in this direction include the development of methods and algorithms of the static optimization of rectification processes using continuous mobile control actions, mobile actions with two degrees of freedom, modeling of transient responses in rectification columns at mobile control.

Keywords: rectification process, mobile control, multi-criteria static optimization.

REFERENCES

1. Abbasi M. K. B. E'nergoberezhnie v processax rektifikacii binarnyx i mnogokomponentnyx smesey [Tekst]: dis. ... kand. texn. nauk: 05.17.08. Moscow, 2014, 122 p.
2. Yadykin I. B., Shumskij V. M., Ovsepyan F. A. Adaptivnoe upravlenie nepreryvnymi tekhnologicheskimi processami [Tekst]. Moscow, E'nergoatomizdat, 1985, 240 p.
3. Krivosheev V. P., Nikiforova K. E., Anufriev A. V., Kan B. A. Issledovanie optimal'nyx staticheskix rezhimov slozhnoj rektifikacionnoj kolonny dlya polucheniya e'tilena [Tekst]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, 2013, № 6. URL: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=11210>.
4. Rapoport E'. Ya. Analiz i sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya s raspredelennymi parametrami [Tekst]: ucheb. posobie. Moscow, Vyssh. shk., 2005, 292 p.
5. Belobrova E. V., Sheikus A. R., Korsun V. I. Avtomaticheskoe upravlenie teplomassoobmennymi processami s podvizhnymi raspredelennymi reguliruyushhimi vozdeystviyami [Tekst]. *Vostochno-Evropejskij zhurnal peredovyx tekhnologij*, 2014, No. 5/2 (71), pp. 51–55. DOI: 10.15587/1729–4061.2014.28037.
6. Levchuk I. L., Sheikus A. R., Trishkin V. Ya. Sposob upravleniya processom rektifikacii s pomoshh'yu raspredelennyx upravlyayushhix vozdeystvij [Tekst]. *Vestnik NTU "XPI". Seriya: Novye resheniya v sovremennyx tekhnologiyax*. Xar'kov, NTU "XPI", 2015, No. 14 (1123), pp. 100–105.
7. Komissarov Yu. A., Dam Quang Sang Multicomponent distillation calculations using computer simulation principles, *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2014, Vol. 48, Issue 3, pp. 280–287. DOI: 10.1134/S0040579514030087
8. Sheikus A., Belobrova Elena, Dovgopoliy Yaroslav, Levchuk Igor, Korsun Valeriy Developing a technique for improving the efficiency of iterative methods for the calculation of the multicomponent rectification process, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2016, Vol. 6, No. 2 (84), pp. 38–44. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.85372.
9. Petlyuk F. B., Serafimov L. A. Mnogokomponentnaya rektifikaciya. Teoriya i raschet [Tekst]. Moscow, Ximiya, 1983, 304 p.
10. Kuznecov V. G. Algoritmizaciya i optimizaciya tekhnologicheskogo processa rektifikacii nefiti [Tekst]: dis. ... kand. texn. nauk: 05.13.06. Samara, 2005, 216 p.
11. Xaxin L. A. Razrabotka e'ntropijnoj ocenki raboty rektifikacionnyx kolonn i funkcional'nyx kompleksov [Tekst]: dis. ... kand. texn. nauk: 05.17.04. Moscow, 2009, 219 p.
12. Ostrovskij G. M., Ziyatdinov N. N., Lapteva T. V., Ryzhov D. A. Vybora optimal'nyx tarelok pitaniya v zamknutoj sisteme rektifikacionnyx kolonn, *TOXT*, 2008, Vol. 42, No. 4, pp. 401–412.
13. Leont'ev V. S. Optimizaciya odnokolonnyx rektifikacionnyx apparatov dlya ximicheskix tekhnologij i processov neftepererabotki [Tekst]. *E'lektronnyj nauchnyj zhurnal "Neftegazovoe delo"*, 2012, No. 2, pp. 255–264. URL: http://ogbus.ru/authors/Leontiev/Leontiev_4.pdf.
14. Anisimov I. V., Bodrov V. I., Pokrovskij V. B. Matematicheskoe modelirovanie i optimizaciya rektifikacionnyx ustanovok [Tekst]. Moscow, Ximiya, 1975, 216 p.
15. Torgashov A. Yu. Upravlenie optimal'nymi staticheskimi rezhimami rektifikacionnyx kolonn na osnove nelinejnyx modelej processa [Tekst]: dis. ... kand. texn. nauk: 05.13.07. Vladivostok, 2000, 140 p.
16. Boyarinov A. I., Kafarov V. V. Metody optimizacii v ximicheskij tekhnologii [Tekst]. Moscow, Ximiya, 1969, 564 p.

Наукове видання

**Радіоелектроніка,
інформатика,
управління**

№ 1/2018

Науковий журнал

Головний редактор – д-р техн. наук С. О. Субботін

Заст. головного редактора – д-р техн. наук Д. М. Піза

Комп'ютерне моделювання та верстання
Редактор англійських текстів

С. В. Зуб
С. О. Субботін

Оригінал-макет підготовлено у редакційно-видавничому відділі ЗНТУ

Свідоцтво про державну реєстрацію
КВ № 6904 від 29.01.2003.

*Підписано до друку 03.04.2018. Формат 60×84/8.
Папір офс. Різогр. друк. Ум. друк. арк. 23,48.
Тираж 300 прим. Зам. № 329.*

69063, м. Запоріжжя, ЗНТУ, друкарня, вул. Жуковського, 64

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 2394 від 27.12.2005.